

О ВЫБОРЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ОЦЕНОК СЛУЧАЙНОЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРИЗНАКОВ

Л. М. ПЕТРОВСКИЙ

(Представлена научным семинаром кафедр минералогии, петрографии,
месторождений полезных ископаемых и геологии и разведки месторождений)

Недостатки, связанные с использованием стандарта отклонения σ и коэффициента вариации ν в случае недифференцированной характеристики геологической изменчивости, хорошо известны (1, 2, 3, 6, 7).

П. Л. Каллистов [1] впервые исследовал возможность отдельной характеристики случайной и координированной составляющих общей изменчивости содержания. Для количественной оценки случайной изменчивости признака он рекомендовал использовать величину среднего квадратического отклонения S_m значений признака от соответствующих сглаженных их значений, получаемых по методу «скользящего статистического окна». При этом было отмечено, что величина степени случайной изменчивости заметно колеблется в зависимости от условий (исходного размера «окна» и числа приемов) сглаживания.

Л. И. Четвериков [6] предложил для количественной оценки закономерной изменчивости важные в практическом отношении показатели, основанные на удельных интервальных первых и вторых разностях сглаженных значений содержания. Особое значение приобретает предложенная им классификация изменчивости содержания полезного ископаемого, которая позволяет учитывать различную по степени случайную изменчивость на фоне (в обязательном присутствии) разной по сложности или «выдержанности» закономерной изменчивости. Для количественной оценки случайной изменчивости, при наличии закономерных изменений, он рекомендует, основываясь на заключениях Б. С. Ястремского [7], использовать величину среднего квадратического отклонения $H_{ск}$ по первым последовательным разностям значений признака.

Исследование показало, что величина S_m в общем случае зависит от принятого метода сглаживания значений признака. Основными методами определения скользящей средней или методами сглаживания надо признать так называемые методы последовательного удвоения [7] и последовательного утроения или упятерения [1]. При этом вторые, четвертые и другие четные скользящие осредненные оценки признака по методу последовательного удвоения и скользящие средние первого, второго и т. д. приемов сглаживания значений признака по методу последовательного утроения, например, будут соответственно одинаково опираться на 3,5 и т. д. членов исходного ряда в «окне» (с различным удельным влиянием отдельных членов в нем). На этом основании, как известно, определение общего для всех методов порядка этапа сглаживания m в формуле расчета величины S_m производится по принципу последовательного удвоения.

Характер сглаживания по разным методам оказывается различным

(табл. 1). Расчетные результаты примера А характеризуют известные по литературе данные опробования по золотокварцевой жиле [1, 2]*. Наблюдаемое здесь закономерное изменение содержания золота по Л. И. Четверикову является весьма невыдержанным или характеризуется сильно извилистой линией; показатели случайной изменчивости $\sigma=24,9$ и $H_{ск}=26,8$. Результаты примера Б характеризуют данные эксплуатационного опробования по золотокварцевой жиле одного из месторождений Восточной Сибири (рис. 1). Наблюдаемое здесь закономерное изменение характеризуется соответственно как невыдержанное (по извилистой ли-

Таблица 1

Расчет величины среднеквадратического отклонения конкретных содержаний золота от сглаженных их значений

Порядок этапа сглаживания (m)	Число исходных членов в окне ($m+1$)	Сглаживание по методам последовательного		
		удвоение	утроение	упятерение
Пример А				
2	3	16,5	21,8	—
4	5	19,8	21,0	25,5
6	7	21,4	22,5	—
8	9	22,5	23,2	23,5
10	11	22,6	23,4	—
12	13	24,2	24,7	25,4
14	15	24,3	25,2	—
16	17	22,6	23,3	23,8
18	19	22,7	23,3	—
20	21	25,0	25,2	25,6
22	23	26,6	27,0	—
24	25	31,5	31,5	31,6
Пример Б				
2	3	16,4	21,9	—
4	5	19,3	21,9	26,8
6	7	20,9	25,1	—
8	9	19,6	21,2	23,8
10	11	20,7	22,3	—
12	13	22,6	24,2	26,7
14	15	24,6	26,2	—
16	17	25,5	26,8	28,3
18	19	27,4	28,8	—
20	21	29,2	30,4	31,6
22	23	19,0	18,6	—
24	25	20,3	19,6	19,1

нии); показатели случайной изменчивости $\sigma=33,6$ и $H_{ск}=28,1$. Из анализа сравнительных данных таблицы 1 можно прийти к следующим выводам:

1. Независимо от характера закономерной составляющей изменчивости содержания наименьшие величины S_m (наибольшее приближение скользящих средних значений содержания к конкретным членам ряда (рис. 1) на всех одноименных этапах сглаживания имеют место по методу последовательного удвоения. Соответствующие наибольшие величины S_m (наименьшее приближение скользящих средних (рис. 1) имеют место по методу последовательного упятерения, а средние значения S_m — по методу последовательного утроения.

2. С ростом числа приемов сглаживания по всем методам происходит закономерное общее приближение величины S_m к величинам σ и $H_{ск}$, за

* Здесь использованы исходные данные, снятые с графика и округленные до целых значений.

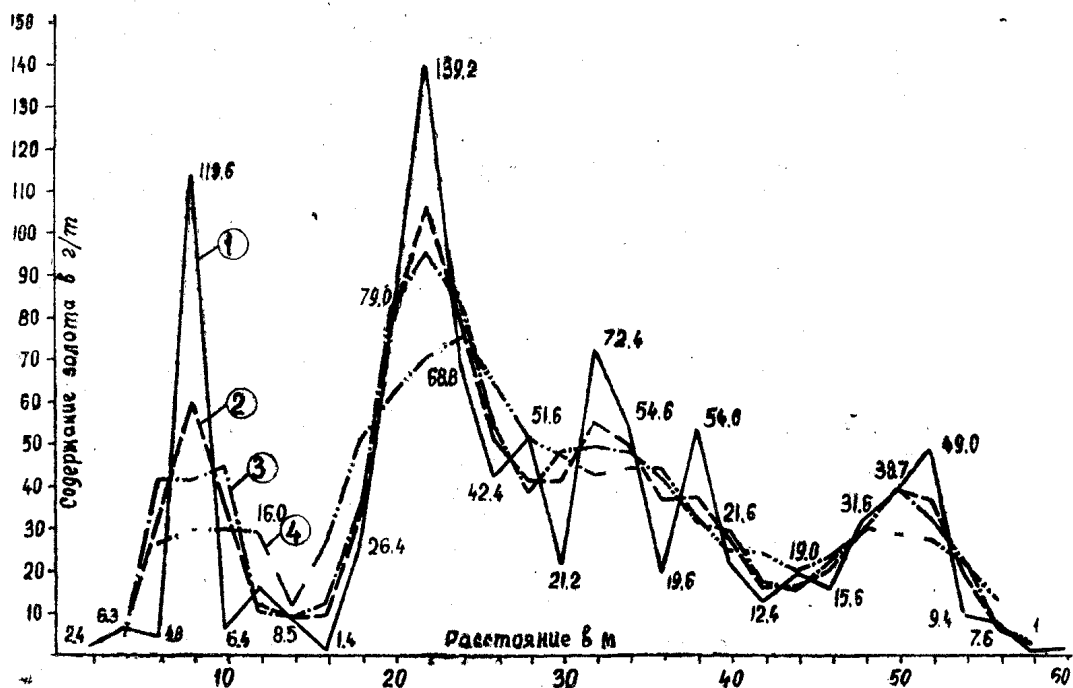


Рис. 1. Построение кривых регрессии (пример Б). 1 — кривая, построенная по исходным данным анализа (цифры — исходные содержания золота); 2 — кривая регрессии, полученная за один прием сглаживания по методу последовательного удвоения; 3 — то же по методу последовательного утроения; 4 — то же по методу последовательного упятерения

исключением отдельных случайных отклонений от общего роста величины S_m (в сторону уменьшения или увеличения и чаще для высоких порядков этапов сглаживания), обязанных влиянию соответствующих экстремальных значений содержания в исходном ряду (этапы №№ 10, 16, 18, 24 в примере А и 6, 8, 22, 24 в примере Б). При этом на втором приеме сглаживания по методам последовательного упятерения и утроения, как правило, наблюдается уменьшение соответствующей величины S_m по сравнению с величиной S_m первого приема сглаживания.

Полученные выводы позволяют выработать практические рекомендации по определению рационального метода и числа приемов сглаживания значений признака. Из рассмотренных методов сглаживания практически рациональным следует признать сглаживание в первые три-пять приемов по методам последовательного утроения и удвоения. Метод последовательного упятерения, его второй прием сглаживания, может служить контрольным: определяемые в этапы сглаживания №№ 2-10 по методам «удвоения» или «утроения» значения S_{2-10} по своей величине должны быть меньше, чем значение S_8 (тем более, чем S_4) по методу последовательного упятерения. За оптимальную величину S_m по методу последовательного утроения может служить следующая за наименьшей величиной S_4 величина, которая, как правило, будет больше всех предыдущих своих значений приближаться к одноименной величине S_6 по методу «удвоения». В примере А такой оптимальной величиной является $S_6=22,5$ (табл. 1). В примере Б в качестве таковой нельзя принять величину $S_6=25,1$, так как последняя значительно превосходит не только свои предыдущие величины $S_{2-4}=21,9$, но и «контрольную» величину $S_8=23,8$; нельзя также взять в качестве оптимальной и величину $S_8=21,2$, которая меньше предшествующей ей величины $S_2=21,9$. Очевидно, что в данном случае за оптимальную оценку случайной составляющей изменчивости следует принять величину $S_{10}=22,3$, которая больше своих предшествую-

ших величин, больше всех из них приближается по величине к соответствующей S_m по методу «удвоения» ($S_{10}=20,7$), но меньше «контрольной» $S_8=23,8$ (табл. 1).

Теоретически значимое предельное число приемов сглаживания можно определять из условий простых неравенств:

$$(n-m)-2 \geq m+1 \text{ или } n-m \geq m+3 \quad (1)$$

для методов последовательного удвоения и утроения и

$$(n-m)-4 \geq m+1 \text{ или } n-m \geq m+5 \quad (2)$$

для метода последовательного упятерения. Так, в случае примера А ($n=28$) такое число приемов сглаживания определится соответственно порядком $m=12$ и $m=10$. Из условий этих неравенств можно определять также минимально необходимое число исходных замеров содержания n в отдельном ряду (в условиях эквивалентной характеру изменчивости признака плотности наблюдений на каждом из объектов), которое при $m=6$ составит соответственно $n=15$ и $n=17$.

Для коренных и россыпных месторождений золота, например, такое минимальное необходимое число полных пересечений рудных тел в отдельных подземных горных выработках и линиях скважин может быть сравнительно легко достижимо уже на стадии предварительной разведки средних и крупных объектов. Для большинства месторождений цветных металлов и для наиболее простых месторождений редких металлов такое минимальное необходимое число полных пересечений рудных тел в отдельных разведочных линиях может быть получено лишь в детальную или эксплуатационную стадии разведки. Таким образом, только при условии достаточного числа полных пересечений рудных тел по основным направлениям их разведки возможно и целесообразно уточнение количественной оценки случайной изменчивости признака на основе показателя S_m . В случаях, не удовлетворяющих этому условию, более или менее точная количественная оценка случайной геологической изменчивости признака может быть произведена либо на основе показателя $H_{ск}$, либо на основе стандарта σ .

Сравнение полученных различных количественных оценок случайной изменчивости содержания золота для приведенных выше примеров дает следующие результаты (табл. 2). Наиболее правильную оценку степени случайной изменчивости содержания дают величины S_m : при практически

Таблица 2

Сравнительная количественная характеристика изменчивости содержания золота

Существующие оценки случайной изменчивости признака	Пример А (весьма невыдержанный характер координированной изменчивости)	Пример Б (невыдержанный характер координированной изменчивости)
S_m	22,5	22,3
$H_{ск}$	26,8	28,1
σ	24,9	33,6

одинаковом уровне случайной изменчивости общая изменчивость содержания золота в примере А оказывается более сложной, с учетом более сложного характера проявления здесь координированной изменчивости. Противоположная картина наблюдается по данным показателей σ и $H_{ск}$ *: представляемая ими по существу общая изменчивость содержания оказывается в примере Б, вопреки очевидности, более сложной, чем в

* Такая же картина наблюдается и по значениям $H_{2ск}$, вычисленным по вторым последовательным разностям ($H_{2ск(А)}=26,8$; $H_{2ск(Б)}=27,1$).

примере А. При этом наибольшее искажение в оценке случайной изменчивости признака может давать как σ , так и $H_{СК}$.

В случаях, когда координированная изменчивость носит характер (по Л. И. Четверикову) горизонтальной (тип первый) или сильно извилистой (тип четвертый) линии, как в примере А, показатели $H_{СК}$ и σ характеризуют совокупную случайную и координированную изменчивость. При этом, как известно, конкретные величины рассматриваемых оценок определяются соотношением степени изменения в генеральном среднем между двумя последовательными наблюдениями признака и мерой колеблемости его σ (5). Практически малое изменение в генеральном среднем между двумя последовательными наблюдениями признака по сравнению со стандартом колеблемости σ будет иметь место, если абсолютное значение средней последовательной разности $\bar{d}_i = (x_{i+1} - x_i)$ для данной совокупности признака будет меньше (или равно) соответствующего стандарта σ . Для такого рода выборочных совокупностей признака величина $H_{СК}$ будет меньше величины σ ; именно для такого рода выборочных совокупностей признака возможно применение (по предложению Л. И. Четверикова (6) критерия « r » суммы квадратов последовательных разностей для суждения о наличии или отсутствии закономерных изменений. В случаях, когда абсолютное значение средней последовательной разности \bar{d}_i для данной выборочной совокупности будет больше соответствующего σ , то величина $H_{СК}$ будет больше σ . Такой случай как раз имеет место в примере А ($d_i = 30$). Так как значение « r » в этих случаях будет больше единицы, то очевидно, что критерий « r », с его значимыми малыми значениями, не может быть использован для суждения о наличии или отсутствии закономерных изменений признака. Таким образом, наличие более сложного по характеру четвертого типа координированной изменчивости содержания в примере А будет отрицаться на основании критерия « r ».

В случае проявления в характере общей изменчивости содержания заметной тенденции роста или уменьшения значений его в виде наклонной (второй тип) или извилистой (третий тип) линии координированных изменений показатель $H_{СК}$, в отличие от σ , дает более близкую к действительной оценку случайной изменчивости (здесь, как правило, $\bar{d}_i \leq \sigma$). В этом случае показатель $H_{СК}$ может служить «экспрессной» ориентировочной оценкой действительной случайной изменчивости признака. Именно для такого рода совокупностей признаков из примеров общественно-производственной деятельности Б. С. Ястремский [7] рекомендует использование показателя $H_{СК}$ в качестве оптимальной оценки случайной изменчивости, именно для таких совокупностей возможно также применение критерия « r » для суждения о наличии или отсутствии координированных изменений признака.

ЛИТЕРАТУРА

1. П. Л. Каллистов. Изменчивость оруденения и плотность наблюдений при разведке и опробовании. «Сов. геол.», сб. 56, 1956.
2. В. М. Крейтер. Поиски и разведка месторождений полезных ископаемых, ч. 2. Госгеолтехиздат, 1961.
3. В. И. Кузьмин. Геометризация и подсчет запасов месторождений твердых полезных ископаемых. Изд. «Недра», 1967.
4. О. П. Сергеев. Анализ разведочной сети методом сравнения вариантов. «Разв. и охрана недр», № 11, 1960.
5. А. Хальд. Математическая статистика с техническими приложениями. ИЛ, 1956.
6. Л. И. Четвериков. Количественная оценка изменчивости содержания полезного ископаемого, наблюдаемой по данным опробования. Изв. ВУЗ «Геол. и разв.», № 3, 1968.
7. Б. С. Ястремский. Некоторые вопросы математической статистики. Госстатиздат, 1961.