УДК 550.34+551.24

## **B.C. Захаров**<sup>1</sup>

## ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ САМОПОДОБИЯ АФТЕРШОКОВОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ЯПОНСКОГО ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ 11 МАРТА 2011 г.

Получены количественные характеристики самоподобия афтершоковой последовательности японского землетрясения 11.03.2011. Определяли параметр p в законе Омори (p = 1,06), параметр b в законе Гуттенберга-Рихтера (b = 0,61) и фрактальную размерность (D) эпицентрального поля (D = 1,52). Самоподобие проявляется в диапазоне двух порядков временно́го и пространственного масштабов и 4 единиц по магнитуде. Выявлена устойчивость во времени полученных оценок параметра p в законе Омори, получены пространственные вариации параметров b и p.

*Ключевые слова:* землетрясения, афтершоки, самоподобие, закон Омори, закон Гуттенберга– Рихтера, фрактальная размерность.

Quantitative characteristics of self-similarity of aftershock sequence of Japan earthquake 11.03.2011 are obtained. We determine parameter p in Omori law (p = 1,06), parameter b in Gutenberg-Richter law (b = 0,61) and fractal dimensions (D) of spatial distribution of earthquakes epicenters (D = 1,52). Self-similarity is manifested in a range at least 2 orders of time and spatial scales and 4 units of magnitude. We detect stability of parameter p value in time and also we compute spatial variations of b and p parameter.

Key words: earthquakes, aftershocks, Omori law, Gutenberg-Richter law, fractal dimension.

Введение. 11 марта 2011 г. в 05 час 46 мин по Гринвичу в 129 км восточнее о. Хонсю (Япония) произошло сильнейшее землетрясение. По уточненным данным Национального центра информации о землетрясениях Геологической службы США (National Earthquake Information Center, NEIC, USGS), ero магнитуда составила  $M_w = 9,0$ ; координаты гипоцентра 38,297° с.ш., 142,372° в.д., глубина 30 км. Тектоническая позиция землетрясения — зона контакта Тихоокеанской и Североамериканкой (Охотской) плит. Положение главного толчка и афтершоки с  $m_b \ge 4$  за период с 11.03. по 17.10.2011, по данным мирового каталога землетрясений (NEIC PDE, http:// earthquake.usgs.gov/regional/neic/index.php), представлено на рис. 1. Рассмотрению тектонических и сейсмологических аспектов этого землетрясения уже посвящен ряд работ [Рогожин, 2011; Тихонов, Ломтев, 2011; Tikhonov, 2011].

В нашей работе внимание направлено на проявление самоподобия сейсмического процесса. Сейсмический процесс [Касахара, 1985] — совокупность землетрясений, которые рассматриваются как точки в координатах пространство—время, снабженные параметром энергии. Указанные самоподобные (фрактальные) свойства сейсмического режима проявляются в его пространственно-временных характеристиках в виде степенных законов распределения. Установлено [Садовский, Писаренко, 1991; Касахара, 1985; Тигсоtte, 1997], что сейсмический процесс проявляет характерные свойства иерархической самоподобной системы в распределении землетрясений во времени, по энергии и в пространстве. Для последовательности афтершоков сильных землетрясений эти свойства проявляются в законах Омори и Гуттенберга—Рихтера, во фрактальном характере расположения их очагов. Количественным выражением этого служат параметры p, b и фрактальная размерность D соответственно.

Цель работы — определение количественных характеристик самоподобия афтершоковой последовательности сильнейшего японского землетрясения 11.03.2011.

Развитие афтершокового процесса во времени. По данным NEIC, USGS, афтершоковая область имеет протяженность около 650 км с поперечным размером примерно 350 км от о. Хонсю до глубоководного желоба и немного восточнее. Большинство гипоцентров афтершоков находилось в интервале глубины 20–50 км.

Общий характер афтершоковой последовательности с 11.03. по 17.10.2011 (4459 событий) показан в виде гистограммы на рис. 2, *а*. Число событий уменьшается с течением времени. Выделяются также всплески сейсмической активности на 12-, 32-, 61- и 122-е сутки, что, по-видимому, связано с сильными афтершоками ( $m_b = 6, 1 \div 6, 3$ ).

В работах [Рогожин, 2011; Тихонов, Ломтев, 2011; Tikhonov, 2011] продолжительность афтершоковой последовательности ограничена 30-40 сутками, это объясняется прежде всего временем написания этих статей (апрель 2011 г.). Поскольку в распоряжении автора уже есть значительно более продолжительный ряд событий, можно попытаться выяснить, относятся

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, геологический факультет, кафедра динамической геологии, доцент, канд. физ.-мат. н., *e-mail*: vszakharov@yandex.ru; zakharov@dynamo.geol.msu.ru



Рис. 1. Положение эпицентра главного толчка (звездочка) землетрясения 11.03.2011 и его афтершоков с *m<sub>b</sub>* ≥ 4 (кружки) за период с 11.03. по 17.10.2011 по данным оперативного каталога землетрясений NEIC,USGS в плане (*a*) и 3D-вид (*б*). Жирная линия — контуры береговой линии, тонкая линия — границы плит (Pa — Тихоокеанская, Okh — Охотская), по [Bird, 2003]

ли происходящие в этой области события к афтершокам того же землетрясения. Для этого используем закон Омори [Kanamori, Brodsky, 2004], дающий эмпирическое описание спадания афтершоковой активности:

$$n(t) = \frac{K}{\left(t+c\right)^p},\tag{1}$$

где n(t) — число афтершоков в единицу времени, p — параметр, характеризующий скорость уменьшения сейсмической активности.

Построение афтершоковой последовательности в двойном логарифмическом масштабе (рис. 2, б) позволяет определить параметр р по наклону аппроксимирующей прямой:  $p = 1,06\pm0,04$  для всего рассмотренного ряда данных. При анализе здесь и далее вычислялись также сопутствующие статистические характеристики для подтверждения достоверности получаемых оценок. Определены также значения параметра р по афтершоковым последовательностям в 30, 60 и 90 суток после главного события, их значения составили  $p = 0.95 \pm 0.03$ ;  $p = 0.96 \pm 0.04$ ;  $p = 0.99 \pm 0.04$ соответственно, значения коэффициента корреляции при аппроксимации не меньше 0,9. Устойчивость полученных оценок позволяет говорить о том, что весь рассматриваемый набор данных можно, хотя с некоторым допущением, рассматривать как единую афтершоковую последовательность.

Распределение афтершоков по магнитуде и закон Гуттенберга—Рихтера. Классический пример, подтверждающий самоподобие сейсмического режима, закон Гуттенберга—Рихтера для распределения землетрясений по магнитуде, имеющий фундаментальное значение в сейсмологии [Касахара, 1985]:

$$\lg N = -bM + a,\tag{2}$$

где *а* и *b* — эмпирические константы, *N* — число землетрясений за определенный промежуток времени с магнитудой, превосходящей *M*, в определенном регионе. Это соотношение выполняется для области спада графика распределения  $\lg N(M)$ . Графическое представление этой зависимости называется графиком повторяемости (рис. 3, *a*). Параметр *b* в законе Гуттенберга—Рихтера для разных районов и обстановок варьирует в диапазоне 0,5 < b < 1,2 [Касахара, 1985]. С учетом того, что магнитуда пропорциональна логарифму энергии землетрясения, коэффициент *b* — параметр самоподобия сейсмического режима.

Обычно в качестве магнитуды при построении графика повторяемости используют  $M_S$  — магнитуду по поверхностным волнам, или  $M_w$  — моментную магнитуду. Поскольку в каталоге NEIC PDE для большинства землетрясений приведена только магнитуда по объемным волнам  $m_b$ , то ее пересчитали в  $M_S$ , используя среднемировую зависимость между ними [Fowler, 2005]:

$$m_b = 2,94 + 0,55 \ M_S,\tag{3}$$

а затем построили распределения афтершоков. На рис. 3, *а* показано распределение афтершоков по магнитуде  $M_S$  и параметр *b* для всей совокупности исследуемых событий ( $b = 0.61 \pm 0.02$ , коэффициент корреляции R = 0.98).

Для анализа характеристик самоподобия сейсмического процесса (параметр *b* и фрактальная

б

Время, дни

100

p = -1,06R = 0.9

2

10

1000

1000

·100

10

N



3

2

1

0

 $\lg N$ 



a

размерность D) автором разработана компьютерная программа FrAnGeo v.1.0. Вычисление ведется в выбранной области с помощью скользящего окна, параметры которого устанавливаются пользователем. Результаты визуализируются в графическом окне, а также записываются в текстовый файл, в который с выбранной дискретностью заносятся координаты центра скользящего окна (долгота, широта) и значения вычисленных характеристик: фрактальной размерности D, параметра b, поверхностной плотности точечных объектов. Таким образом, в результате выполнения этой программы получается поле изучаемых характеристик самоподобия, что отличает данный инструмент от множества аналогов. Программа FrAnGeo v.1.0 также пригодна для фрактального анализа иных точечных и векторных объектов с географической привязкой.

lg t

На рис. 3,  $\delta$  представлено рассчитанное поле параметра b; видно, что параметр b довольно значительно варьирует в афтершоковой области: максимум





Рис. 3. Параметры распределения по магнитудам для афтершоковой последовательности: распределение афтершоков по магнитуде  $M_S$  и определение параметра b (b = 0,61) (a) и рассчитанное поле параметра b ( $\delta$ )

600



Рис. 4. Вычисление фрактальной размерности: вычисление клеточной размерности *D* для всего эпицентрального поля афтершоков (*D* = 1,52) (*a*) и рассчитанное поле *D* (*b*)

 $(b = 0,9 \div 1,1)$  находится в районе глубоководного желоба, а область главного события характеризуется пониженным значением указанного параметра. Вероятно, это объясняется тем, что в этой зоне расположены также очаги сильных афтершоков, наличие которых при анализе приводит к уменьшению наклона графика повторяемости. Этот вопрос, а также изменчивость поля *b* во времени требуют дальнейшего изучения.

Фрактальные свойства эпицентрального поля афтершоков. Фракталы — объекты, которые обладают масштабной инвариантностью (или скейлингом), когда каждый элемент несет информацию о целом. Важное место в теории фракталов занимает фрактальная размерность D, которая является показателем в степенном законе вида

$$N \sim r^{-D},\tag{4}$$

где *r* — масштаб рассмотрения, *N* — число элементов.

Фрактальная размерность показывает меру самоподобия рассматриваемой иерархической совокупности и степень сложности структуры. Мера подобия оценивается диапазоном масштаба, в котором выполняется однородный степенной закон, а относительная степень сложности определяется величиной фрактальной размерности. Фрактальная размерность дает количественную меру для сопоставления объектов или процессов, как правило, имеющих разное время формирования и/или характеризующихся различными физическими величинами.

Пространственная структура гипо- и эпицентрального поля землетрясений имеет весьма сложный и неоднородный вид, причем эти свойства проявляются в широком диапазоне масштаба. Если не учитывать размер очага и считать его точкой, то совокупность гипоцентров имеет характер *канторовых* множеств [Turcotte, 1997; Мандельброт, 2002].

Для определения фрактальной размерности в программе FrAnGeo v.1.0 реализованы метод подсчета клеток и вычисление клеточной размерности (box dimension) [Turcotte, 1997; Мандельброт, 2002]. Для ее вычисления исследуемый объект покрывается клетками со стороной, равной  $\delta$ , причем при каждом акте покрытия  $\delta$  изменяется, затем подсчитывается число необходимых для этого клеток N при различных значениях  $\delta$ . Обычно строят график в двойном логарифмическом масштабе, а затем область скейлинга, т.е. диапазона значений  $\delta$ , для которого зависимость имеет вид (4), аппроксимируют линейной зависимостью:

$$\lg N = -D \lg \delta + c, \tag{5}$$

угловой коэффициент которой — фрактальная размерность *D*, а *с* — постоянная.

На рис. 4, *а* показаны вычисления фрактальной размерности *D* для эпицентрального поля всей совокупности исследуемых событий ( $D = 1,52 \pm 0,04$ , коэффициент корреляции R = 0,998).

На рис. 4,  $\delta$  представлено рассчитанное поле *D*. Видно, что параметр *D* значительно варьирует в афтершоковой области ( $D = 0,6 \div 1,9$ ). Зона максимума ( $D = 1,8 \div 1,9$ ) вытянута с юго-запада на северо-восток; вероятно, она соответствует проекции области концентрации очагов в наклонной сейсмофокальной зоне. Для подробного изучения этой зависимости необходим трехмерный анализ (в том числе фрактальной размерности) гипоцентрального поля, а также изучение изменчивости поля *D* во времени.

Обсуждение результатов и выводы. Главный результат — получение количественных характеристик самоподобия афтершокового процесса землетрясения 11.03.2011: параметра р в законе Омори, параметра *b* в законе Гуттенберга–Рихтера и фрактальной размерности *D* эпицентрального поля. Это самоподобие проявляется в диапазоне по крайней мере двух порядков временного масштаба, почти двух порядков пространственного масштаба и в диапазоне четырех единиц по магнитуде (т.е. 6 порядков по энергии). Выявлена устойчивость полученных оценок параметра *р* в законе Омори, что позволяет говорить о том, что весь представленный набор данных можно рассматривать как единую афтершоковую последовательность. Получены также пространственные вариации параметров b и p, которые указывают на неоднородность исследуемой области и позволяют выявить ее структуру.

Свойства самоподобия сейсмического процесса, проявляемые в виде степенных законов распределения, указывают на то, что сейсмотектоническая система относится к классу сложных систем с самоорганизованной критичностью, в которой реализуется

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Захаров В.С. Характеристики самоподобия сейсмичности и сетей активных разломов Евразии // Электронное научное издание «ГЕОразрез». 2008. Вып. 1. URL: http://www.georazrez.ru/articles/2008/1-1/zakharovkharakteristiki\_samopodobiya\_seysmichnosti.pdf (дата обращения 20.05.2011).

Захаров В.С. Анализ характеристик самоподобия сейсмичности и систем активных разломов Евразии // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 4. Геология. 2011. № 6. С. 10–17.

*Касахара К.* Механика землетрясений. М.: Мир, 1985. 264 с.

Лукк А.А., Дещеревский А.В., Сидорин А.Я., Сидорин И.А. Вариации геофизических полей как проявление детерминированного хаоса во фрактальной среде. М.: ОИФЗ РАН, 1996. 210 с.

*Мандельброт Б.* Фрактальная геометрия природы. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. 656 с.

Рогожин Е.А. Землетрясение Тохоку 11.03.2011 (М = = 9.0) в Японии: тектоническая позиция очага, макросейсмические, сейсмологические и геодинамические проявления // Геотектоника. 2011. № 5. С. 3–16. хаотическое поведение [Turcotte, 1997; Kanamori, Brodsky, 2004].

Землетрясения — это не только события, происходящие в существующей структуре разломов, они сами формируют эти разломы. Таким образом, должна существовать взаимная связь свойств дискретной иерархической среды и самоподобного процесса, протекающего в ней. Такую связь рассматривали разные исследователи [Касахара, 1985; Лукк и др., 1996; Turcotte, 1997; Caneva, Smirnov, 2004]. В предыдущих работах автора [Захаров, 2008, 2011] установлено, что фрактальные размерности эпицентрального поля *D* и сети активных разломов D<sub>f</sub> характеризуются близкими значениями. По мнению автора, это указывает на взаимную согласованность процессов сейсмичности и разломообразования. Фрактальное строение разломных сетей определяет особенности фрактальной пространственно-временной динамики землетрясений и наоборот. Это обстоятельство позволяет оценить некоторые топологические характеристики системы разломов и трещин, которые недоступны непосредственному изучению (как в случае, когда афтершоковая область лежит в океане) по аналогичным характеристикам поля очагов землетрясений.

*Садовский М.А., Писаренко В.Ф.* Сейсмический процесс в блоковой среде. М.: Наука, 1991. 96 с.

Тихонов И.Н., Ломтев В.Л. Тектонические и сейсмологические аспекты великого японского землетрясения 11 марта 2011 года // Геодинамика и тектонофизика. 2001. Т. 2, № 2. С. 145–160.

*Bird P.* An updated digital model of plate boundaries // Geochemistry, Geophysics, Geosystems. 2003. Vol. 4, N 3 (doi:10.1029/2001GC000252).

*Caneva A., Smirnov V.* Using the fractal dimension of earthquake distributions and the slope of the recurrence curve to forecast earthquakes in Colombia // Earth Sci. Res. J. 2004. Vol. 8, N 1. P. 3–9.

*Fowler C.M.R.* The Solid Earth: an introduction to global geophysics. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2005. 685 p.

*Kanamori H., Brodsky E.E.* The physics of earthquakes // Rep. Prog. Phys. 2004. Vol. 67. P. 1429–1496.

*Tikhonov I.N.* Mega-earthquake on 11 March 2011 in Japan and aftershock process dynamics' development // Rus. J. of Earth Sci. 2011. Vol. 12, N ES1003 (doi:10.2205/2011ES000503).

*Turcotte D.L.* Fractals and Chaos in Geology and Geophysics. Second edit. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1997. 398 p.

Поступила в редакцию 11.10.2011