ФИЗИКА ЗЕМЛИ, АТМОСФЕРЫ И ГИДРОСФЕРЫ

УДК 532.59+532.53+532.55

ВОЗДЕЙСТВИЕ ПЛАНЕТАРНЫХ ВОЛН В ОКЕАНЕ НА ЛИТОСФЕРУ ЗЕМЛИ

С. А. Арсеньев, Н. К. Шелковников

(*кафедра физики моря и вод суши*)

E-mail: shelkovnikov@phys.msu.ru

Повышенная сейсмическая активность в области периодов от 25 до 60 суток, наблюдаемая на Памире, объясняется воздействием на литосферу топографических планетарных волн на Сибирском шельфе.

Микросейсмические колебания литосферы, открытые в 1875 г. астрономом Бертелли, были предметом интенсивных исследований в XX в. [1–3]. Было установлено, что они возбуждаются океанскими волнами на континентальных или островных шельфах, причем в полной мере были исследованы лишь микросейсмы, порождаемые ветровыми гравитационными волнами на поверхности океана в диапазоне периодов от 1 до 20 с. Замеченная еще Б. Б. Голицыным [1] основная особенность микросейсм — возрастание амплитуд и энергий с увеличением периодов — оставалась без должного внимания, так как микросейсмы больших периодов можно изучать только с помощью достаточно больших временных рядов наблюдений. К началу XXI в. такие ряды были накоплены. Например, Гармский сейсмический полигон Института физики Земли РАН, находящийся на Памире, ведет наблюдения с 1955 г. На рис. 1 представлены результаты периодограммного анализа соответствующих сейсмических временных рядов, полученные Е. В. Дещеревской и А. Я. Сидориным [4]. Для временного ряда землетрясений всех классов, наблюдавшихся на полигоне (рис. 1, *а*), ясно различается пик, соответствующий периоду 31–32 сут. Кроме него, имеются также меньшие по амплитуде пики, соответствующие периодам 41 сут и 50–55 сут. Для сейсмических колебаний класса $K \leqslant 6$ с источником на глубинах, меньших 10 км (рис. 1, *б*), пик на периодах 31–32 сут остается, но с ним становится сравнимым по величине пик на периоде 41 сут. Амплитуда пика «41 сутки» увеличивается с ростом энергии землетрясений (рис. 1, *в, г*). На всех периодограммах имеются пики с периодами 31–32 и 41 сут.

Докажем, что сейсмическую активность на периодах от 25 до 60 сут можно объяснить воздействием на литосферу Земли океанских планетарных волн, возбуждаемых в океане, например, неоднородностями вращения Земли [5]. Действительно, вода

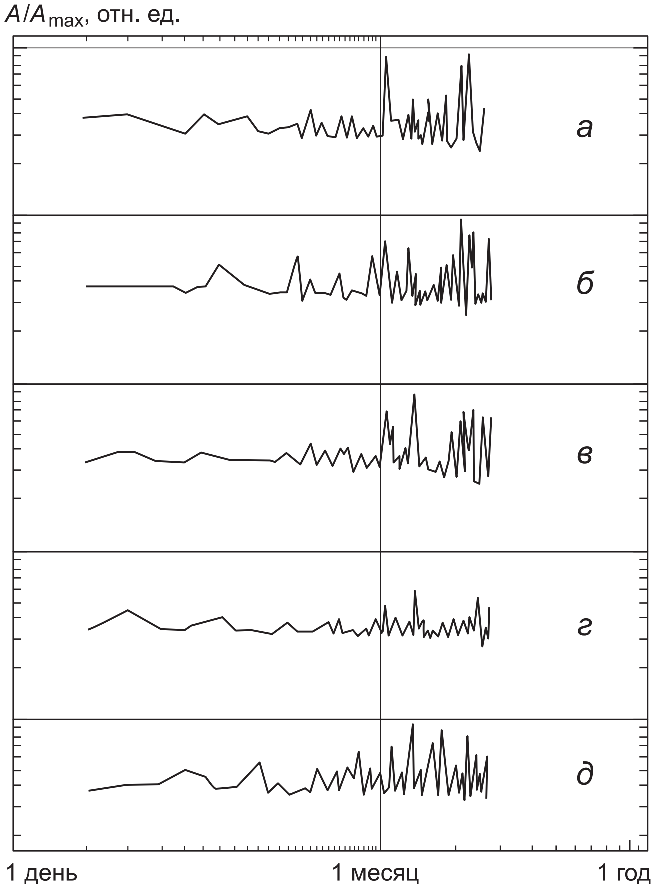

Рис. 1. Периодограммы временных рядов количества землетрясений и скорости ветра на Гармском полигоне, полученные в работе [4]: *а* — все землетрясения полигона; *б* — землетрясения энергетического класса $K \leqslant 6$, произошедшие на глубинах D, меньших 10 км; *в* — землетрясения с $K \geqslant 6$, $D \leqslant 10$ км; *г* — землетрясения с $K \geqslant 7$, $D \leqslant 10$ км; *д* — скорость ветра (м/с) по данным метеостанции Гарм за период 1966–1985 гг.

в 1000 раз тяжелее воздуха и воздействие океана на литосферу является намного более эффективным, чем действие атмосферы. К тому же периоды

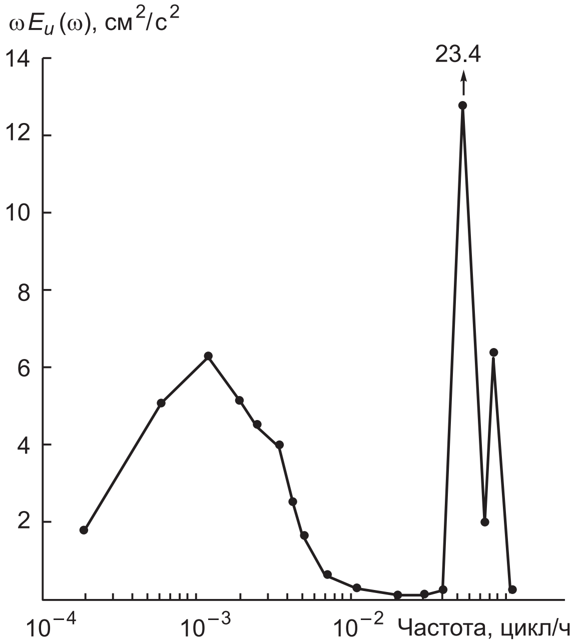

Рис. 2. Спектр горизонтальной скорости течений на глубине 500 м для станции D в западной Атлантике, полученный в работе [6]

планетарных волн в океане находятся в интервале от 10 до 100 сут с энергетическим максимумом как раз в области 25–60 сут. На рис. 2 показан спектр скоростей океанских течений, построенный Томсоном [6]. Широкий энергетический максимум слева связан с планетарными волнами. Более узкие спектральные пики справа вызваны инерционными колебаниями и приливами. Аналогичные спектры были построены В. Гоулдом [7] для восточной части Атлантики. Достаточно представительный обзор экспериментальных данных по планетарных волнам сделан в работе [8]. Для нас важно, что вершина левого спектрального пика на рис. 1 находится вблизи периода 30 сут. Этот же период можно получить и теоретически с помощью формулы

$$T = \frac{4\pi kH}{mf} = \frac{8\pi^2 H}{mf\lambda}, \tag{1}$$

которая справедлива для баротропных планетарных волн. Мы выведем ее в данной работе ниже. В формуле (1) H — средняя глубина шельфа и m — его средний уклон, f — первый параметр Кориолиса, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число и λ — длина волны. Для $H = 100$ м, $f = 10^{-4}$ с$^{-1}$, $\lambda = 10$ км и $m = 1.4 \cdot 10^{-3}$ [9] получаем из (1) $T \approx 30$ сут. Для бароклинных планетарных волн типичный период $\tau = 2/(\beta\,\mathrm{Ro})$, где $\mathrm{Ro} = NH/f$ — радиус деформации Россби [10], N — частота плавучести, H — глубина и β — производная от параметра Кориолиса f по меридиану (по широте), учитывающая сферичность Земли. При $H = 500$ м (континентальный склон), $N = 5 \cdot 10^{-3}$ с$^{-1}$ получаем $\mathrm{Ro} = 25$ км. Поэтому при $\beta = 2 \cdot 10^{-8}$ (км с)$^{-1}$ имеем $\tau \approx 40$ сут. Таким образом, возникшие у побережья Сибири в водах шельфа Арктики планетарные волны с периодами около 30 и 40 сут, воздействуя на азиатский континент с севера, могут порождать в нем сейсмические колебания с такими же периодами. Эти колебания распространяются затем в глубь континента, инициируя землетрясения (например, по типу триггера) в перенапряженных областях литосферы, в частности в Гармском районе Памира. В пользу подобного механизма говорит тот факт, что микросейсмы, порождаемые штормовыми ветровыми волнами на побережье Норвежского моря, измеряются сейсмическими станциями не только в Норвегии, Финляндии, Пулково и Обнинске, но и в Ялте [2], т. е. легко распространяются в глубь континента на расстояния порядка трех тысяч километров. Остается показать, что давление на дно, порождаемое планетарными волнами, не меньше, чем давление на дно, порождаемое штормовыми волнами в океане [3].

Направим ось y на север, ось x — на восток, а ось z — вертикально вниз. Начало координат $z = 0$ расположим на невозмущенной поверхности океана у берегов Сибири, буквой ζ обозначим динамическое возмущение этой поверхности [9]. Обозначим также буквой L ширину Сибирского шельфа, которая свободна ото льда. Глубина шельфа возрастает при удалении от берега в сторону океана. Простейшей аппроксимацией является линейный закон $H = D + my$, где $D \approx 1$ м — глубина вблизи уреза воды ($y = 0$) и $m = \partial H/\partial y = 1.4 \cdot 10^{-3}$ — средний уклон шельфа [9]. Считаем, что волновые движения носят характер захваченных шельфом длинных волн [10], так что при $y = 0, L$

$$S_y = \int\limits_0^H v\,dz = 0, \tag{2}$$

где S_y — поперечная составляющая полного потока и v — поперечная (вдоль оси y) составляющая скорости течения. Рассмотрим уравнения теории мелкой воды [9, с. 76], описывающие длинные волны в океане ($\lambda \gg H$):

$$\frac{\partial S_x}{\partial t} - fS_y = gH\frac{\partial \zeta}{\partial x}, \quad \frac{\partial S_y}{\partial t} + fS_x = gH\frac{\partial \zeta}{\partial y}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial S_x}{\partial x} + \frac{\partial S_y}{\partial y}. \tag{4}$$

Здесь $S_x = \int\limits_0^H u\,dz$ — вдольбереговая составляющая полного потока, u — вдольбереговая (вдоль оси x) составляющая скорости течения и g — ускорение силы тяжести. Комбинируя уравнения (3) и (4), находим уравнение для возмущения уровня ζ

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2\right)\zeta - \nabla\left(c_0^2 \nabla \zeta\right)\right] - gfJ(H, \zeta) = 0, \tag{5}$$

где $c_0 = (gH)^{1/2}$ — лагранжева скорость длинных волн, ∇ — оператор набла и $J(H,\zeta) = (\partial H/\partial x)(\partial\zeta/\partial y) - (\partial H/\partial y)(\partial\zeta/\partial x)$ — дифференциальный оператор Якоби.

Решив уравнение (5) и определив уровень ζ, мы можем с помощью уравнения гидростатики $g\rho = \partial p/\partial z$, которое справедливо для длинных $(\lambda \gg H)$ волн [9, 10], найти и давление в этих волнах

$$p = p^a + g\rho(z-\zeta). \tag{6}$$

Кроме того, знание уровня ζ позволяет нам определить и полные потоки. Из уравнений (3), (4) находим

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2\right) S_x = gH\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial t\,\partial x} + f\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right), \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2\right) S_y = gH\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial t\,\partial y} - f\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right). \end{aligned} \tag{7}$$

Знание полных потоков позволяет определить и средние (по глубине) скорости течения $\overline{u} = S_x/H$, $\overline{v} = S_y/H$. При отсутствии трения в уравнениях (3) средние $\overline{u}, \overline{v}$ и текущие u, v скорости течений совпадают.

Уравнение (5) необходимо решать с граничными условиями при $y = 0, L$:

$$\frac{\partial^2\zeta}{\partial t\,\partial y} - f\frac{\partial\zeta}{\partial x} = 0, \tag{8}$$

которые следуют из (7) и (2). Решение (5) ищем в виде волны

$$\zeta = \mathrm{Re}[a(y)]\exp[i(kx - \omega t + \varphi)], \tag{9}$$

где Re — действительная часть комплексного числа. Подставляя (9) в (5), получим уравнение для амплитуды волны

$$\frac{d^2a}{dy^2} + \frac{m}{H}\frac{da}{dy} + a\left[\frac{\omega^2 - f^2}{c_0^2} - k^2 + \frac{fmk}{\omega H}\right] = 0. \tag{10}$$

Его решение есть

$$a = \exp\left(-\frac{m}{2H}y\right)[c_1\cos(\delta y) + c_2\sin(\delta y)], \tag{11}$$

где c_1 и c_2 — постоянные интегрирования и введено обозначение

$$\delta^2 = \frac{\omega^2 - f^2}{c_0^2} - \left(k^2 + \frac{m^2}{4H^2}\right) + \frac{fmk}{\omega H}. \tag{12}$$

Величина $m^2/4H^2$ в (13) мала $(m \ll 1)$, и далее мы будем ею пренебрегать. Из граничных условий (8) и представления (9) следует при $y = 0, L$:

$$\frac{da}{dy} + \frac{fk}{\omega}a = 0. \tag{13}$$

Уравнения (10), (13) представляют собой известную в математической физике задачу Штурма–Лиувилля на собственные значения для амплитуды $a(y)$. Необходимо найти те собственные значения параметра δ, при которых эта задача имеет нетривиальные решения. Подстановка (11) в (13) дает систему двух уравнений относительно c_1 и c_2. Она имеет нетривиальное решение, если ее определитель и соответствующий детерминант равен нулю:

$$(\omega^2 - f^2)(\omega^2 - k^2c_0^2)\sin(\delta L) = 0. \tag{14}$$

Это уравнение для собственных значений. Оно имеет несколько решений, соответствующих различным классам длинных волн.

Решение $\omega = f$ описывает инерционные колебания, представленные на рис. 2 (второй пик справа). Их период не превышает нескольких десятков часов, и для целей данной работы эти колебания интереса не представляют. Решением уравнения (14) являются и волны Кельвина с дисперсионным соотношением $\omega = \pm c_0 k$. В физике океана [8–10] волны Кельвина обычно связывают с приливными волнами на шельфе. Для месячной (с периодом 30 сут) составляющей прилива из дисперсионного соотношения следует: $\lambda_m = c_0 T_m \approx 80\cdot 10^3$ км, что превышает размеры Северного Ледовитого океана (около 4.5 тыс. км).

Третье решение уравнения для собственных значений (14) имеет вид $\sin\delta L = 0$. Оно реализуется при $\delta = \pi n/L$, $n = 1, 2, 3, \ldots$ Отсюда и из (12) следует

$$\omega^2 + \frac{fmkc_0^2}{\omega H} - c_0^2\left(k^2 + \frac{\pi^2 n^2}{L^2} + \frac{f^2}{c_0^2}\right) = 0. \tag{15}$$

В случае больших частот $\omega > f$ второй член в (15) очень мал и мы получаем дисперсионное соотношение для волн Пуанкаре–Свердрупа

$$\omega^2 = f^2 + c_0^2\left(k^2 + \frac{\pi^2 n^2}{L^2}\right), \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Их периоды не превышают десяти часов, поэтому для настоящей работы они интереса не представляют.

Для низкочастотных волн ω первый член в (15) мал по сравнению со вторым, и мы получаем дисперсионное соотношение для топографических планетарных волн

$$\omega = \frac{fmk}{H\left(k^2 + \frac{\pi^2 n^2}{L^2} + \frac{f^2}{c_0^2}\right)}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{16}$$

На рис. 3 представлен расчет дисперсионной кривой (16) для двух мод $n = 1$ и $n = 30$ при $L = 100$ км, $m = 1.4\cdot 10^{-3}$, $H = 100$ м, $f = 10^{-4}$ цикл/с. Важной особенностью соотношения (16) является наличие максимальной частоты ω_m, которой соответствует длина волны $\lambda_m = 2\pi/k_m$. При $k = k_m$ групповая скорость $c_g = d\omega/dk$ обращается в нуль, т. е. на этой длине

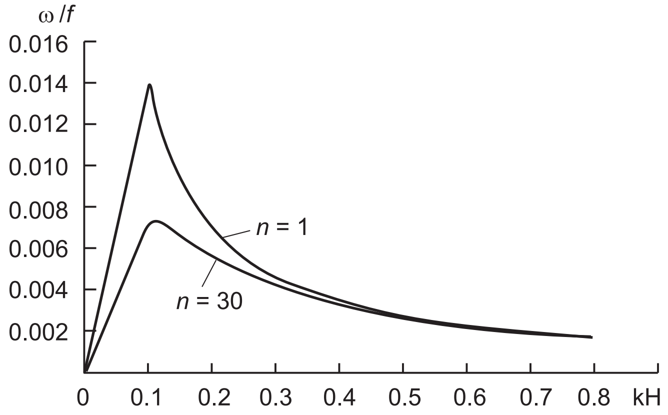

Рис. 3. Дисперсионное соотношение для двух мод топографических планетарных волн, рассчитанное по формуле (16)

волны и периодах из-за отсутствия переноса волновой энергии происходит ее накопление. Соответствующие частоты на дисперсионных кривых получили название частот Эйри [11]. Из (16) следует

$$k_m = \frac{1}{L}\sqrt{\pi^2 n^2 + \left(\frac{L}{\mathrm{Ro}}\right)^2}, \tag{17}$$

где $\mathrm{Ro} = c_0/f$ — радиус деформации Россби. При $k = k_m$ максимальная частота топографических планетарных волн есть

$$\omega_m = \frac{mL}{2H}\,\frac{f}{\sqrt{\pi^2 n^2 + (L/\mathrm{Ro})^2}}. \tag{18}$$

Ей соответствует период

$$T_m = \frac{4\pi H}{mfL}\sqrt{\pi^2 n^2 + \left(\frac{L}{\mathrm{Ro}}\right)^2}, \tag{19}$$

или, учитывая (17), $T_m = 4\pi H k_m/mf$, что совпадает при $k = k_m$ с формулой (1). Формулы (1) или (19) и определяют период топографических планетарных волн: он зависит от длины волны λ_m. Для Сибирского шельфа эта длина имеет порядок 10–50 км и период волн составляет 25–60 сут. На крутых склонах глубоководного желоба южнее Курильских островов наблюдаются типичные длины волн порядка 100 км и периоды порядка 10 сут. Во Флоридском проливе топографические планетарные волны имеют периоды 10 сут, а на шельфе Орегон (США) — 17 сут. На шельфах Австралии их периоды колеблются от 24 сут до 5 мес [10].

Найдем далее с помощью (11) и (12) амплитуду планетарных волн

$$a = \exp\left(-\frac{m}{2H}y\right)\zeta_0\left[\cos(\delta y) - \frac{1}{\delta}\left(\frac{fk}{\omega} - \frac{m}{2H}\right)\sin(\delta y)\right], \quad \delta = \frac{\pi n}{L}.$$

Отсюда следует

$$\zeta = \exp\left(-\frac{m}{2H}y\right)\zeta_0[\cos(\delta y) - (A_W - A_S)\sin(\delta y)] \times$$
$$\times \cos(kx - \omega t + \varphi), \tag{20}$$

$$u = \left(\frac{g\delta}{f}\right)\zeta_0 \exp\left(-\frac{my}{2H}\right) \times$$
$$\times [A_S(A_W - A_S)\sin(\delta y) - \sin(\delta y) - A_W\cos(\delta y)] \times$$
$$\times \cos(kx - \omega t + \varphi), \tag{21}$$

$$v = -\left(\frac{gk}{f}\right)\zeta_0 \exp\left(-\frac{my}{2H}\right) \times$$
$$\times [\cos(\delta y) - (A_W - A_S)\sin(\delta y)]\sin(kx - \omega t + \varphi), \tag{22}$$

где $\delta = \pi n/L$, $A_W = fk/(\delta\omega)$, $A_S = m/(2H\delta)$. Из (20) видно, что на границах изучаемой области $y = 0, L$ возмущения уровня малы и береговые мареографы, измеряющие уровень океана ζ, нет смысла использовать для записи планетарных волн. Их надо изучать с помощью измерителей течений, установленных на шельфе. Другим методом является сейсмический метод измерения упругих волн в литосфере, порождаемых планетарными волнами. Найдем давление, оказываемое планетарными волнами, на океанское дно.

Для этого необходимо использовать соотношения (6), (20). Имеем при $z = H$

$$p^H = p^a + g\rho H - g\rho\zeta_0 \exp\left(-\frac{my}{2H}\right) \times$$
$$\times [\cos(\delta y) - (A_W - A_S)\sin(\delta y)]\cos(kx - \omega t + \varphi), \tag{23}$$

т. е. амплитуда переменной части давления существенно зависит от числа $A_W > A_S$ и при определенных частотах и длинах волн может значительно превышать давление $g\rho\zeta_0$, типичное для ветровых волн. К тому же низкочастотные сейсмоволны от планетарных волн затухают значительно медленнее, чем микросейсмы от ветровых волн, и распространяются значительно дальше них. Пусть, например, $T = 31$ сут, $\lambda = 10$ км, $H = 100$ м, $L = 100$ км, $m = 1.4 \cdot 10^{-3}$ и $\zeta_0 = 0.1$ м (шторм). Тогда $A_W = 864$ и $A_S = 0.22$. Максимальное давление на дно $p^H \cong g\rho\zeta_0 A_W$ достигает 8 атм ($8.5 \cdot 10^5$ Па). Этого давления вполне достаточно для возбуждения сейсмических волн в литосфере, которые и инициируют землетрясения на Гармском полигоне в диапазоне периодов от 25 до 60 сут, типичном для планетарных волн в океане.

Литература

1. *Голицын Б.Б.* Избр. труды. Т. 2. М., 1960. С. 379.
2. *Монахов Ф.Н.* Низкочастотный шум Земли. М., 1977.
3. *Арсеньев С.А., Шелковников Н.К.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2006. № 2. С. 62 (Moscow University Phys. Bull. 2006. N 2. P. 63).
4. *Дещеревская Е.В., Сидорин А.Я.* // Исследования в области геофизики: К 75-летию Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта. М., 2004. С. 372.

5. *Арсеньев С.А., Шелковников Н.К.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1998. № 6. С. 40 (Moscow University Phys. Bull. 1998. N 6. P. 45).
6. *Thompson R.* // Deep-Sea Res. 1971. **18**, N 1. P. 1.
7. *Gould W.J.* // Phil. Trans. Roy. Soc. London. 1971. **A270**, N 1206. P. 437.
8. *Каменкович В.М., Кошляков М.Н., Монин А.С.* Синоптические вихри в океане. Л., 1987.
9. *Арсеньев С.А.,Шелковников Н.К.* Динамика вод шельфов. М., 1989.
10. *Ле Блон П., Майсек Л.* Волны в океане: В 2 т. М., 1981.
11. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М., 1973.

Поступила в редакцию
25.04.2007