

## КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЮРСКИХ ПОРОД КАНСКО-АЧИНСКОГО БАССЕЙНА

Н. С. РОГОВА, Г. Л. КАЛИНИЧЕНКО

(Представлена научным семинаром кафедры гидрогеологии  
и инженерной геологии)

Изучение закономерностей изменения показателей физико-механических свойств пород имеет существенное значение при оценке инженерно-геологических условий и позволяет более обоснованно подойти к оценке устойчивости бортов карьеров.

Детальное изучение физико-механических свойств юрских полускальных пород некоторых месторождений Канско-Ачинского бассейна позволило выявить ряд закономерностей их изменения.

Для оценки характера и степени изменчивости физико-механических свойств с глубиной, а также зависимости одних показателей от других, использован метод корреляционного анализа.

Основной задачей корреляционного анализа является установление формы и тесноты корреляционной связи между переменными. В качестве показателей тесноты связи используют корреляционное отношение и коэффициент корреляции.

Корреляционное отношение является более общей мерой связи и используется в качестве предварительной оценки тесноты связи между переменными. Определяется оно как

$$\gamma_{x/y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x}; \quad \gamma_{y/x} = \frac{\sigma_{yx}}{\sigma_y},$$

где

$\gamma$  — корреляционное отношение;

$\sigma_{yx}, \sigma_{xy}$  — средние квадратичные отклонения средних значений  $y$ , вычисленных для отдельных интервалов изменения величины  $x$ , и средних значений  $x$  вычисленных для отдельных интервалов изменения величины  $y$ ;

$\sigma_y, \sigma_x$  — средние квадратичные отклонения индивидуальных значений величин  $y$  и  $x$ .

Известно, что при больших  $n$  выборочное значение корреляционного отношения имеет закон распределения, близкий к нормальному с математическим ожиданием  $\gamma$  и среднеквадратическим отклонением:

$$\sigma_{\gamma} = \frac{1 - \gamma^2}{\sqrt{N - 1}},$$

где  $N$  — количество точек наблюдений.

Для оценки тесноты связи используется величина отношения  $\frac{\eta}{\sigma_{\eta}}$ .

Зависимость между показателями вполне достоверна, если  $\frac{\eta}{\sigma_{\eta}} \geq 3$ .

Для более точной оценки тесноты связи между показателями при числе определений  $> 20$  используют корреляционное отношение, уменьшенное на величину, равную трехкратной ошибке.

Если  $\eta - 3\sigma_{\eta} < 0$  — зависимость отсутствует;  
 $0 < \eta - 3\sigma_{\eta} < 0,5$  — очень слабая;  
 $0,5 < \eta - 3\sigma_{\eta} < 0,7$  — слабая;  
 $0,7 < \eta - 3\sigma_{\eta} < 0,9$  — тесная;  
 $\eta - 3\sigma_{\eta} < 0,9$  — очень тесная.

Коэффициент корреляции определяется по формуле

$$r = \frac{\Sigma (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{(N-1) \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{\Sigma (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\Sigma (x - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\Sigma (y - \bar{y})^2}},$$

где  $\bar{x}, \bar{y}$  — средние значения переменных, определяемые по формулам

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{N}; \quad \bar{y} = \frac{\Sigma y}{N},$$

$N$  — число определений;

$\sigma_x, \sigma_y$  — средние квадратичные отклонения частных значений величин  $x$  и  $y$ , находятся по формулам:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\Sigma (y - \bar{y})^2}{N-1}}; \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{N-1}}.$$

Среднеквадратичное отклонение коэффициента корреляции определяется как

$$\sigma_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{N-1}}$$

Если подходить строго практически при количестве определений равном или более 30, с надежностью 0,99 действительное значение коэффициента корреляции должно быть в интервале  $(r - 3\sigma_r, r + 3\sigma_r)$ . В нашем случае вполне достаточно надежности 0,90, тогда действительное значение коэффициента корреляции будет лежать в границах  $r - 1,6\sigma_r$  и  $r + 1,6\sigma_r$  (Смирнов, Дунин-Барковский, 1959). Для получения доверительных интервалов коэффициента корреляции можно пользоваться также специальными таблицами и графиками.

Таким образом, при обработке фактического материала в случае линейной связи между переменными истинный коэффициент корреляции должен находиться в доверительном интервале  $r \pm 1,6\sigma_r$ .

Если значение нижней границы очень мало ( $r - 1,6\sigma_r \leq 0$ ), значит линейная корреляционная связь между переменными отсутствует, однако это не исключает возможности криволинейной связи. Для проверки этого положения можно пользоваться сопоставлением величин корреляционного отношения и граничных значений коэффициента корреляции. Если значения  $\eta_{x/y}$  и  $\eta_{y/x}$  лежат внутри граничных значений коэффициента корреляции, связь между переменными считается линейной. Если нижняя граница коэффициента корреляции очень мала и величина корреляционного отношения его превышает, значит связь нелинейна.

Более строгий критерий проверки гипотезы о линейном виде зависимости основан на том, что величина

$$W^2 = \frac{(n-k)(\hat{\gamma}_{y/x}^2 - r^2)}{(k-2)(1 - \hat{\gamma}_{y/x}^2)}$$

распределена по закону  $F(m, l)$  с числом степеней свободы: числитель  $m = k-2$  и знаменатель  $l = n-k$ , где  $n$  — объем выборки,  $k$  — число интервалов, на которые разбиваются возможные значения  $x$ .

Определение формы зависимости между исследуемыми величинами проводится путем построения эмпирической линии регрессии по средним значениям  $\bar{y}$ , вычисленным для каждого значения  $x$ . Форма связи может быть линейной или криволинейной.

Для выявления тесноты зависимости и формы связи между показателями физико-механических свойств пород и глубиной, с одной стороны, и взаимозависимости между некоторыми из них, с другой, нами прежде всего был систематизирован весь фактический материал.

Результаты каждого наблюдения отмечали в системе координат точкой. Нанеся все точки наблюдений, мы получили корреляционное поле. В нашем случае было построено 33 корреляционных поля. Необходимость такого построения заключается в том, что с их помощью составляются корреляционные таблицы, необходимые для подсчета коэффициента корреляции, корреляционного отношения и построения теоретических кривых регрессии  $X$  на  $Y$  и  $Y$  на  $X$ . Затем намечаем систему интервалов группировки по признакам  $X$  и  $Y$  и соответственно ей на корреляционное поле накладываем координатную сетку. В каждой клетке координатной сетки подсчитываем число точек и заносим в корреляционную таблицу (см. таблицу). Рассчитаем средние величины для всех рядов распределения  $Y$ , соответствующих заданным значениям  $X$ . Вычисления производим по формуле:

$$\bar{Y}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{m_i} Y_{ij}$$

Результаты наносим на корреляционное поле. Соединяя их последовательно прямыми линиями, получаем эмпирическую линию регрессии, параметры теоретической линии регрессии находятся по способу наименьших квадратов.

Все расчеты по определению коэффициента корреляции и корреляционного отношения выполнены по вышеприведенной методике, а также были запрограммированы и выполнены на электронно-вычислительной машине «Минск-1».

Обработка имеющегося фактического материала с использованием корреляционного анализа позволила установить качественную и количественную зависимость между следующими показателями.

### 1. Между плотностью пород и глубиной их залегания

На Березовском месторождении связь между плотностью пород и глубиной их залегания нелинейная. Подтверждением этому служат очень низкие значения коэффициентов корреляции и их нижних границ. Так, коэффициент корреляции у алевролитов равен 0,14. Доверительные границы коэффициента корреляции  $0,04 < r < 0,28$ . Значения корреляционных отношений  $\gamma_{y/x} = 0,26$ ,  $\gamma_{x/y} = 0,25$ .

Корреляционная таблица для аргиллитов  
 Признаки: объемный вес скелета — влажность

	10— 11	11— 12	12— 13	13— 14	14— 15	15— 16	16— 17	17— 18	18— 19	19— 20	20— 21	21— 22	22— 23	23— 24	24— 25	25— 26	26— 27	27— 28	Итого
1,95—2,0			1	1	1														4
1,90—1,95	1		1	3	1	1													10
1,85—1,90		1	2	1	3	2	1	1											11
1,80—1,85	1	1	1	—	1	5	6	3	—										18
1,75—1,80						3	5	5	6	1									15
1,70—1,75						2	3	3	5	2	1			1					14
1,65—1,70							1	1	3	4	3		1						14
1,60—1,65							1		1		1	2	1						5
1,55—1,60							1								1	1	1		4
1,50—1,55							1		1						1	1	—	2	5
1,45—1,50												1							1
1,40—1,45																			
Итого:	2	2	5	5	8	12	12	13	16	7	5	5	2	1	1	2	1	2	101

У пород Назаровского и Абанского месторождений эта связь линейная. Для песчаников Абанского месторождения коэффициент корреляции  $r=0,50$ . Действительное значение коэффициента корреляции находится в пределах  $0,34 < r < 0,66$ . Корреляционные отношения  $\eta_{x/y} = 0,67$  и  $\eta_{y/x} = 0,58$ , то есть оба значения корреляционных отношений находятся в доверительных границах коэффициента корреляции. Таким образом, величины  $r$ ,  $\eta_{x/y}$ ,  $\eta_{y/x}$  указывают на слабую линейную зависимость между объемным весом скелета и глубиной залегания песчаников Абанского месторождения. У алевролитов Абанского месторождения эта связь характеризуется значением  $r=0,40$ , который находится в пределах  $0,27 < r < 0,53$ . Корреляционные отношения  $\eta_{x/y} = 0,47$ ,  $\eta_{y/x} = 0,48$  и, находятся в доверительных границах коэффициента корреляции.

У алевролитов Назаровского месторождения связь плотности с глубиной характеризуется  $r=0,58$ ,  $\eta_{x/y} = 0,83$ ,  $\eta_{y/x} = 0,81$ . Доверительные границы коэффициента корреляции  $0,34 < r < 0,82$ . Таким образом, величины  $r$ ,  $\eta_{x/y}$ ,  $\eta_{y/x}$  и их соотношение указывают на слабую линейную связь между плотностью и глубиной залегания алевролитов данного месторождения.

## 2. Между плотностью пород и их влажностью

На Березовском месторождении зависимость между плотностью песчаников и влажностью выражается следующей формулой:

$$\delta = 1,95 - 0,014W \text{ при } r = 0,49.$$

Для песчаников Абанского месторождения эта зависимость имеет вид

$$\delta = 1,71 - 0,0052W \text{ при } r = 0,12,$$

а Назаровского —  $\delta = 1,93 - 0,01W$  при  $r = 0,48$ , где  $\delta$  — объемный вес скелета,  $W$  — влажность.

Однако теснота связи между влажностью и плотностью у различных типов пород неодинакова. У песчаников эта зависимость носит очень слабый линейный характер.

Более тесная зависимость между влажностью и плотностью установлена для глинистых пород. Доверительные границы коэффициента корреляции в данном случае  $0,25 < r < 0,97$ . Значения корреляционных отношений  $\eta_{x/y} = 0,81$ ,  $\eta_{y/x} = 0,74$ , то есть оба находятся в доверительных границах коэффициента корреляции. Таким образом,  $r$ ,  $\eta_{x/y}$  и  $\eta_{y/x}$  и их соотношения указывают на тесную линейную связь между влажностью и плотностью глинистых пород. Уравнение линейной зависимости между плотностью и влажностью глинистых пород имеет следующий вид:

Березовское месторождение: алевролиты —  $\delta = 1,99 - 0,013 W$  при  $r = 0,64$ ; аргиллиты —  $\delta = 2,19 - 0,25W$  при  $r = 0,77$ .

Для алевролитов Абанского месторождения  $\delta = 2,03 - 0,02W$  при  $r = 0,71$ ; для алевролитов Назаровского —  $\delta = 2,06 - 0,02W$  при  $r = 0,80$ .

## 3. Между сцеплением пород и их влажностью

Для песчаников Березовского месторождения эта зависимость имеет вид  $C = 9,52 - 0,31W$ ; алевролитов —  $C = 8,40 - 0,20W$ ; аргиллитов —  $C = 11,66 - 0,34W$ .

В условиях Абанского месторождения эти уравнения имеют следующее математическое выражение; песчаники— $C=11,33-0,39W$ ; алевролиты— $C=15,69-0,31W$ , где  $C$ — сцепление,  $t/m^2$ ,  $W$ — влажность в %.

#### 4. Между сцеплением и плотностью глинистых пород

Установлено, что с повышением плотности сцепление увеличивается. Математическое выражение зависимости в условиях Березовского месторождения имеет следующий вид. Для алевролитов  $C=0,9\delta-1,0$  при  $r=0,30$ ; аргиллитов  $C=12,4\delta-16,1$  при  $r=0,37$ .

#### 5. Между временным сопротивлением раздавливанию и влажностью

При определении временного сопротивления раздавливанию пород Березовского месторождения установлено, что для пород с высокими значениями  $\sigma_{сж}$  характерны, как правило, низкие значения влажности. Зависимость между этими переменными имеет криволинейный вид.

У песчаников она выражается как  $\sigma_{сж} = \frac{3668}{W} - 168$ , у алевролитов  $\sigma_{сж} = \frac{6226}{W} - 204,4$ ; аргиллитов  $\sigma_{сж} = \frac{5500}{W} + 50$ , где  $\sigma_{сж}$ — временное сопротивление пород раздавливанию в  $t/m^2$ ,  $W$ — влажность в %.

Таким образом, используя корреляционный анализ, мы получили качественное и количественное представление о характере и тесноте связи между отдельными показателями.

#### ЛИТЕРАТУРА

Н. В. Смирнов, И. В. Дунин-Барковский. Краткий курс математической статистики для технических приложений. Физматгиз, 1959.