

# ИЗУЧЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ДИНАМИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ГОРНОГО МАССИВА ПО ДАННЫМ СЕЙСМИЧЕСКОГО КАТАЛОГА В ГЛУБОКИХ ШАХТАХ ПРИ ТЕХНОГЕННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ\*

Для продолжения геоинформационных исследований мы использовали разработанный алгоритм обработки сейсмологической информации детального шахтного каталога [9], позволяющий извлечь дополнительную важную информацию для прогноза опасных явлений в рудных глубоких шахтах. Дополнительно мы акцентировали свое внимание на процесс подготовки резонансного выброса энергии, включающий не только непосредственное влияние взрывов, но и последовательное влияние слабо энергетических откликов, которые в свою очередь проявляются в виде толчков, способствующих подготовке резонансного выброса. Используются информативные признаки подготовки высокоэнергетических динамических явлений: время запаздывания отклика на техногенные воздействия и объем формирования очага горного удара в виде градаций расстояний от предполагаемого очага. Полученная комплексная информация из данных сейсмологического каталога является важной для прогноза опасных явлений в рудных шахтах. Сделана рекомендация о комплексировании сейсмологического и электромагнитного мониторинга, использующего метод неразрушающего контроля.

Ключевые слова: отклик массива, сейсмический шахтный каталог, анализ натурных данных, алгоритм обработки сейсмологической информации, время подготовки горных ударов, объем очага.

## Введение

**И**сследования состояния массива с использованием подходов теории динамических систем [1] производились с целью выяснения критериев смены режимов диссипативности

\* Работа выполнена в рамках ПП с СО РАН 2012–2014.

для реальных горных массивов, находящихся под сильным техногенным воздействием. Для реализации этого исследования разработаны математические алгоритмы моделирования распространения сейсмического поля в слоисто-блоковых средах с иерархически неоднородными включениями [2, 3]. Для создания динамической модели, адекватной процессам подготовки высокоэнергетических проявлений в горных массивах, находящихся под сильным техногенным воздействием, был произведен анализ данных детального сейсмического каталога Таштагольского подземного рудника за два года наблюдений с января 2006 г. по январь 2008 г. В качестве данных использованы пространственно-временные координаты всех динамических явлений—откликов массива, происшедших за этот период внутри шахтного поля, и взрывов, произведенных для отработки массива, а также значения зафиксированной сейсмической станцией энергии взрывов и откликов массива [4]. Все шахтное поле было разделено на две половины: выработки северо-западного участка, районы стволов Западная и Ново-Капитальная и выработки с 0 по 13 обозначены нами, как северный участок. Выработки с 14 по 31, южный вентиляционный и полевой штреки, ствол Южной шахты, выработки юго-восточного участка обозначены как южный участок. Все события—отклики были анализированы с горизонтов  $-140$  м,  $-210$  м,  $-280$  м,  $-350$  м. Взрывы производились на южном, юго-восточном, северо-западном и северном участках. Сейсмологический каталог был также разделен на две части: северную и южную, по событиям: откликам и по взрывам, происходившим в северной и южной части шахтного поля.

Фазовые портреты состояния массивов северного и южного участков построены в координатах  $E_v(t)$  и  $d(E_v(t))/dt$ ,  $t$  — время, выраженное в долях суток,  $E_v$  — выделенная массивом сейсмическая энергия в Дж. В работе [4] проанализирована морфология фазовых траекторий сейсмического отклика на взрывные воздействия в различные последовательные промежутки времени южного участка шахты. В этот период по данным о произведенных технологических и массовых взрывах большая часть энергии была закачана именно в южный участок шахты. Кроме того в конце 2007 г. именно в южном участке произошел один из самых сильных горных ударов за всю историю работы рудника. В результате анализа выделена характерная морфология фазовых траекторий отклика массива, находящегося локально во времени в устойчивом состоянии. На фазовой плоскости имеется локальная область в виде клубка переплетенных траек-

торий и небольшие выбросы от этого клубка, не превышающие по энергии значений  $10^5$  Дж. В некоторые промежутки времени этот выброс превышает  $10^5$  Дж, достигая  $10^6$  Дж и даже  $10^9$  Дж [3, 4]. Очевидно, что имеют место два взаимозависящих друг от друга процесса. Процесс накопления энергии, что отражается в области, притягивающей фазовые траектории, и процесс резонансного сброса накопленной энергии. Интересно отметить, что после этого сброса система возвращается снова в эту же притягивающую фазовые траектории область. Это подтверждается и детальным анализом фазовых траекторий сейсмического отклика массива до и после самого сильного горного удара. Однако на процесс изменения состояния массива сильно влияет процесс достаточно регулярного внешнего воздействия в виде взрывов различной мощности. За время между взрывами массив не успевает выделить полученную им энергию, что приводит к реакции запаздывания отклика и нелинейности его проявления, что затрудняет прогноз по времени сильно энергетического разрушительного события [5].

Исходя из идей, изложенных в работах [6], анализируемая база данных была дополнена данными пространственных координат взрывов. На этой основе был разработан новый алгоритм обработки сейсмологической информации детального шахтного каталога с учетом кинематических и динамических характеристик деформационных волн, распространяющихся с разными скоростями в массиве горных пород, находящегося под интенсивным внешним воздействием в виде массовых или технологических взрывов [7]. Было установлено, что волны, распространяющиеся со скоростями от 10 до 1 м/час, являются преимущественным переносчиком энергии в массиве и способствуют ее выделению. События, происходящие в массиве с этими скоростями и обладающие энергией выделения меньше, чем  $10^4$  Дж способствуют криповой перестройке иерархических включений блоковых частей массива, которые приводят к организации нового участка динамической неустойчивости. События, происходящие в массиве с этими скоростями и обладающие энергией выделения больше, чем  $10^5$  Дж, могут быть использованы как предвестники и которые рекомендуется принимать во внимание при корректировке производства взрывов в той или иной части массива. Полное отсутствие этих событий свидетельствует об увеличении напряженного состояния в массиве шахты в целом. В работе [9] разработан алгоритм обработки сейсмологической информации детального шахтного

каталога для определения информативных признаков подготовки высокоэнергетических динамических явлений. Для этого предприняты количественные оценки параметра запаздывания высокоэнергетического отклика массива на ряд техногенного воздействия, во время которого значительную часть времени составляло отсутствие отклика массива. Отклик  $8.14E+08$  Дж произошел 25.11.2007 г. с координатами  $x = 11\ 928$  м,  $y = 11\ 627$  м,  $z = -264$  м(+(-450 м)). Нами получены дополнительные оценки расстояний от точки взрыва до точки отклика массива. Координаты взрывов и откликов массива взяты из сейсмического шахтного каталога Таштагольского рудника. Как следует из проведенного анализа, отклик массива в виде высокоэнергетического отклика проявляется только, начиная с расстояний между точкой воздействия и отклика от 100 м до 200 м. При этом время запаздывания реакции массива на оказанное в виде взрыва воздействие составляет десятки и даже сотни суток. Поэтому, несмотря на то, что от последнего взрыва этот отклик произошел практически мгновенно [9], ему предшествовал длинный процесс подготовки резонансного выброса энергии [10], который необходимо сопровождать электромагнитным мониторингом возникновения и скопления дезинтеграционных зон в объеме массива:  $dx = 100-180$  м,  $dy = 33-180$  м,  $z = (-210-(-300))+(-450)$  м.

Для продолжения геоинформационных исследований мы использовали разработанный алгоритм обработки сейсмологической информации детального шахтного каталога [9], позволяющий извлечь дополнительную важную информацию для прогноза опасных явлений в рудных глубоких шахтах. Дополнительно мы акцентировали свое внимание на процесс подготовки резонансного выброса энергии, включающий не только непосредственное влияние взрывов, но и последовательное влияние слабо энергетических откликов, которые в свою очередь проявляются в виде толчков, способствующих подготовке резонансного выброса. В качестве анализируемого материала мы использовали данные сейсмологического каталога (взрывы, толчки и отклики массива, происшедшие в северной части шахты в 2013–2014 гг.).

Данные, представленные в таблице, являются результатом применения разработанного алгоритма обработки данных [9], представленных в сейсмологическом шахтном каталоге за период с 2013 по 2014 гг. Введены градации состояния массива по расстояниям между точками взрывов и точками отклика массива: 0–50 м, 50–100 м, 100–150 м, 150–350 м.



*Информация об энергетических ( $E > 10^4$  Дж) и временных характеристиках взрывов, толчков в объеме массива северной части Таштагольской шахты за 2 013–2 014 гг. по данным сейсмологического каталога (энергия откликов  $E_o > 10^4$  Дж)*

Расстояние $r$ до 50 м от воздействия до отклика массива			Расстояние $r$ от 50 м до 100 м от воздействия до отклика массива		
Взрывы	Время $t$ (сут)	Энергия $E_b$ (Дж)	Взрывы	Время $t$ (сут)	Энергия $E_b$ (Дж)
(6)	41 322	2.93E+06	(6)	41 322	2.93E+06
(49)	41 616	1.68E+06	(14)	41 364	1.63E+06
(59)	41 665	1.29E+08	(22)	41 437	2.07E+06
(79)	41 804	5.57E+06	(25)	41 462	1.89E+06
(93)	41 903	1.89E+06	(30)	41 490	2.07E+06
			(33)	41 511	1.E+05
			(59)	41 665	1.29E+08
			(61)	41 679	2.07E+06
			(82)	41 826	7.16E+06
Толчки		$E_b$ (Дж)	Толчки		$E_b$ (Дж)
T2	41 335	2.44E+04	T11	41 455	2.15E+07
T11	41 455	2.15E+07	T11'	41 455	1.1E+04
T11'	41 455	1.1E+04	T25	41 532	7.03E+04
T12	41 456	4.69E+04	T26	41 532	1.54E+05
T16	41 496	3.45E+04	T30	41 549	1.04E+04
T20	41 497	4.59E+06	T37	41 738	1.65E+04
T22	41 506	7.71E+04	T42	41 804	1.24E+04
T30	41 549	1.04E+04	T49	41 829	2.79E+04
T32	41 620	3.45E+04			
T33	41 665	4.52E+04			
T40	41 783	4.52E+04			
T44	41 804	3.66E+05			

Расстояние $r$ от 100 м до 150 м от воздействия до отклика массива			Расстояние $r$ от 150 м до 350 м от воздействия до отклика массива		
Взрывы	Время $t$ (сут)	Энергия $E_b$ (Дж)	Взрывы	Время $t$ (сут)	Энергия $E_b$ (Дж)
(1)	41 287	1.55E+06	(13)	41 357	3.43E+06
(25)	41 462	1.89E+06	(21)	41 434	8.06E+05
(54)	41 630	2.27E+06	(28)	41 476	3.17E+06
(57)	41 651	1.89E+06	(36)	41 532	3.24E+08
(76)	41 790	1.62E+06	(58)	41 658	2.11E+06
(79)	41 804	5.57E+06	(79)	41 804	5.57E+06
			(81)	41 819	2.06E+05
			(85)	41 847	2.27E+06
			(92)	41 900	4.85E+06
Толчки		$E_b$ (Дж)	Толчки		$E_b$ (Дж)
T17	41 496	1.03E+05	T14	41 474	1.1E+04
T20	41 497	4.59E+06	T15	41 483	2.44E+04
T23	41 523	1.1E+04	T16	41 496	3.45E+04
T31	41 598	1.56E+04	T20	41 497	4.59E+06
T33	41 665	4.52E+04	T22	41 506	7.71E+04
T36	41 723	1.83E+04	T30	41 549	1.04E+04
T50	41 831	1.48E+04	T36	41 723	1.83E+04
			T37	41 738	1.65E+04

Обозначения:  $\sigma$  – воздействие, все воздействия пронумерованы последовательно согласно каталогу;  $dx, dy, dz$  – разность декартовых координат точек воздействия и отклика,  $r = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$  – расстояние между точкой воздействия и отклика,  $t$  – время воздействия в сутках, 1 января 2013 г. – 41 275 сут.,  $E_b$  – энергия воздействия,  $E_o$  – энергия отклика.

### Обсуждение результатов

Из графиков фазовых диаграмм (см. Приложение) рис. 1,  $a$  следует, что максимальный выброс энергии  $E_o > 10^7$  Дж произошел в массиве для всех градаций расстояний, однако с большим разбросом времени запаздывания отклика от 75 суток для чет-

вертой градации до 190 суток для третьей градации. Как следует для второго периода (рис. 1, б) наибольший выброс энергии наблюдается для четвертой градации расстояний:  $E_0 > 10^7$  Дж, для второй градации –  $E_0 > 10^6$  Дж, для третьей градации наблюдается затишье откликов, для первой градации –  $E_0 > 10^5$  Дж. В течение третьего периода (рис. 1, в) для третьей градации по-прежнему наблюдается затишье, первая и вторая градация демонстрируют практически одинаковое динамическое состояние, четвертая градация уменьшает разброс выделяемой откликами энергии. На рис. 1, г отчетливо виден очередной выброс энергии откликом для первой, третьей (после затишья) и четвертой градаций расстояний  $E_0 > 10^6$  Дж. На рис. 1, д, е, ж, з, и отчетливо видно практически одинаковое изменение энергетического состояния массива для всех градаций расстояний. При этом энергетических выбросов не наблюдается.

### **Выводы**

Как следует из анализа данных таблицы и рис. 1(а-и) отклики массива для различных градаций расстояний проявляются иногда для всех градаций, иногда только для нескольких. При этом время запаздывания реакции массива на оказанное в виде взрыва воздействие составляет десятки и даже сотни суток (время запаздывания приведено в легендах рисунков). Поэтому, аналогично выводам работы [12] высокоэнергетическому отклику предшествует длинный процесс подготовки резонансного выброса энергии [10], который необходимо сопровождать электромагнитным мониторингом возникновения и скопления дезинтеграционных зон в объеме массива. Важно учитывать не только непосредственно влияющие взрывов на этот процесс, а и отклики, проявляющиеся спустя некоторое время как толчки, способствующие резонансному выделению энергии. Разработанный алгоритм обработки сейсмологической информации детального шахтного каталога позволяет извлечь дополнительную важную информацию для прогноза опасных явлений в рудных шахтах и для развития теории динамических явлений в природных геолого-геофизических средах.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. *Наймарк Ю. И., Ланда П. С.* Стохастические и хаотические колебания. – М.: Книжный дом «Либроком», 2009. – 424 с.
2. *Хачай О. А., Хачай А. Ю.* Моделирование сейсмического и электромагнитного поля в иерархически неоднородных средах // Вестник

Южно-Уральского государственного университета. Серия Вычислительная математика и информатика. — 2014. — т. 3. — № 1. — С. 33–43.

3. *Khachay O. A., Khachay A. Yu., Khachay O. Yu.* Dynamical model for evolution of Rock Massive State as a Response on a Changing of Stress-Deformed State. // Fractal analysis and Chaos in Geosciences, chapter 5 / Edited by Sid-Ali Quadfeul. — In Tech, Croatia. 2012. — 174 p.

4. *Хачай О. А.* Изучение и контроль состояния горных массивов с позиции теории открытых динамических систем // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2013. — № 7. — С. 145–151.

5. *Хачай О. А., Хачай А. Ю.* Изучение напряженно-деформированного состояния иерархических сред / Третья тектонофизическая конференция в ИФЗ РАН. Материалы докладов конференции 8–12 октября 2012 г. — М.: ИФЗ РАН, 2012. — С. 114–117.

6. *Опарин В. Н., Востриков В. Н., Танциев А. П. и др.* Об одном кинематическом критерии прогнозирования предельного состояния массивов горных пород по шахтным сейсмологическим данным // ФТПРПИ. — 2006. — № 6. — С. 3–10.

7. *Хачай О. А., Хачай О. Ю.* Алгоритм построения сценария подготовки горных ударов в породных массивах под воздействием взрывов по данным сейсмического каталога // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2014. — № 4. — С. 239–246.

8. *Чуличков А. И.* Математические модели нелинейной динамики. — М.: Физматлит, 2003. — 294 с.

9. *Хачай О. А., Хачай О. Ю., Клишко В. К., Шипеев О. В.* Информативные признаки подготовки высокоэнергетических динамических явлений по данным шахтного сейсмологического мониторинга // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2015. — № 4. — С. 155–216.

10. *Хачай О. А., Хачай О. Ю.* Сопоставление особенностей синергетических свойств состояния удароопасного массива горных пород, определяемых по данным сейсмического и индукционного электромагнитного мониторинга // Мониторинг. Наука и технологии. — 2014. — № 3. — С. 50–55. **ПЛАБ**

#### КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

*Хачай Ольга Александровна* — доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник,

Институт геофизики УрО РАН,  
e-mail: olgakhachay@yandex.ru,

*Хачай О. Ю.* — кандидат физико-математических наук, доцент, Институт математики и компьютерных наук, Уральский федеральный университет,  
e-mail: khachay@yandex.ru,

*Клишко Валерий Константинович* — Таштагольский подземный рудник, e-mail: Valery.Klimko@evraz.com,

*Шипеев Олег Васильевич* — кандидат технических наук, Таштагольский подземный рудник,  
e-mail: Oleg.Shipeev@evraz.com.

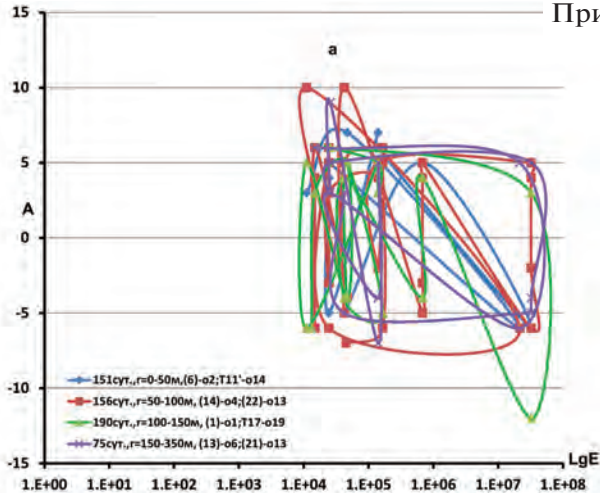


Рис. 1, а. Фазовые диаграммы динамического состояния массива северной части шахтного массива за первый период 210 суток для четырех градаций расстояний:  $r = 0-50$  м;  $r = 50-100$  м;  $r = 100-150$  м;  $r = 150-350$  м.

Обозначения: вертикальная ось:  $A = aLgf$ ,  $f = \left| \frac{\partial E_V}{\partial t} \right|$ ,  $a = \text{sign} \partial E_V$ ,  $E_V = E_B - E_0$ , горизонтальная ось:  $LgE = LgE_0$ .

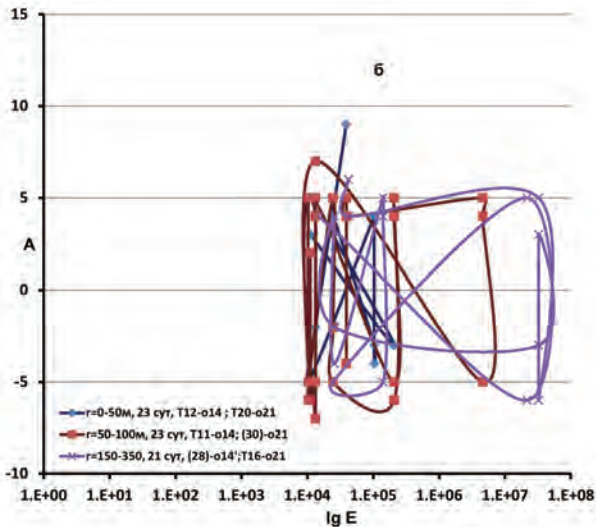


Рис.1, б. Фазовые диаграммы динамического состояния массива северной части шахтного массива за второй период 42 суток для трех градаций расстояний:  $r = 0-50$  м;  $r = 50-100$  м;  $r = 150-350$  м. Обозначения те же, что и для рис. 1, а

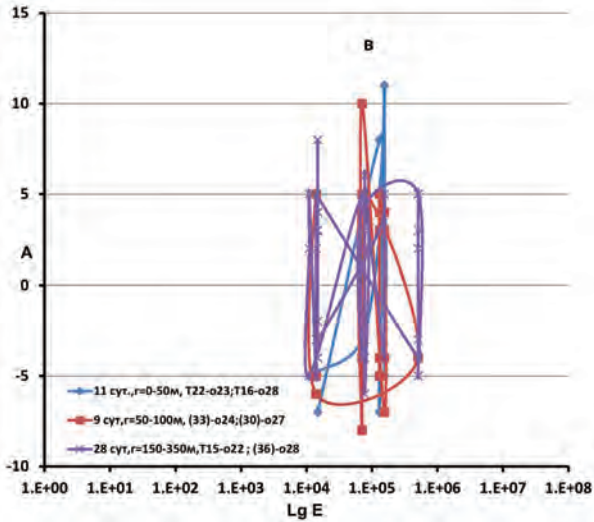


Рис. 1, в. Фазовые диаграммы динамического состояния массива северной части шахтного массива за третий период 51 сутки для трех градаций расстояний:  $r = 0-50$  м;  $r = 50-100$  м;  $r = 150-350$  м. Обозначения те же, что и для рис. 1, а

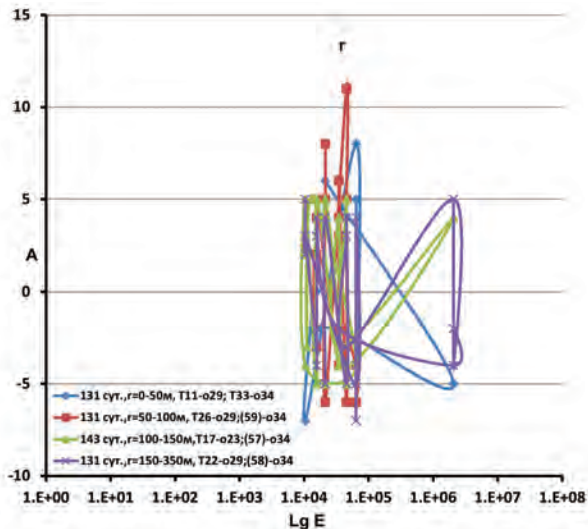


Рис. 1, г. Фазовые диаграммы динамического состояния массива северной части шахтного массива за четвертый период 211 суток для четырех градаций расстояний:  $r = 0-50$  м;  $r = 50-100$  м;  $r = 100-150$  м;  $r = 150-350$  м. Обозначения те же, что и для рис. 1, а

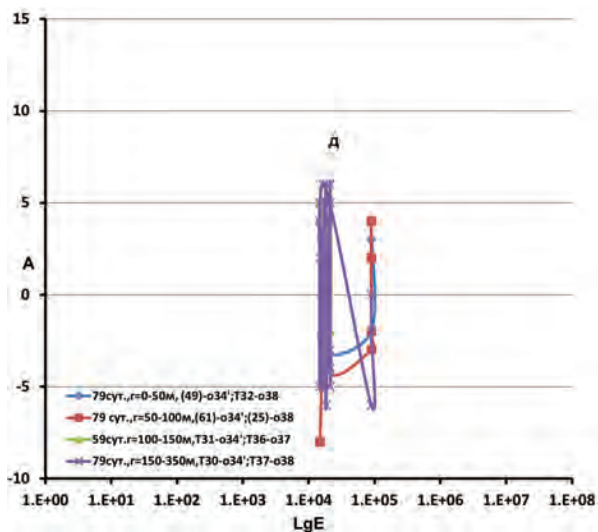


Рис. 1, д. Фазовые диаграммы динамического состояния массива северной части шахтного массива за пятый период 209 суток для четырех градаций расстояний:  $r = 0-50$  м;  $r = 50-100$  м;  $r = 100-150$  м;  $r = 150-350$  м. Обозначения те же, что и для рис. 1, а

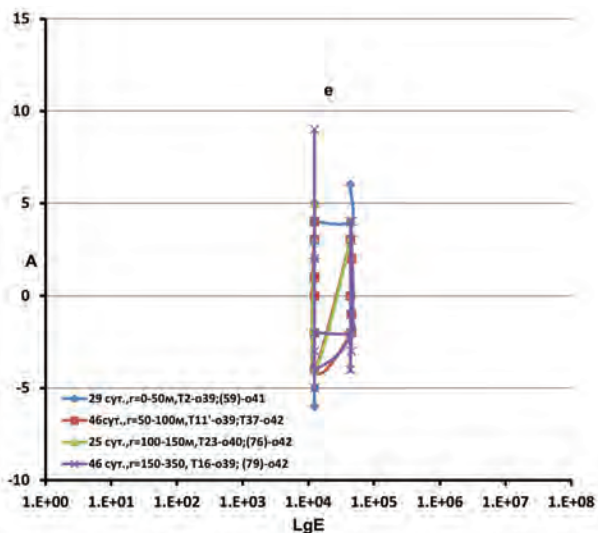


Рис. 1, е. Фазовые диаграммы динамического состояния массива северной части шахтного массива за шестой период 469 суток для четырех градаций расстояний:  $r = 0-50$  м;  $r = 50-100$  м;  $r = 100-150$  м;  $r = 150-350$  м. Обозначения те же, что и для рис. 1, а



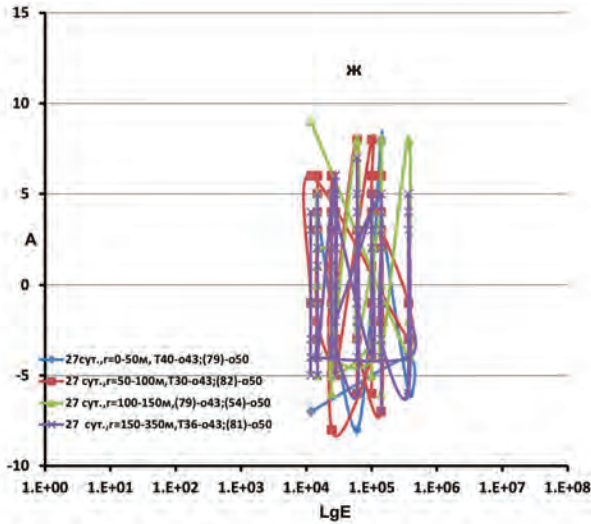


Рис. 1, ж. Фазовые диаграммы динамического состояния массива северной части шахтного массива за седьмой период 282 суток для четырех градаций расстояний:  $r = 0-50$  м;  $r = 50-100$  м;  $r = 100-150$  м;  $r = 150-350$  м. Обозначения те же, что и для рис. 1, а

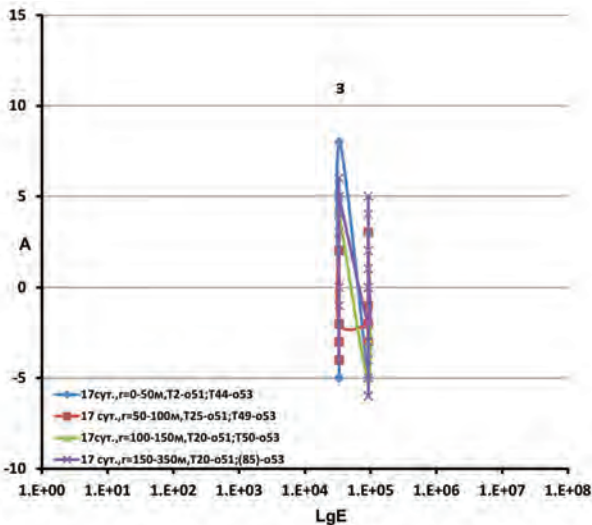


Рис. 1, з. Фазовые диаграммы динамического состояния массива северной части шахтного массива за восьмой период 515 суток для четырех градаций расстояний:  $r = 0-50$  м;  $r = 50-100$  м;  $r = 100-150$  м;  $r = 150-350$  м. Обозначения те же, что и для рис. 1, а

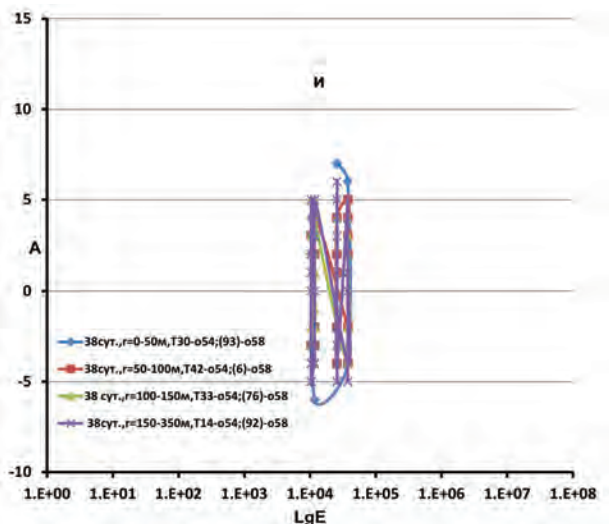


Рис. 1, и. Фазовые диаграммы динамического состояния массива северной части шахтного массива за девятый период 429 суток для четырех градаций расстояний:  $r = 0-50$  м;  $r = 50-100$  м;  $r = 100-150$  м;  $r = 150-350$  м. Обозначения те же, что и для рис. 1, а

Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'. 2016. No. 4, pp. 217–230.

UDC 622.83 +  
530.1 (075.8)

**O.A. Khachay, O.Yu. Khachay, V.K. Klimko, O.V. Shipeev**  
**RESEARCH OF NONLINEAR DYNAMICAL**  
**STATE OF ROCK MASSIF ACCORDING**  
**TO SEISMIC CATALOGUE DATA**  
**OF DEEP MINES**  
**BY TECHNOGENIC INFLUENCE**

To continue the geoinformatic research, we used the processing algorithm developed for detailed seismological information of mine catalogue [9], which allows extracting additional important information for the prediction of dangerous phenomena in the deep ore mines. In addition, we focused our attention on the process of preparing the resonance energy release, which includes not only the direct impact of explosions, but consistent effect of weak energy responses, which in turn manifest as tremors, contributing to the preparation of the resonance ejection. We used informative signs of preparation of high-dynamic phenomena: the lag time of response to man-made effects and volume of the formation of the focus of mining

strike in the form of gradation distances from the intended focus. The resulting combined information from seismic data catalogue is important for the prediction of hazards in ore mines. We had made recommendations on the joined seismological and electromagnetic monitoring using. The last is based on the method of non-destructive control.

Key words: massif response, seismological mining catalogue, analyze of observed data, algorithm of seismological information processing, informative attributes, time of preparing rock bursts, focus volume.

#### AUTHORS

*Khachay O.A.*, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Leading Researcher, e-mail: olgakhachay@yandex.ru, Institute of Geophysics of Ural Branch of Russian Academy of Sciences, 620016, Ekaterinburg, Russia,  
*Khachay O. Yu.*, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor, Ural Federal University, Institute of Mathematics and Computer Sciences, 620146, Ekaterinburg, Russia, e-mail: khachay@yandex.ru,  
*Klimko V.K.*<sup>1</sup>, e-mail: Valery.Klimko@evraz.com,  
*Shipeev O.V.*<sup>1</sup>, Candidate of Technical Sciences, e-mail: Oleg.Shipeev@evraz.com,  
<sup>1</sup> Tashtagol mine, 652970, Kemerovo region, Tashtagol, Russia.

#### ACKNOWLEDGEMENTS

The work has been supported by the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences in the frame work of the partner program for 2024–2016.

#### REFERENCES

1. Naymark Yu. I., Landa P.S. *Stokhasticheskie i khaoticheskie kolebaniya* (Stochastic and chaotic oscillations), Moscow, Knizhnyy dom «Librokom», 2009, 424 p.
2. Khachay O. A., Khachay A. Yu. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya Vychislitel'naya matematika i informatika*. 2014. т. 3, no 1, pp. 33–43.
3. Khachay O.A., Khachay A. Yu., Khachay O. Yu. Dynamical model for evolution of Rock Massive State as a Response on a Changing of Stress-Deformed State. *Fractal analysis and Chaos in Geosciences*, chapter 5. Edited by Sid-Ali Quadfeul. In Tech, Croatia. 2012. 174 p.
4. Khachay O.A. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'*. 2013, no 7, pp. 145–151.
5. Khachay O. A., Khachay A. Yu. *Tret'ya tektonofizicheskaya konferentsiya v IFZ RAN*. Materialy dokladov konferentsii 8–12 oktyabrya 2012 g. (III Conference on Tectonophysics, Institute of Physics of the Earth, RAS. Conference proceedings, 8–12 October 2012), Moscow, IFZ RAN, 2012, pp. 114–117.
6. Oparin V.N., Vostrikov V.N., Tapsiev A. P. *Fiziko-tekhnicheskiye problemy razrabotki poleznykh iskopayemykh*. 2006, no 6, pp. 3–10.
7. Khachay O. A., Khachay O. Yu. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'*. 2014, no 4, pp. 239–246.
8. Chulichkov A. I. *Matematicheskie modeli nelineynoy dinamiki* (Mathematical models of nonlinear dynamics), Moscow, Fizmatlit, 2003, 294 p.
9. Khachay O. A., Khachay O. Yu., Klimko V. K., Shipeev O. V. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'*. 2015, no 4, pp. 155–216.
10. Khachay O. A., Khachay O. Yu. *Monitoring. Nauka i tekhnologii*. 2014, no 3, pp. 50–55.

