

Ксендзенко Людмила Степановна – к.ф.-м.н., доцент кафедры алгебры, геометрии и анализа (Дальневосточный федеральный университет, Владивосток)

E-mail: ksendzenko@mail.ru

**РАЗРАБОТКА МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ
ЗОНАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ
РАЗРУШЕНИЯ СИЛЬНО СЖАТОГО МАССИВА
ВОКРУГ ПОДЗЕМНЫХ ВЫРАБОТОК**

Массив горных пород рассматривается как блочная иерархическая среда, где вводятся масштабные уровни дефектов, имеющие аналоги на соседних иерархических уровнях. С позиций формирования и развития диссипативных мезотрещинных структур рассмотрены закономерности разрушения породных образцов и массива, на основе которых разработан метод определения параметров математической модели зонального разрушения массива горной породы по результатам экспериментов с образцами.

Ключевые слова: сильно сжатый массив, блочная иерархическая среда, образец горной породы, зональное разрушение массива.

Working out the definition method of zonal structure destruction parameters of strongly compressed rock mass around underground openings.

Lyudmila S. Ksendzenko (Far East Federal University, Vladivostok).

The mass of rocks is considered as the block hierarchical environment where the scale levels of defects having analogues at the next hierarchical levels are entered. Laws of destruction of pedigree samples and a mass from positions of formation and development dissipative mezo crack structures that allows to define parameters of mathematical model of zone destruction of rock mass on the basis of experiments with samples are considered and to predict behavior of a rock mass in conditions of greater depths.

Key words: strongly compressed rock mass, the block hierarchical rock, the sample of rock, zonal destruction of rock mass.

Освоение больших глубин связано с решением геомеханических задач, определяемых условиями разрушения горных пород и обеспечением возможности безопасного проведения горных выработок. Экспериментальные исследования характера разрушения пород вокруг подземных выработок показывают, что нарушение сплошности массива на больших глубинах носит периодический, зональный характер. Осцилляционный периодический характер приобретает и деформирование образцов горных пород в предразрушающей стадии нагружения.

Возможности прогноза поведения дефектных сред в рамках классических моделей механики сплошной среды встречают принципиальные трудности: невозможность учесть условия нарушения сплошности среды в результате действия больших сжимающих напряжений, близких или превышающих предел прочности пород, затрудненность представления массива далекой от условий термодинамического равновесия средой и др.

Поэтому принципиальным моментом объяснения явлений периодичности деформирования и разрушения является разработка математической модели массива, учитывающей нарушения сплошности среды. Возможность построения таких моделей открыта в последние годы в рамках направления мезомеханики. Именно реализация идей калибровочных подходов в построении моделей

среды, удовлетворяющей требованиям сплошности даже при наличии дефектов, позволила В.П. Мясникову, М.А. Гузеву, В.В. Макарову адекватно описать явление зонального разрушения массива вокруг подземных выработок (зональную дезинтеграцию) [1]. Было показано, что модели «самоуравновешенных напряжений», обусловленных появлением мезотрещинных структур в геоматериале в стадии предразрушения, могут быть применимы для различных уровней разрушения горной породы в образце и массиве.

Однако первые успехи в описании явлений, еще недавно считавшихся аномальными не позволяют приступить к систематическому исследованию закономерностей деформирования и разрушения горных пород вокруг подземных выработок в условиях больших глубин, поскольку существует большая неопределенность в экспериментальном определении параметров моделей, связи мезоструктур разрушения различных иерархических уровней. Таким образом, разработка методических основ исследования зонального разрушения массива горной породы вокруг выработки на большой глубине, включающая математические модели массива и образца горной породы, методы их компьютерной реализации, количественной оценки параметров, входящих в модели, является весьма актуальной, имеющей существенное научное и прикладное значение. Цель статьи – представить и обосновать разработанный нами метод определения параметров зональной структуры разрушения сильно сжатого массива вокруг подземных выработок.

Методика определения параметра периодичности математической модели массива вокруг горной выработки в условиях больших глубин

Иерархические уровни разрушения горных пород. Массив горных пород представляет собой иерархически блочную среду, на которой вводится иерархия уровней в зависимости от размеров блоков. Известно [4], что блочная структура присуща всем без исключения деформируемым телам и средам, но не

как изначально заданная, а как проявляющаяся в процессах их деформирования и разрушения.

В естественных условиях среда является неоднородной, содержит большое количество дефектов. Рассматриваются твердые породы кристаллической структуры, в которых слагающие их минеральные частицы, жестко связанные между собой, что обеспечивает сохранение формы. В таких средах элементарным представителем I иерархического уровня является кристалл; II - образец, рассматриваемый как совокупность минеральных зерен (кристаллов), разделенных границами минеральных зерен; III – массив горной породы, сопоставимый с размерами выработки, рассматриваемый как совокупность образцов.

Разрушение имеет место на каждом иерархическом уровне, и на каждом иерархическом уровне блочной среды рассматриваются масштабные уровни дефектов, которые характеризуют только их относительные размеры: микродефект, мезо - и макродефект. Макродефект нижнего иерархического уровня рассматривается, как мезодефект верхнего (соседнего) иерархического уровня. Переход от одного уровня разрушения к другому может быть осуществлен благодаря общему механизму разрушения – отрыву при сжатии.

На уровне образца иерархической блочной среды мезоструктурные дефекты - это мезотрещины по границам минеральных зерен. Нижний размер мезоструктурного дефекта сопоставим с максимальным диаметром минерального зерна d_{\max} , а верхний изменяется в пределах $(5 \div 10)d_{\max}$, где $d_{\max} : (1 \cdot 10^{-7} \div 1 \cdot 10^{-3} \text{ м})$. Макродефект здесь – это макротрещина, рассекающая образец горной породы и имеющая размеры от $(5 \div 10)d_{\max}$ до размера критического макродефекта $2l_*$, определяемого по формуле [7]:

$$l_* = \frac{h_* \cdot E}{4(1-\nu^2)\gamma_1 \cdot \sigma_c}, \quad (1)$$

где h_* – максимальное расхождение берегов в центральной части мезотрещины, σ_c – предел прочности на одноосное сжатие, МПа; E – модуль Юнга, МПа; ν – коэффициент Пуассона; γ_1 – безразмерный параметр.

Мезоструктурными дефектами на иерархическом уровне массива вокруг горной выработки являются мезотрещины по границам блоков, сопоставимых по размерам с образцами горной породы, изменяющимися в пределах $d^{\text{блока}} \div (5 \div 10)d^{\text{блока}}$. Нижний размер мезоструктурного дефекта сопоставим с размером макротрещины в образце на II иерархическом уровне, а верхний превышает его в (5–10) раз. Макродефект – это трещина, проходящая по границам блоков и имеющая размеры от $(5 \div 10)d^{\text{блока}}$ до размера критического макродефекта $2l_*^{\text{масс}}$, определяемого по формуле:

$$l_*^{\text{масс}} = \frac{h_*^{\text{масс}} \cdot E^{\text{масс}}}{4(1-\nu^2)\gamma_1 \cdot \sigma_c^*}, \quad (2)$$

где $h_*^{\text{масс}}$ – максимальное расхождение берегов в центральной части мезотрещины в массиве, м; σ_c^* – остаточное напряжение в образце, МПа; $E^{\text{масс}}$ – модуль Юнга в очаге образца, МПа; ν – коэффициент Пуассона; γ_1 – безразмерный коэффициент.

Методика определения параметра периодичности модели зонального разрушения массива горной породы

Разработка методики определения параметра периодичности γ модели зонального разрушения массива горной породы вокруг горной выработки на большой глубине проведена методом статистической обработки данных имеющих натурных экспериментов по зональному разрушению массива вокруг горных выработок. Обобщены данные по месторождениям Дальнего Востока, Сибири, Донбасса, КНР и других (табл.1).

Установлена эмпирическая линейная зависимость между положением середины первой зоны разрушения массива вокруг горной выработки, измеряемая в относительных к радиусу выработок единицах, и пределом прочности пород на одноосное сжатие.

Положение середины первой зоны разрушения как функция предела прочности породы на одноосное сжатие определяется линейной зависимостью:

$$r^*/r_0 = 0,008\sigma_c + 0,757. \quad (3)$$

Коэффициент корреляции между пределом прочности на одноосное сжатие и положением середины первой зоны разрушения равен 0,998.

Таблица 1

Положение первой зоны разрушения по данным экспериментов

Географическое расположение пород	Шахта им. Артема, п. Шкотово	Донбасс	Норильск	Дальнегорск	КНР
Положение 1 з. п. r^*/r_0 по данным экспериментов	0,8	1	2	1,5	1,13
Предел прочности σ_c , МПа	8	25	150	100	50
Положение 1 з. п. r^*/r_0 по теоретической формуле $r^*/r_0 = 0,008\sigma_c + 0,757$	0,821	0,957	1,957	1,557	1,157

Экспериментальная зависимость между параметром периодичности модели γ и положением первой зоны разрушения вокруг горной выработки (отношением r^*/r_0) для пород Донбасса, медно-никелевых месторождений Норильска и угольных месторождений Приморского края (шахта им. Артема, п. Шкотово) приведена в табл. 2. Здесь r^* , м r^* , м – расстояние от контура выра-

ботки до середины I зоны разрушения, измеренное экспериментально; r_0 , м – радиус выработки.

Таблица 2

Экспериментальная зависимость между γ и отношением r^*/r_0

Географическое расположение пород	Месторождения Норильска	Месторождения Донбасса	Приморский край, Шахта им. Артема (пос. Шкотово)
γ	3	13	17
r^*/r_0	2	1	0.6

Аналитическая зависимость между γ и отношением r^*/r_0 имеет вид

$$\gamma(r^*/r_0) = -10(r^*/r_0) + 23.$$

Методика определения амплитудного параметра математической модели массива вокруг горной выработки на большой глубине

Разработка методики определения амплитудного параметра C модели зонального разрушения массива горной породы вокруг горной выработки на большой глубине проведена по физической аналогии, в ее основе – идея: критическая длина устойчивого макродефекта образца и длина мезодефекта массива равны.

Вычисление коэффициента интенсивности напряжений в массиве горной породы. На большой глубине система «горный массив – выработка» рассматривается как далекая от условий равновесия термодинамическая открытая система, где в общем случае не выполняются условия совместности упругих дефор-

маций [3]. Массив горных пород вокруг круговой незакрепленной выработки моделируется невесомой плоскостью, нагруженной на бесконечности гравитационным напряжением, и ослабленной круглым отверстием со свободным от нагрузок контуром, моделирующим круглую незакрепленную подземную выработку в условиях всестороннего сжатия. Краевая задача о распределении поля напряжений вокруг выработки рассматривается как плоская и стационарная. В качестве упрощений принимаются условия несжимаемости и гидростатичности нагружения на бесконечности, что с достаточной точностью воспроизводит условия эксперимента (рис. 1). В силу полярной симметрии задачи уравнения равновесия имеют вид:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r}(\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}) = 0, \quad \sigma_{r\varphi} = 0, \quad r_0 < r < \infty,$$

где σ_{rr} – нормальное радиальное напряжение, $\sigma_{\varphi\varphi}$ – нормальное тангенциальное напряжение, $\sigma_{r\varphi}$ – касательное напряжение.

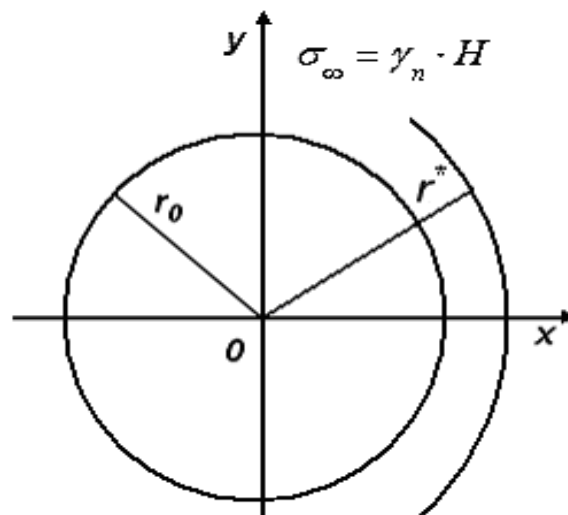


Рис. 1. Расчетная схема задачи о незакрепленной выработке

На контуре выработки ($r = r_0$) внешние силы отсутствуют, а на бесконечности они заданы:

$$\sigma_{rr} = 0 \text{ при } r = r_0, \quad \sigma_{rr}, \sigma_{\varphi\varphi} \rightarrow \sigma_{\infty} \text{ при } r \rightarrow \infty,$$

где $\sigma_{\infty} = \gamma_n \cdot H$, γ_n – удельный вес пород, H – глубина заложения выработки.

Система «горный массив–выработка» на большой глубине моделируется средой, где в общем случае не выполняется условие совместности деформаций ε_{ij} :

$$R = \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x_2^2} - 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial x_1^2} \neq 0.$$

Параметр дефектности R удовлетворяет бигармоническому уравнению [3]:

$$\Delta^2 R - \gamma^2 R = 0, \quad (4)$$

где Δ – оператор Лапласа, γ – параметр модели. Так как задача плоская и осесимметричная, то в полярных координатах уравнение (4) примет вид:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right)^2 R = \gamma^2 R. \quad (5)$$

Решение уравнения (5), убывающее при $r \rightarrow \infty$ задается равенством

$$R(r) = aJ_0(\sqrt{\gamma}r) + bN_0(\sqrt{\gamma}r) + ck_0(\sqrt{\gamma}r), \quad (6)$$

где J_0 , N_0 , K_0 – функции Бесселя, Неймана и Макдональда нулевого порядка соответственно.

На контуре выработки образуется зона разрушения, что предполагает для функции R наличие в точках контура экстремума. Допуская, что при зональном характере разрушения массива во всех остальных зонах процессы разрушения идут по одинаковому механизму, второе граничное условие для функции R определяем как ее экстремальность в первой зоне разрушения. Отсюда граничные условия задачи записываются в следующем виде:

$$\frac{\partial R}{\partial r} = 0, \text{ при } r = r_0, \quad \frac{\partial R}{\partial r} = 0 \text{ при } r = r^*, \quad (7)$$

где r^* определяется из эксперимента.

Первый инвариант тензора напряжений $\sigma = \sigma_{zz} + \sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi}$ определяется из уравнения Пуассона

$$\Delta\sigma = \frac{E}{2(1-\nu)}R, \quad \sigma \rightarrow 2(1+\nu)\sigma_{\infty}, \quad (8)$$

здесь функция R определена по формуле (6); E – модуль упругости; ν – коэффициент Пуассона. Решая задачу (8) и учитывая уравнения

$$\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r} + 2\frac{\sigma_{rr}}{r} = \frac{\sigma}{1+\nu}, \quad \sigma_{rr} \rightarrow \sigma_{\infty}, \quad r \rightarrow \infty \quad \text{и} \quad \sigma_{\varphi\varphi} = \frac{\sigma}{1+\nu} - \sigma_{rr},$$

определяем выражения для компонент напряжений [5, 6]:

$$\sigma_{rr}(r) = \sigma_{\infty} \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right) - \frac{1}{2r} \frac{E}{\gamma^{\frac{3}{2}}(1-\nu^2)} \left[aJ_1(\sqrt{\gamma}r) + bY_1(\sqrt{\gamma}r) + cK_1(\sqrt{\gamma}r) \right], \quad (9)$$

$$\sigma_{\varphi\varphi}(r) = \sigma_{\infty} \cdot \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2} \right) + \frac{1}{2r} \cdot \frac{E}{\gamma^{\frac{3}{2}}(1-\nu^2)} \left[aJ_1(\sqrt{\gamma} \cdot r) + bY_1(\sqrt{\gamma} \cdot r) + cK_1(\sqrt{\gamma} \cdot r) \right] -$$

$$- \frac{E}{2 \cdot \gamma \cdot (1-\nu^2)} \left[a \cdot J_0(\sqrt{\gamma} \cdot r) + b \cdot Y_0(\sqrt{\gamma} \cdot r) - c \cdot K_0(\sqrt{\gamma} \cdot r) \right], \quad (10)$$

$$\text{где } a = \frac{-c(K_1(\sqrt{\gamma} \cdot r_0) \cdot Y_1(\sqrt{\gamma} \cdot b_1) - Y_1(\sqrt{\gamma} \cdot r_0) \cdot K_1(\sqrt{\gamma} \cdot b_1))}{J_1(\sqrt{\gamma} \cdot r_0) \cdot Y_1(\sqrt{\gamma} \cdot b_1) - Y_1(\sqrt{\gamma} \cdot r_0) \cdot J_1(\sqrt{\gamma} \cdot b_1)},$$

$$b = \frac{-c(J_1(\sqrt{\gamma} \cdot r_0) \cdot K_1(\sqrt{\gamma} \cdot b_1) - K_1(\sqrt{\gamma} \cdot r_0) \cdot J_1(\sqrt{\gamma} \cdot b_1))}{J_1(\sqrt{\gamma} \cdot r_0) \cdot Y_1(\sqrt{\gamma} \cdot b_1) - Y_1(\sqrt{\gamma} \cdot r_0) \cdot J_1(\sqrt{\gamma} \cdot b_1)}.$$

Здесь σ_{∞} – гравитационное напряжение, МПа; r_0 – радиус выработки, м; r – расстояния от центра выработки до точки в массиве, м. $J_0, J_1, Y_0, Y_1, K_0, K_1$ – функции Бесселя, Неймана и Макдональда нулевого и

первого порядков; γ, c – параметры математической модели зонального разрушения сильно сжатых горных пород вокруг подземных выработок.

Из (9), (10) следует, что нормальное радиальное σ_{rr} и нормальное тангенциальное напряжение $\sigma_{\varphi\varphi}$ в массиве горной породы вокруг круговой незакрепленной горной выработки определяются суммированием от действия гравитационного поля напряжений, зависящего от глубины заложения выработки и напряжения, порожденного влиянием дефектов в массиве.

Как в образце, так и массиве горной породы, в стадии предразрушения формируются мезотрещинные структуры периодического типа, что подтверждается натурными и лабораторными экспериментами. В образце образуется относительно разуплотненный очаг, рядом с которым располагаются области уплотнения, для которых характерен S-образный вид объемных деформаций. Для очаговой области характерен U-образный вид объемных деформаций. Появление напротив очага области относительного увеличения объема объясняется реверсивным характером линейных деформаций.

В массиве вокруг горной выработки на большой глубине формируются чередующиеся зоны разуплотнения и уплотнения, которые и представляют периодическую мезотрещинную структуру.

Натурные и лабораторные эксперименты показывают, что разрушение пород вокруг горных выработок на больших глубинах носит сдвиго-отрывной характер, поэтому в работе используется теория В.Н. Одинцева [7] о разрушении отрывом сильно сжатых горных пород объясняющая разрушение горных пород отрывом при сжатии.

Коэффициент интенсивности напряжений в вершине мезотрещины в приложении к предложенной модели имеет вид

$$K_1(r) = \sqrt{\pi \cdot l_{\text{мезо}}^{\text{масс}}} \cdot (\gamma_1 \cdot \sigma_{\varphi\varphi} - \gamma_3 \cdot \sigma_{rr}). \quad (11)$$

Здесь $l_{\text{мезо}}^{\text{масс}}$ – полудлина трещинных дефектов массива (минимальная полудлина устойчивой мезотрещины отрыва, м); γ_1, γ_3 – эмпирические коэффици-

енты; $\sigma_{\varphi\varphi}$, σ_{rr} – определены выше. Отношение коэффициента интенсивности напряжений к величине трещиностойкости горной породы назовем функцией критерия отрывного разрушения и обозначим $Kr(r)$.

$$Kr(r) = K_1 / K_{1c},$$

где K_{1c} – трещиностойкость горной породы, $МПа \cdot м^{\frac{1}{2}}$.

При достижении критериальной функцией величины большей либо равной единице в массиве появляется возможность разрушения отрывом в условиях всестороннего сжатия.

Вычисление коэффициента интенсивности напряжений в образце горной породы. Чтобы получить выражение для коэффициента интенсивности напряжений в вершине мезотрещины образца в стадии предразрушения, воспользуемся постановкой и решением задачи о сильно сжатом образце горной породы, предложенными в [2].

Из физического анализа задачи и лабораторных экспериментов следует, что существует критическая нагрузка P_* , обладающая свойством: если $P < P_*$, то напряженно-деформированное состояние образца не зависит от угла; если $P \geq P_*$, то деформационные характеристики начинают зависеть от угла.

Так как рассматриваются равновесные состояния при значениях нагрузки P меньшей или большей, чем критическая нагрузка P_* , то уравнения для компонент напряжения σ_{ij} совпадают с уравнениями равновесия сплошной среды:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0. \quad (12)$$

Краевые условия сводятся к заданию силы вдоль оси z на торцах цилиндра $z = \pm h$ и обращению в нуль всех её компонент на боковой поверхности $r = R$ (рис. 2).

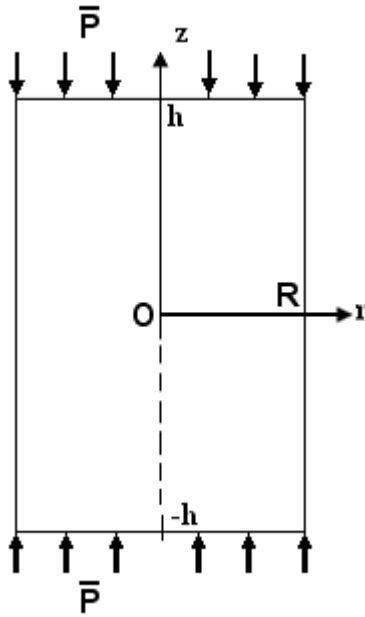


Рис. 2. Расчетная схема задачи

Тогда в цилиндрической системе координат краевые условия для компонент тензора напряжений σ_{ij} записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}|_{z=\pm h} = -P, \quad \sigma_{zr}|_{z=\pm h} = 0, \quad \sigma_{z\varphi}|_{z=\pm h} = 0, \\ \sigma_{rr}|_{r=R} = 0, \quad \sigma_{r\varphi}|_{r=R} = 0, \quad \sigma_{rz}|_{r=R} = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Уравнения равновесия (12) в цилиндрических координатах имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\varphi\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_{\varphi z}}{\partial z} + \frac{2\sigma_{r\varphi}}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\varphi z}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Пусть приложенная нагрузка P меньше P_* , тогда компоненты σ_{ij} , не зависящие от угловой переменной φ и удовлетворяющие уравнениям равновесия (12) и краевым условиям (13), равны

$$\sigma_{zz} = -P, \quad \sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{r\varphi} = \sigma_{rz} = \sigma_{\varphi z} = 0. \quad (15)$$

Если компоненты тензора деформаций ε_{ij} связаны с σ_{ij} упругим законом:

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left(\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right), \quad (16)$$

где E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона, тогда при выполнении (15) имеем

$$\varepsilon_{zz} = -\frac{P}{E}, \quad \varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{\nu P}{E}, \quad \varepsilon_{rr} = \frac{\nu P}{E}. \quad (17)$$

Поскольку деформация является однородной, то параметры ν, E можно найти из экспериментальных наблюдений за поведением величин $\varepsilon_{zz}, \varepsilon_{\varphi\varphi}$ на боковой поверхности образца.

Соотношения (17) определяют классическое решение о деформировании образца под действием нагрузки P . Однако при значениях нагрузки P , превышающих P_* , этими соотношениями нельзя воспользоваться для описания результатов наблюдений. Так как величины $\varepsilon_{zz}, \varepsilon_{\varphi\varphi}$ на границе образца зависят от угловой переменной, то при моделировании поведения образца в предразрушающей области необходимо строить решение системы уравнений (14) для поля напряжений σ_{ij} , зависящее от угловой переменной.

Обозначим $\varepsilon_{ij}^P, \Pi_{ij}$ – поверхностные деформации и компоненты напряжения, соответствующие уровню нагрузки $P = P_*$. Представим

$$\Pi_{ij} = \sigma_{ij} + \sigma_{ij}^*, \quad (18)$$

где σ_{ij} – классическое решение (15).

Поскольку решение строится в предразрушающей области, то уровень нагрузки $P = P_*$ является отсчетным, поэтому в формуле (15) при вычислении значений компонент тензора напряжений σ_{ij} следует полагать $\delta P = P - P_*$ вместо значения P_* .

Запишем упругое поле напряжений σ_{ij}^* в цилиндрических координатах [2]:

$$\begin{aligned}\sigma_{rr}^* &= \mu \sum_{n,m=1} \left(\pi_{rr}^{(1)}(n, \rho) \cos n\varphi + \pi_{rr}^{(2)}(n, \rho) \sin n\varphi \right) \cos m\gamma z, \\ \sigma_{\varphi\varphi}^* &= \mu \sum_{n,m=1} \left(\pi_{\varphi\varphi}^{(1)}(n, \rho) \cos n\varphi + \pi_{\varphi\varphi}^{(2)}(n, \rho) \sin n\varphi \right) \cos m\gamma z, \\ \sigma_{zz}^* &= \mu \sum_{n,m=1} \left(\pi_{zz}^{(1)}(n, \rho) \cos n\varphi + \pi_{zz}^{(2)}(n, \rho) \sin n\varphi \right) \cos m\gamma z, \\ \sigma_{r\varphi}^* &= \mu \sum_{n,m=1} \left(\pi_{r\varphi}^{(1)}(n, \rho) \sin n\varphi - \pi_{r\varphi}^{(2)}(n, \rho) \cos n\varphi \right) \cos m\gamma z, \\ \sigma_{rz}^* &= \mu \sum_{n,m=1} \left(\pi_{rz}^{(1)}(n, \rho) \cos n\varphi + \pi_{rz}^{(2)}(n, \rho) \sin n\varphi \right) \sin m\gamma z, \\ \sigma_{\varphi z}^* &= \mu \sum_{n,m=1} \left(\pi_{\varphi z}^{(1)}(n, \rho) \sin n\varphi - \pi_{\varphi z}^{(2)}(n, \rho) \cos n\varphi \right) \sin m\gamma z,\end{aligned}\tag{19}$$

$$\pi_{rr}^{(i)}(n, \rho) = m \left[B_{nm}^{(i)} \left(I_n + \frac{n-1}{\rho} I_{n-1} \right) + A_{nm}^{(i)} \left(-\frac{n+1}{\rho} I_{n-1} + I_n + \frac{2n^2+2n}{\rho^2} I_n \right) \right],$$

$$\pi_{\varphi\varphi}^{(i)}(n, \rho) = m \left[A_{nm}^{(i)} \left(\frac{n+1}{\rho} I_{n-1} - \frac{2n^2+2n}{\rho^2} I_n \right) - B_{nm}^{(i)} \frac{n-1}{\rho} I_{n-1} \right],$$

$$\pi_{zz}^{(i)}(n, \rho) = -m \left(A_{nm}^{(i)} + B_{nm}^{(i)} \right) I_n,$$

$$\begin{aligned}\pi_{r\varphi}^{(i)}(n, \rho) &= m \left[A_{nm}^{(i)} \left(-\frac{n+1}{\rho} I_{n-1} + \frac{1}{2} I_n + \frac{2n^2 + 2n}{\rho^2} I_n \right) - B_{nm}^{(i)} \left(\frac{n-1}{\rho} I_{n-1} + \frac{1}{2} I_n \right) \right], \\ \pi_{rz}^{(i)}(n, \rho) &= m \left[A_{nm}^{(i)} \left(-I_{n-1} + \frac{3n}{2\rho} I_n \right) + B_{nm}^{(i)} \left(-I_{n-1} + \frac{n}{2\rho} I_n \right) \right], \\ \pi_{\varphi z}^{(i)}(n, \rho) &= m \left[A_{nm}^{(i)} \left(-\frac{1}{2} I_{n-1} + \frac{3n}{2\rho} I_n \right) + B_{nm}^{(i)} \left(\frac{1}{2} I_{n-1} + \frac{n}{2\rho} I_n \right) \right].\end{aligned}\quad (20)$$

Параметры $A_{nm}^{(i)}, B_{nm}^{(i)}$ определяются из условий совпадения компонент тензора деформаций ε_{ij}^p со значениями, которые измеряются экспериментально в дискретном наборе точек при $r = R$, $z = 0$ и $z = \pm \frac{h}{2}$:

$$\left. \frac{1}{2\mu} \sigma_{\varphi\varphi}^* \right|_{\substack{r=R, \\ z=0}} = \left(\varepsilon_{\varphi\varphi}^p - \frac{\nu}{E} \delta P \right) \Big|_{\substack{r=R, \\ z=0}}, \quad \left. \frac{1}{2\mu} \sigma_{zz}^* \right|_{\substack{r=R, \\ z=0}} = \left(\varepsilon_{zz}^p + \frac{1}{E} \delta P \right) \Big|_{\substack{r=R, \\ z=0}}, \quad (21)$$

$$\left. \frac{1}{2\mu} \sigma_{\varphi\varphi}^* \right|_{\substack{r=R, \\ z=h/2}} = \left(\varepsilon_{\varphi\varphi}^p - \frac{\nu}{E} \delta P \right) \Big|_{\substack{r=R, \\ z=h/2}}, \quad \left. \frac{1}{2\mu} \sigma_{zz}^* \right|_{\substack{r=R, \\ z=h/2}} = \left(\varepsilon_{zz}^p + \frac{1}{E} \delta P \right) \Big|_{\substack{r=R, \\ z=h/2}}. \quad (22)$$

Решение задачи (19), (21), (22) примет вид:

$$\begin{aligned}\sigma_{zz}^* &= \mu \cdot \left\{ \left[\left(\varepsilon_{zz}^{p(1)} - \varepsilon_{zz}^{p(3)} \right) \Big|_{z=0} + \left(\varepsilon_{zz}^{p(1)} - \varepsilon_{zz}^{p(3)} \right) \Big|_{z=\frac{h}{2}} \right] \cos \varphi + \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} \left[\left(\varepsilon_{zz}^{p(1)} - \varepsilon_{zz}^{p(2)} + \varepsilon_{zz}^{p(3)} - \varepsilon_{zz}^{p(4)} \right) \Big|_{z=0} + \left(\varepsilon_{zz}^{p(1)} - \varepsilon_{zz}^{p(2)} + \varepsilon_{zz}^{p(3)} - \varepsilon_{zz}^{p(4)} \right) \Big|_{z=\frac{h}{2}} \right] \cos 2\varphi + \right.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^4 \varepsilon_{zz}^{p(i)} \Big|_{z=0} + \sum_{i=1}^4 \varepsilon_{zz}^{p(i)} \Big|_{z=\frac{h}{2}} + 8 \frac{\delta p}{E} \right] \cos 4\varphi + \\
& + \left[\left(\varepsilon_{zz}^{p(2)} - \varepsilon_{zz}^{p(4)} \right) \Big|_{z=0} + \left(\varepsilon_{zz}^{p(2)} - \varepsilon_{zz}^{p(4)} \right) \Big|_{z=\frac{h}{2}} \right] \sin \varphi \left\{ \cos \gamma z + \mu \left[\left(\varepsilon_{zz}^{p(3)} - \varepsilon_{zz}^{p(1)} \right) \Big|_{z=\frac{h}{2}} \right] \cos \varphi + \right. \\
& + \frac{1}{2} \left[\left(\varepsilon_{zz}^{p(2)} - \varepsilon_{zz}^{p(1)} - \varepsilon_{zz}^{p(3)} + \varepsilon_{zz}^{p(4)} \right) \Big|_{z=\frac{h}{2}} \right] \cos 2\varphi - \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^4 \varepsilon_{zz}^{p(i)} \Big|_{z=\frac{h}{2}} + 4 \frac{\delta p}{E} \right] \cos 4\varphi + \\
& \left. + \left[\left(\varepsilon_{zz}^{p(4)} - \varepsilon_{zz}^{p(2)} \right) \Big|_{z=\frac{h}{2}} \right] \sin \varphi \right\} \cos 2\gamma z; \tag{23}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{\varphi\varphi}^* & = \mu \left\{ \left[\left(\varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(1)} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(3)} \right) \Big|_{z=0} + \left(\varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(1)} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(3)} \right) \Big|_{z=\frac{h}{2}} \right] \cos \varphi + \right. \\
& + \frac{1}{2} \left[\left(\varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(1)} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(2)} + \varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(3)} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(4)} \right) \Big|_{z=0} + \left(\varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(1)} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(2)} + \varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(3)} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(4)} \right) \Big|_{z=\frac{h}{2}} \right] \cos 2\varphi + \\
& + \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^4 \varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(i)} \Big|_{z=0} + \sum_{i=1}^4 \varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(i)} \Big|_{z=\frac{h}{2}} - 8 \frac{\nu}{E} \delta p \right] \cos 4\varphi + \\
& + \left[\left(\varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(2)} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(4)} \right) \Big|_{z=0} + \left(\varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(2)} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(4)} \right) \Big|_{z=\frac{h}{2}} \right] \sin \varphi \left\{ \cos \gamma z + \right. \\
& + \mu \left\{ \left(\varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(3)} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(1)} \right) \Big|_{z=\frac{h}{2}} \cos \varphi + \frac{1}{2} \left(\varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(2)} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(1)} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(3)} + \varepsilon_{\varphi\varphi}^{p(4)} \right) \Big|_{z=\frac{h}{2}} \cdot \cos 2\varphi - \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^4 \varepsilon_{\varphi\varphi}^{P(i)} \Big|_{z=\frac{h}{2}} - 4 \frac{\nu}{E} \delta P \right] \cos 4\varphi + \\
& + \left(\varepsilon_{\varphi\varphi}^{P(4)} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^{P(2)} \right) \Big|_{z=\frac{h}{2}} \cdot \sin \varphi \left. \vphantom{\left(\varepsilon_{\varphi\varphi}^{P(4)} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^{P(2)} \right)} \right\} \cos 2\gamma z + \left[\left(\varepsilon_{zz}^{P(4)} - \varepsilon_{zz}^{P(2)} \right) \Big|_{z=\frac{h}{2}} \right] \sin \varphi \left. \vphantom{\left[\left(\varepsilon_{zz}^{P(4)} - \varepsilon_{zz}^{P(2)} \right) \Big|_{z=\frac{h}{2}} \right]} \right\} \cos 2\gamma z. \quad (24)
\end{aligned}$$

Здесь $\varepsilon_{zz}^{P(i)}$, $\varepsilon_{\varphi\varphi}^{P(i)}$, $i=1, 2, 3, 4$ – приращения продольных и поперечных деформаций на боковой поверхности образца, $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$, δP – приращение нагрузки при переходе от критической нагрузки P_* к последующей нагрузке P : $\delta P = P - P_*$.

Запишем выражение для критерия отрывного разрушения в условиях всестороннего сжатия В.Н. Одинцева [7]:

$$K_1 = (\pi l)^{1/2} (\gamma_1 \sigma_1^0 - \gamma_3 \sigma_3^0), \quad (25)$$

где l – полудлина трещинных дефектов, которая принимается равной максимальной полудлине устойчивых макротрещин отрыва, м; σ_1^0 , σ_3^0 – соответственно max и min главные напряжения, МПа; γ_1 , γ_3 – эмпирические коэффициенты; K_1 – коэффициент интенсивности напряжений, МПа·м^{1/2}; K_{1c} – трещиностойкость цилиндрического образца, МПа·м^{1/2}.

Если функция критерия $K_1 / K_{1c} < 1$, то в образце нет разрушения; если $K_1 / K_{1c} \geq 1$, то в нем прорастает макротрещина.

Пусть нагрузка на образец примет значение больше критического $P \geq P_*$, тогда с учетом классического нагрузочного напряжения и напряжения, порожденного влиянием дефектов, коэффициент интенсивности напряжений для макротрещины в образце выразится соотношением:

$$K_1(\varphi) = \sqrt{\pi l_{\text{макро}}^{\text{обп}}} \cdot \gamma_1 \left(\sigma_{zz}^* + \sigma_{zz} - \frac{\gamma_3}{\gamma_1} (\sigma_{\varphi\varphi}^* + \sigma_{\varphi\varphi}) \right), \quad (26)$$

где $\frac{\gamma_3}{\gamma_1} = 0.8$, $\gamma_1 = 0,25$, $\sigma_{\varphi\varphi} = 0$, $\sigma_{zz} = P_*$, а σ_{zz}^* и $\sigma_{\varphi\varphi}^*$ определяются формулами (23), (24).

Параметр C находим из условия равенства коэффициента интенсивности напряжений для устойчивой макротрещины минимальной длины (мезодефекта максимальной длины), соответствующей очаговой стадии развития трещинной мезоструктуры образца в стадии предразрушения и коэффициента интенсивности напряжений в вершине устойчивой мезотрещины отрыва в массиве. При этом напряжения, соответствующие очаговой стадии, рассчитываются как сумма критического нагрузочного напряжения P_* и приращения нагрузочного напряжения δP , которые определяются после проведения соответствующего эксперимента.

Значения коэффициента интенсивности напряжения в массиве в момент, предшествующий образованию первой зоны разрушения, определяем по формуле (11).

Осуществляя такой подход вычисления C при выходе первой зоны разрушения, мы допускаем погрешность 5–10% в подборе гравитационного напряжения, что не превышает погрешности определения предела прочности на одноосное сжатие σ_c и остаточного предела прочности $\sigma_c^{\text{ост}}$.

Метод определения параметров модели массива зонального разрушения массива горных пород вокруг подземных выработок по данным экспериментов с породными образцами. Прогноз параметров зональной структуры разрушения массива вокруг выработок на большой глубине

Разработка метода определения характеристик зональной структуры разрушения массива горных пород вокруг подземных выработок в условиях больших глубин основывается на установлении закономерностей явления зонального разрушения массива горных пород вокруг подземных выработок, закономерностях деформирования образцов горных пород в стадии предразрушения и включает методики определения параметров модели, установления деформационных и прочностных характеристик горных пород в образце и массиве, а также правила перехода от мезотрещинной структуры образца к массиву.

Закономерности явления зонального разрушения массива горных пород вокруг подземных выработок в условиях больших глубин состоят в периодическом характере деформирования этого массива вокруг горной выработки, что отражается в осциллирующем характере деформаций, а также в периодическом характере напряжений вокруг горной выработки на большой глубине и подтверждено натурными экспериментами на рудниках Норильска, Дальнегорска и шахтах Донбасса.

Для определения параметров модели разработаны алгоритмы и комплекс компьютерных программ расчета коэффициентов интенсивности напряжений в образце и массиве, определения амплитудного параметра модели, а также программы вычисления радиальной протяженности зон для закрепленной и незакрепленной выработок, программы определения относительного критического напряжения зонообразования для закрепленной и незакрепленной выработок, программы нахождения положения последней зоны разрушения для закрепленной и незакрепленной выработок.

Последовательность определения прогнозных параметров зональной структуры массива в этом случае заключается в следующем:

I. В результате экспериментов с образцами определяется предел прочности на одноосное сжатие σ_c . По эмпирической формуле (3) находится положение первой зоны разрушения r^*/r_0 в единицах радиуса выработки. Подставляя в аналитическую зависимость $\gamma(r^*/r_0) = -10(r^*/r_0) + 23$ полученное значение

r^*/r_0 , определяем параметр периодичности γ для функции дефектности R в математической модели массива.

II. Находятся максимальный диаметр минерального зерна d_{\max} и максимальное расхождение берегов в центральной части мезотрещины $h_* \approx d_{\max}$. Вычисляем минимальную полудлину устойчивой мезотрещины отрыва $l_{\text{мезо}} \approx (2,5-5)d_{\max}$. Определяется в образце $\sigma_c^{\text{ост}}$ модуль Юнга E и коэффициент Пуассона ν .

В программе для нахождения коэффициента интенсивности напряжений в образце задаются параметры, полученные из экспериментов с образцами: $l_{\text{мезо}}^{\text{обр}}, E_{\text{обр}}^{\text{очага}}, \nu, \delta P$, а также величины деформаций, снятые с боковой поверхности образца. В результате работы программы получаем максимальное значение коэффициента интенсивности напряжений в вершине мезотрещины образца, т.е. трещиностойкость образца.

Затем определяется критическая полудлина макротрещины отрыва в образце:

$$l_* = \frac{h_* \cdot E}{4(1-\nu^2)\gamma_1 \cdot \sigma_c}$$

и вычисляется трещиностойкость массива горной породы $K_{1c}^{\text{масс}}$ по формуле $K_{1c}^{\text{масс}} = \gamma_1 \cdot \sigma_c^{\text{ост}} \cdot \sqrt{\pi l_{\text{мезо}}^{\text{масс}}}$.

III. В программе для определения амплитудного параметра C задаем максимальное значение коэффициента интенсивности напряжений в образце и величины $\gamma, K_{1c}^{\text{масс}}, l_{\text{мезо}}^{\text{масс}}, E_{\text{обр}}^{\text{очага}}, \nu, E, r_0, \sigma_c^{\text{ост}}, \gamma_1, \gamma_3, r^*/r_0$, после чего определяется амплитудный параметр C .

IV. При переходе от экспериментов с образцами к математической модели массива полагаем, что величина мезодефекта в массиве равна величине макродефекта в образце, т.е.

$$l_{\text{мезо}}^{\text{масс}} = l_{\text{макро}}^{\text{обр}} = l_*^{\text{обр}}.$$

Модуль Юнга в массиве полагаем равным модулю Юнга в очаге образца $E^{масс} = E_{обр}^{очага}$, а предел прочности на одноосное сжатие в массиве равным пределу остаточной прочности в образце $\sigma_c^{масс} = \sigma_c^{ост\ обр}$.

Проверка работоспособности метода определения характеристик зональной структуры разрушения массива горных пород вокруг подземных выработок в условиях больших глубин проведена для условий месторождения рудника Николаевский (г. Дальнегорск). Результаты расчетов приведены в таблице 3.

Таблица 3

Прогноз появления зон разрушения на руднике Николаевский

Относительное критическое напряжение зонообразования	№ зоны разрушения			
	I	II	III	IV
	1,3	2,3	2,9	3,3
Глубина появления зоны, м	520	920	1160	1320

Работа выполнена в рамках Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России», ГК №№02.740.11.0315 и П1402.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гузев М.А., Макаров В.В. Деформирование и разрушение сильно сжатых горных пород вокруг подземных выработок. Владивосток: Дальнаука, 2007. 232 с.
2. Гузев М.А., Макаров В.В., Ушаков А.А. Моделирование упругого поведения сжатых горных образцов в предразрушающей области // ФТПРПИ. 2006. № 6. С. 3-13.
3. Гузев М.А., Парошин А.А. Неевклидова модель зональной дезинтеграции горных пород вокруг подземных выработок // ПМТФ. 2001. № 1. С. 147-156.
4. Макаров П.В. Об иерархической природе деформации и разрушения твердых тел и сред // Физ. мезомех. 2004. Т. 7, № 4. С. 25-34.
5. Макаров В.В., Гузев М.А. Механизм зонального разрушения и деформи-

рования горных пород вокруг подземных выработок // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли. Новосибирск: ИГД СО РАН, 1999. С. 120-125.

6. Макаров В.В., Ксендзенко Л.С., Кива М.Н., Сапелкина В.М. Зональное разрушение массива и осцилляционный характер напряжений вокруг пройденных в сильно сжатых породах выработках // Изв. ТулГУ. Сер. Геомеханика. Механика подземных сооружений. Тула: Изд-во ТулГУ. 2004. Вып. 2. С. 193-198.

7. Одинцев В.Н. Отрывное разрушение массива скальных горных пород. М.: ИПКОН РАН, 1996, 166 с.