

# ВЗАИМОСВЯЗЬ СТАТИЧЕСКОГО И ДИНАМИЧЕСКОГО МОДУЛЕЙ УПРУГОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД ГАЙСКОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ\*

АНОХИНА О. О., ОСИПОВ И. С.

Уральская государственная горно-геологическая академия

Решение вопросов прогнозирования устойчивости горных пород и параметров процессов разработки требует экспериментального определения деформационных характеристик массива и, в частности, модуля упругости. Известно, что величина модуля упругости существенно зависит от скорости приложения нагрузки [2]. В пределе различают статический  $E_{ст}$  и динамический  $E_{дин}$  модули упругости. Их величины могут отличаться в несколько раз. Это обусловлено явлением упругого последействия, влияния дефектов структуры и релаксацией напряжений в горных породах. Однако и та и другая характеристики используются в расчетах процессов горного производства. Динамический модуль упругости определяет быстропротекающие процессы (разрушение взрывом, ударное бурение и др.), статические – медленно развивающиеся во времени (развитие горного давления, устойчивости пород, резание и др.)

Для указанных целей нами исследованы 46 разновидностей пород Гайского месторождения: медная руда, кварциты, диабазы, туфобрекчии андезит-дацитового состава, пироксен-плагиоклазовые порфириды различной степени изменения. Динамический модуль упругости вычислялся [1] по скорости распространения в породах упругой волны, статический – при равномерном медленном нагружении цилиндрических образцов на прессе. Определение акустических и ряда упругих параметров горных пород осуществлялось ультразвуковым импульсным методом с помощью прибора УКБ-1М.

При этом условие, которое позволяло рассматривать образец как безграничную среду (условие массива) принято  $r/\lambda > 1$ , как тонкий стержень.

Условие стержня:  $r/\lambda < 0,2$ .

Необходимая величина этого соотношения обеспечивалась применением ультразвуковых преобразователей с частотой 25, 60, 150 кГц и использованием образцов разных диаметров. Измерение скоростей распространения волны в массиве  $C_m$  и стержне  $C_{ст}$  позволяет, используя известные соотношения, вычислить ряд упругих характеристик горных пород.

*Акустическое сопротивление*

$$Q = C_m \cdot \rho \quad (1)$$

*Модуль упругости (Юнга)*

$$E = C_{ст}^2 \cdot \rho \quad (2)$$

*Модуль сдвига*

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3)$$

*Модуль объемного сжатия*

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (4)$$

*Коэффициент Пуассона*

$$\frac{1-\nu}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)} = \frac{C_m^2}{C_{ст}^2} \quad (5)$$

Статические упругие характеристики определялись путем ступенчатого нагружения образцов горных пород на прессе с параллельным замером деформаций тензодатчиками или индикаторами часового типа.

\* Работа выполнена в соответствии с исследованиями по гранту Минобразования РФ.

Средние значения показателей:  $E_{ст} = 96$  ГПа,  $E_{дин} = 104$  ГПа, т. е. динамический модуль упругости почти вдвое превышает величину статического. Однако коэффициенты вариации (соответственно 50 и 45 %) свидетельствуют о значительной изменчивости данных показателей. Анализ результатов экспериментов показал наличие устойчивой тенденции роста  $E_{дин}$  с повышением величины  $E_{ст}$ . Для количественной оценки взаимосвязи данных показателей разработана компьютерная программа корреляционного анализа в среде электронных таблиц Excel. Данная программа решает следующие задачи: автоматически вычислять коэффициент корреляции и его стандартную ошибку, параметры выбранного уравнения связи и оценивать точность прогноза. По полученным данным автоматически производится построение графика зависимости  $Y=f(X)$  с нанесением соответствующих опытным данным, и указанием доверительных границ взаимосвязи. На графике выводится уравнение регрессии. При подозрении на наличие «выскакивающих» значений осуществляется процедура оценки значимости такого отклонения опытной точки от графика зависимости.

X	Y	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	1/X	1/Y	lnX	lnY	e <sup>-X</sup>
13,7	32,1	187,7	1032,8	0,0730	0,0311	2,6174	3,47	1,12E-06
12,5	40,0	156,3	1601,7	0,0800	0,0250	2,52573	3,6894	3,73E-06
30,9	57,7	954,8	3324,4	0,0324	0,0173	3,43076	4,0545	3,80E-14
40,6	58,0	1648,4	3360,2	0,0246	0,0173	3,70377	4,0599	2,33E-18
32,1	65,9	1030,4	4342,6	0,0312	0,0152	3,46886	4,1881	1,15E-14
49,2	66,2	2420,6	4376,7	0,0203	0,0151	3,89589	4,192	4,29E-22
45,7	67,8	2088,5	4593,8	0,0219	0,0148	3,8221	4,2162	1,42E-20
36,1	68,9	1303,2	4745,1	0,0277	0,0145	3,58629	4,2324	2,10E-16
35,0	69,2	1225,0	4793,1	0,0286	0,0144	3,5553	4,2375	6,31E-16
40,2	72,3	1616,0	5224,9	0,0249	0,0138	3,6939	4,2806	3,48E-18
51,5	73,2	2652,3	5361,2	0,0194	0,0137	3,9416	4,2935	4,30E-23
45,1	73,2	2034,0	5361,2	0,0222	0,0137	3,8089	4,2935	2,59E-20
55,3	73,4	3058,1	5387,6	0,0181	0,0136	4,0128	4,2959	9,63E-25

	X	X <sup>2</sup>	1/X	lnX	e <sup>-X</sup>
Y	0,9459	0,9186	-0,6569	0,88055	-0,2667
Y <sup>2</sup>	0,9187	0,9195	-0,5576	0,8123	-0,1847
1/Y	-0,8526	-0,7432	0,9190	-0,9539	0,5568
ln Y	0,9415	0,8744	-0,7950	0,94749	-0,4015

Пороговые значение коэффициента корреляции	
$r_{max} = 0,9539$	$r_{min} = 0,9406$

Важнейшей задачей прогнозирования является определение вида уравнения связи изучаемых свойств, наиболее адекватно отражающего опытные данные как с точки зрения точности прогноза, так и физической сущности показателей. Процедура вычисления параметров таких уравнений связана с приведением их к линейному виду путем немногих типовых преобразований. В этой связи наилучшим критерием адекватности уравнений служит коэффициент корреляции. Разработанная программа позволяет автоматически вычислять величину коэффициентов корреляции для всех принятых типов уравнений связи.

Рассмотрим реализацию данной программы на примере установления взаимосвязи между динамическим и статическим модулями упругости горных пород Гайского ГОК. Компьютерная выработка приведена на рисунке. Здесь в расчетном блоке приведены коэффициенты корреляции для всех возможных типов уравнений связи. Их величина изменяется от 0,18 до 0,95. Максималь-

ная величина  $|r| = 0,9539$  (выделено жирным) соответствует ряду уравнений с преобразованием типа  $1/y = f(\ln x)$ . Однако, учитывая стохастический характер взаимосвязей, в пределах погрешности коэффициента корреляции их величины следует считать равноценными. Программа вычисляет пороговые значения  $r$ . В этом интервале (затемненные ячейки) оказываются коэффициенты корреляции для четырех типов уравнений, в том числе линейное. С точки зрения существа взаимосвязи модулей упругости наиболее приемлемым представляется уравнение вида  $Y = ax^b$ . Реализация программы, по вычислению коэффициента корреляции и его погрешности, параметров выбранного уравнения связи с оценкой точности, позволила определить параметры уравнения:

$$E_{ст} = 0,278 \cdot E_{дин}^{1,18}, \quad (6)$$

$$R = 0,947; \quad K_{вар} = 17,7 \%$$



Выбор уравнения связи

График зависимости представлен на рисунке.

Таким образом, использование полученного соотношения позволяет с достаточной точностью (17,7 %) косвенно оценивать величину статического модуля упругости по измеренной величине  $E_{дин}$ , что существенно снижает трудоемкость лабораторных испытаний горных пород. Кроме того, такой подход открывает возможность изучения упругих характеристик массива горных пород путем его акустического каротажа.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Латышев О. Г., Азанов М. А. Лабораторные методы определения свойств горных пород. Екатеринбург: Изд. УГГА, 1997. 76 с.
2. Ржевский В. В., Новик Г. Я. Основы физики горных пород. М.: Недра, 1984. 359 с.