

*Двойная планета. Гравюра Маурица Корнелиса Эшера. 1949*

УДК 550.34.01:550.348.436



**Стаховский И.Р.**

## **Что такое сейсмичность?**

Стаховский Игорь Ростиславович, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, ФГБУН «Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук»

ORCID ID <https://orcid.org/0000-0002-6382-358>

E-mail: igor-r-stakhovsky@j-spacetime.com; stakhov@ifz.ru; igorstakhovsky@gmail.com

В статье обсуждаются основные вопросы, связанные с масштабной инвариантностью сейсмического процесса. Теория диссипативных структур и теория мультифрактальных мер позволяют определить сейсмичность как неравновесный процесс, подчиненный мультифрактальной статистике. Предложена новая модель очага литосферного землетрясения в виде фрактального кластера микротрещин и рассмотрены физические процессы, приводящие к возникновению сейсмичности в материале литосферы.

**Ключевые слова:** землетрясения; сейсмичность; очаг землетрясения; неравновесность; диссипативные структуры; мультифрактальные меры.

### **Введение**

Вопрос, вынесенный в заголовок статьи, относится к числу старейших вопросов в истории наук о Земле. С древнейших времен человечество пытается понять природу сейсмичности. Сегодня наука о землетрясениях располагает обширной библиографией, систематизирующей как результаты эмпирических наблюдений, так и попытки теоретического осмысления сейсмического процесса. Изучению землетрясений посвящено множество превосходных монографий<sup>1</sup>. Однако сильные землетрясения

<sup>1</sup> См., в частности: Рихтер Ч.Ф. Элементарная сейсмология. М.: Иностранная литература, 1963. 670 с.; Мячкин В.И. Процессы подготовки землетрясения. М.: Наука, 1978. 232 с.

по-прежнему остаются чрезвычайно опасными и, к сожалению, непредсказуемыми стихийными бедствиями. Непредсказуемость землетрясений как раз и заставляет задуматься, что же такое сейсмичность, поскольку любая научная дисциплина (и сейсмофизика в том числе) считает своими основными онтологическими функциями анализ, диагноз и прогноз исследуемого объекта.

Мы знаем, что в очаге землетрясения возникает разрыв горных пород, т.е. происходит разрушение материала литосферы. Но каков механизм этого разрушения и процесса его подготовки? Во многих случаях разрыв может выходить на дневную поверхность, представляя собой, тем самым, доступный объект исследования. Возникает парадоксальная ситуация: человек научился расщеплять атомные ядра и составлять карты звездных галактик, но не может разобраться, что происходит у него под ногами!

«Бытовое» объяснение этого парадокса заключается в том, что процессы подготовки землетрясения и формирования его очага происходят в «каменном массиве», т.е. во внутренних областях литосферы, вследствие чего эти процессы невозможно увидеть и измерить. Действительно, никто никогда не видел очага готовящегося землетрясения. Изолированность исследователей от предмета исследования отчасти объясняет неудачи сейсмического прогноза. Но было бы чрезвычайно наивно полагать, что наши возможности изучения сейсмических объектов ограничены лишь несовершенством наших органов чувств и техническими проблемами.

Прогноз разрушения твердых тел чаще всего связывается с расчетом этих тел на прочность методами классической механики, т.е. с расчетом поля напряжений, возникающего в теле после приложения внешней нагрузки, и сравнения компонент тензора напряжений с так называемым «пределом прочности» исследуемого материала, определяемым с помощью предварительных экспериментов. Этот подход позволяет получать вполне приемлемые результаты при проектировании инженерных сооружений. Однако между расчетом на прочность элементов статических конструкций и «расчетом на прочность» очага готовящегося землетрясения существует фундаментальная разница.

Эта разница заключается в принципиально разных свойствах равновесных и неравновесных систем. Классическая физика веками развивалась как наука о равновесных системах. В еще большей степени это относится к классической механике. Теорией упругости можно восхищаться как образцом математической ясности, строгости и, если угодно, красоты, но она предназначена для описания исключительно равновесных систем. Для описания неравновесных систем теория упругости применяться не может, поскольку большинство ее исходных постулатов в неравновесных системах не выполняется.

Очаг готовящегося землетрясения – это и есть сильно неравновесная и сильно нелинейная физическая система, эволюция которой *не* подчиняется законам равновесной (классической) физики. Сейсмичность – сугубо неравновесный процесс (в равновесной системе сейсмичности просто не было бы). Подлинная проблема сейсмологии состоит в том, что законченная и внутренне замкнутая теория неравновесных процессов пока еще далека от завершения. Невозможно решить задачу, если мы не умеем ее формализовывать. Десятилетиями очаг готовящегося землетрясения интерпретировался как механическая система, существующая в евклидовом пространстве и астрономическом времени. Казалось бы, – как может быть иначе, ведь это «само собой разумеется»! Сегодня становится понятно (не всегда на расчетном, но, по крайней мере, всегда на концептуальном уровне), что сильно неравновесные процессы реализуются в очень специфических пространствах и очень специфическом времени, не рассматриваемых равновесной механикой.

Этим вопросам сейсмофизики и посвящен настоящий очерк. В дальнейшем мы не будем касаться мантийной сейсмичности, – о ней мы знаем слишком мало. Попробуем разобраться с тем, что собой представляет литосферная сейсмичность, к которой относится более 80% происходящих на Земле землетрясений.

### Неравновесность как предмет исследования

Огромную роль в построении теории неравновесных процессов сыграли работы физхимика, лауреата Нобелевской премии по химии 1977 г. И.Р. Пригожина<sup>1</sup>. Он ввел в обращение ту терминологию, которой мы будем пользоваться в дальнейшем. Именно он определил, что в сильно неравновесном состоянии в системе появляются дальнедействующие корреляции, отсутствующие в состоянии равновесия. Благодаря его работам мы знаем, что мир вокруг нас не детерминирован, а представляет собой лишь один из многих возможных вариантов.

И.Р. Пригожин понял, что роль термодинамической энтропии в эволюции многокомпонентных физических систем значительно сложнее, чем казалось ранее, а при исследовании неравновесных состояний сложных систем является определяющей. С изменениями энтропии он связал не только

<sup>1</sup> Пригожин И.Р. От существующего к возникающему. М.: Едиториал УРСС, 2002. 288 с.; Он же. Конец определенности. Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 1999. 216 с.

пространственно-временные преобразования неравновесных систем, но даже само время. Именно ему принадлежит фундаментальное по своему значению открытие, согласно которому в неравновесных диссипативных системах флуктуации несут не разрушительную, а конструктивную функцию, – они являются причиной возникновения «диссипативных структур» и «самоорганизации». Определим эти термины, отдавая предпочтение не столько строгости, сколько ясности.

Неравновесная диссипативная система в стационарном состоянии должна быть открыта. В нее поступает энергия извне, и, если энергии поступает больше, чем система способна аккумулировать, она сбрасывает энергию, т.е. балансирует на тонкой грани между, с одной стороны, равновесием, а, с другой стороны, – хаосом или разрушением (иногда говорят: «балансирует на краю хаоса»). Как показывают эксперименты, неравновесные системы обычно сбрасывают энергию в отдельных точках, т.е. точках диссипации. Множества точек диссипации образуют пространственно-временные диссипативные структуры. Процесс спонтанного образования диссипативных структур в неравновесных системах И.Р. Пригожин и обозначил термином «самоорганизация».

Чтобы не уходить в сторону от нашей темы, сразу проведем аналогии с сейсмичностью. В сейсмогенерирующую систему непрерывно подкачивается энергия тектонического деформирования и термическая энергия земных недр. При этом система непрерывно сбрасывает излишки энергии в виде сейсмических событий, т.е. сейсмогенерирующая система открыта и диссипативна. В терминологии И.Р. Пригожина сейсмичность – это и есть результат самоорганизации неравновесной сейсмогенерирующей системы, а сейсмические структуры – это и есть диссипативные структуры этой системы.

Остановимся на минуту, чтобы осознать смысл открытий И.Р. Пригожина. «Структура» – всегда более высокий уровень организации системы, чем «хаос» (хаос – отсутствие всякой структурированности). Из курса классической физики мы знаем второе начало термодинамики, согласно которому в закрытых системах энтропия может только повышаться, т.е. система может только приближаться к хаосу. Если в хаосе возможно появление структур, то это означает понижение энтропии системы. Значит, фундаментальная основа классической физики может давать сбой?

Да, к открытым неравновесным диссипативным системам второе начало термодинамики не применимо, энтропия таких систем может понижаться как на локальном, так и на глобальном масштабных уровнях, т.е. системы могут становиться сложнее, а, следовательно, – упорядоченнее. Неравновесность может стать источником порядка, хаос может порождать структуры, в частности – сейсмические структуры, изучаемые сейсмологами. Но изучить эти структуры методами равновесной физики не получится, поскольку равновесная физика построена на предположении, что второе начало термодинамики выполняется всегда. Возможность понижения энтропии в сильно неравновесных системах на молекулярном уровне позволяет понять, как на Земле зародилась жизнь, т.е. как из хаотического движения химических молекул в докембрийском океане возникли белки и аминокислоты, являющиеся значительно более высокоорганизованными структурами, чем броуновское движение отдельных компонентов этих структур. Так, теория Ч. Дарвина о происхождении видов целиком построена на возможности постепенного повышения сложности биологических систем, т.е. «понижения их энтропии», что осуществимо исключительно в отсутствии равновесия.

«Жизнь возможна только в неравновесном мире. Неравновесность приводит к таким понятиям как самоорганизация и диссипативные структуры», – пишет И.Р. Пригожин<sup>1</sup>.

В более широком смысле неравновесность можно понимать и как «жизнь» неорганических систем, возможность появления в них новых форм организации материи, не существовавших в равновесии. Равновесие не создает никаких новых форм (например, сейсмических объектов). Тогда что же мы определяем, решая равновесную задачу? Образно говоря, лишь то, как Природа поудобнее устраивается на вечный покой.

В сильно неравновесных состояниях эволюция сложной системы реализуется через последовательность бифуркаций, вблизи которых размах флуктуаций может превосходить средние значения параметров системы. Таким образом, свойства системы начинают определяться флуктуациями. Для сейсмолога, мечтающего прогнозировать землетрясения, это означает, что прогнозировать ему предстоит флуктуационный процесс, порождающий сейсмические структуры. Образование структуры в однородной до этого системе – фактор, представляющий собой не столько появление нового дополнительного свойства системы, сколько трансформацию, перестройку всей системы в целом. Причем свойства системы в неравновесном состоянии могут отличаться от ее же свойств в равновесии самым радикальным образом.

<sup>1</sup> Пригожин И.Р. Конец определенности.

Бифуркация – это случайное событие, в результате которого эволюция системы может пойти несколькими разными путями. По какому именно – «решают» флуктуации. Если эволюция системы реализуется через последовательность бифуркаций, то развитие системы становится необратимым, что еще раз подчеркивает невозможность исследования неравновесной системы обратимыми во времени методами равновесной физики.

«Будущее не входит в качестве составной части в прошлое», – пишет И.Р. Пригожин<sup>1</sup>.

Как же тогда прогнозировать будущее, например, сейсмическое? Равновесное описание создает ложное представление о самих возможностях сложных систем. Исследуя неравновесную диссипативную систему, мы должны отказаться не только от детерминированного описания системы, но и от детерминированного прогноза ее эволюции.

Время, как мы его понимаем, – это возможность изменения системы, а изменения системы И.Р. Пригожин связывает с изменениями энтропии. Но необратимые диссипативные процессы *создают* энтропию. В неравновесном состоянии система подчиняется законам природы, зависящим от механизма необратимости в эволюции системы.

Да и само время в системе, находящейся в неравновесном состоянии, отличается от астрономического. Поток времени И.Р. Пригожин ассоциирует с производством энтропии, – более «старым» (по сравнению с другими состояниями) он считает то состояние системы, которому соответствует большее значение энтропии. Эта совершенно новая концепция времени, которая делает понятие времени качественно более содержательным (ее не следует путать с релятивистским подходом ко времени, принадлежащем А. Эйнштейну). И.Р. Пригожин вводит «внутреннее» время системы как оператор, собственные значения которого соответствуют временам измеримых изменений системы. «Внутреннее» время в среднем совпадает с астрономическим, но отличается от него в периоды неустойчивостей. Во «внутреннем» времени системы происходит образование диссипативных структур. Это существенно, поскольку обнаружение временных диссипативных структур, формирующихся во «внутреннем» времени, может столкнуться с трудностями, если диссипативные структуры искать в астрономическом времени.

Открытие диссипативных структур ознаменовало появление новой физики. Однако понять, что в неравновесных системах возникают диссипативные структуры, и суметь описать их, – совсем не одно и то же. В годы, когда И.Р. Пригожин создавал теорию диссипативных структур, еще не существовало математического аппарата, адекватного сделанным открытиям. Диссипативные структуры не могли быть описаны в категориях евклидовой геометрии, поскольку они *фрактальны*, т.е. самоподобны или масштабно-инвариантны. Соответствующий аппарат появился позже и получил название «фрактальной геометрии» или теории самоподобия. Из дальнейшего станет ясно, что понятие масштабной инвариантности является ключевым при исследовании сейсмичности.

### Самоподобие и степенные распределения

Масштабная инвариантность, в принципе не находящая объяснения в рамках классической физики, – важнейшее понятие структурного анализа неравновесных систем. Рассмотрим пропорцию:

$$A \propto B^{-c}, \quad (1)$$

где  $A$  и  $B$  – переменные, а  $c$  – константа. Мы можем умножить  $B$  на любое положительное действительное число, но пропорция останется неизменной. Если переменные  $A$  и  $B$  характеризуют некоторый физический процесс, то умножение аргумента  $B$  на положительное число эквивалентно изменению масштаба рассматриваемого процесса (не обязательно геометрического масштаба). При изменении масштаба процесс остается подобен сам себе с параметром подобия  $c$ . Это и есть самоподобие или масштабная инвариантность. Указанным свойством обладают *только* степенные распределения.

Критические явления в природе практически всегда подчиняются зависимости (1), хотя физический смысл переменных  $A$  и  $B$  может быть различным. В 1988 г. физики П. Бак, Ч. Танг и К. Вейссенфельд предложили модель<sup>2</sup>, вошедшую в литературу под названием Self-Organized Criticality, SOC, т.е. самоорганизация сложных систем в критическом состоянии. Модель SOC придает зависимости (1) характер универсального закона неравновесности. В качестве первого же примера природного процесса, демонстрирующего самоорганизацию в критическом состоянии, авторы концепции SOC назвали сейсмичность<sup>3</sup>. Это объяснялось тем, что сейсмичность подчиняется твердо установленному эмпирическому закону Гутенберга-Рихтера, выражаемому тем же соотношением (1), в ко-

<sup>1</sup> Пригожин И.Р. От существующего к возникающему.

<sup>2</sup> Bak P., Tang C., Wiesenfeld K. "Self-Organized Criticality." *Phys. Rev. A* 38.1 (1988): 364-374.

<sup>3</sup> Bak P., Tang C. "Earthquakes as Self-Organized Criticality." *J. Geophys. Res.* 94.15 (1989):635-637.

тором  $A$  имеет смысл энергии землетрясений (точнее, – энергии сейсмических волн), а  $B$  – числа землетрясений с энергией  $A$ . Однако, тому же закону соответствует и распределение катастроф в любых сложных системах, например, распределение сбоев в сети Интернет и т.п.

Концепция SOC<sup>1</sup> объединила самые разные физические процессы, эволюция которых реализуется через последовательность бифуркаций, общей моделью, прямо связывающей структурную организацию сложных систем в неравновесных состояниях со степенной статистикой. Сейсмичность при всей своей уникальности оказалась лишь одним из таких процессов. В каком-то смысле можно сказать, что концепция SOC связала физические свойства неравновесных систем с их математическим описанием.

В реальных системах масштабная инвариантность имеет значительно более сложные формы, однако она всегда характеризуется степенными распределениями параметров системы. Практически всегда она указывает на то, что в результате самоорганизации динамическая система достигла критического состояния. Самоподобные структуры часто связаны с опасностью разрушительных катастроф в системе и сами по себе могут служить индикатором этой опасности.

### Фрактальная геометрия

К концу XX века в разных научных дисциплинах накопилось много задач, требовавших появления новой геометрии. В математике, физике и прикладных науках – метеорологии, гидрологии, сейсмологии и т.д. постоянно появлялись вопросы, ответить на которые можно было, только расширив используемое функциональное пространство (вспомним теорему «о неполноте», опубликованную в 1931 г. К. Геделем). Ни евклидова, ни риманова геометрия, ни «другие геометрии» (Лобачевского и пр.) с их разными способами задания метрики пространства не позволяли описывать сложные лакунарные объекты, подобные облакам, турбулентным вихрям, множествам трещин в горных породах, горным рельефам и т.д.. Диссипативные структуры неравновесных систем оказались в одном ряду с подобными природными и математическими объектами.

Так, в 1971 г. математики Д. Рюэль и Ф. Такенс, исследуя природу турбулентности, наткнулись на множество с необычными свойствами<sup>2</sup>. Они понимали, что получили аттрактор модельной динамической системы. Аттрактор можно определить как компактное предельное подмножество фазового пространства, к которому притягивается фазовая траектория (последовательность состояний) динамической системы при стремлении времени ее эволюции к бесконечности. Например, если фазовая траектория динамической системы в установившемся режиме совершает (без самопересечений) сколь угодно сложные движения в фазовом пространстве и при этом остается замкнутой, то динамическая система представляет собой нелинейный маятник. Д. Рюэль и Ф. Такенс получили аттрактор, фазовая траектория которого в конечном объеме фазового пространства нигде не повторяла саму себя и, не имея самопересечений, нигде не была замкнута. Описать структуру такого аттрактора они не могли и потому назвали аттрактор «странным».

Структура странных аттракторов очаровывает своей «мистической», будоражащей воображение глубиной<sup>3</sup> и, как это ни странно звучит применительно к математике, художественной эстетикой. Примеры подобных нерегулярных структур, открытых разными математиками в разное время, существовали и ранее. Еще в 1883 г. Г. Кантор построил «канторово» множество, в 1904 г. Х. фон Кох описал «кривую Коха», в 1916 г. В. Серпинский получил «ковер Серпинского». Перечисленные множества предлагались на уровне правил построения, но не имели общего правила описания. Пожалуй, именно открытие странных аттракторов переполнило чашу терпения математиков, – количество примеров, не поддающихся описанию, потребовало качественных обобщений.

Но главным и притом неистощимым источником причудливых нерегулярных форм оставалась сама природа. В природе нет прямых линий и гладких плоскостей. Евклидова геометрия позволяет проектировать автомобильные мосты и железные дороги, но оказывается совершенно беспомощной в попытках описать обломок скалы или морскую пену. Наверно, поэтому Б. Мандельброт назвал свою книгу<sup>4</sup>, в которой он сформулировал новую геометрию, «Фрактальная геометрия Природы». Книга была опубликована в 1982 г.

Б. Мандельброт ввел в обращение термин «фрактал», который обозначает самоподобное (масштабно-инвариантное) множество, т.е. множество, характеризующееся степенным распределением элементов, и построил теорию фракталов.

<sup>1</sup> Pruessner G. *Self-Organised Criticality: Theory, Models and Characterisation*. Cambridge: Cambridge University Press, 2012. 516 p.

<sup>2</sup> Ruelle D, Takens F. «On the Nature of Turbulence.» *Commun. Math. Phys.* 20 (1971): 167-192.

<sup>3</sup> Странные аттракторы / Под ред. Я.Г. Синая и Л.П. Шильникова. М.: Мир, 1981. 255 с.

<sup>4</sup> Mandelbrot B.B. *The Fractal Geometry of Nature*. San Francisco: W.H. Freeman, 1982, 456 p.

Фрактал имеет достаточно простое определение. Пусть множество в  $D$ -мерном пространстве покрыто сеткой прямоугольных  $D$ -мерных боксов (ячеек). Фракталом Б. Мандельброт называет множество, удовлетворяющее условию:

$$\sum N(r) \propto r^{-d_f}, \quad (2)$$

где  $\sum N(r)$  – число непустых боксов,  $r$  – размер бокса (масштаб), а величина  $d_f$  получила название фрактальной размерности. Она и является параметром самоподобия фрактала. Аналогии между соотношениями (1) и (2) очевидны.

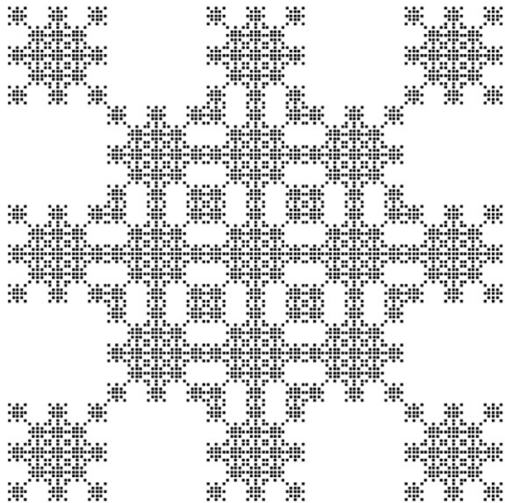


Рис. 1. Двумерный компьютерный фрактал – строго ренормируемое масштабно-инвариантное множество с фрактальной размерностью  $d_f = 1,760\dots$  Каждая точка рисунка является местоположением точно такого же множества меньшего масштаба (и далее – вплоть до бесконечности). Фракталы наглядно иллюстрируют известный тезис: «Красивая математика и глубокая физика всегда вместе».

странными аттракторами и диссипативными структурами. Неравновесные процессы любой физической природы приводят к появлению масштабно-инвариантных форм. Если классическая физика всегда считалась наукой о преобразованиях энергии, то неравновесная физика – это, скорее, наука о преобразованиях структур.

Однако, фрактальные множества – все же слишком упрощенная модель природных объектов. Природные объекты чаще характеризуются непрерывными распределениями каких-либо свойств и потому их удобнее описывать с помощью непрерывных функций. Функции множеств называются мерами. Представим себе самоподобное множество в виде суперпозиции бесконечного числа фрактальных подмножеств с разными значениями фрактальных размерностей. Непрерывная неотрицательная аддитивная функция такого самоподобного множества получила название мультифрактальной меры (мультифрактала или мультифрактального поля). Теория мультифрактальных мер широко применяется ныне при исследовании диссипативных структур неравновесных систем (в частности – в сейсмологии). К 1986 году теория была создана в работах У. Фриша и Г. Паризи, П. Грассбергера, Т.С. Хэлси, Б. Мандельброта, Д. Шертзера и Ш. Лавджоя<sup>1</sup>.

Приведем краткие пояснения к теории. Пусть  $F$  – ограниченная область  $D$ -мерного евклидова пространства. Будем считать, что в  $F$  определена (вероятностная) мера  $P$ . Покроем  $F$  сеткой одинаковых прямоугольных  $D$ -мерных боксов (ячеек), причем содержание меры  $P$  в  $i$ -том боксе обозначим  $p_i$ . Производя ренорм-преобразование меры (масштабное преобразование), мы можем изменять простран-

Фрактал – это множество, которое на разных масштабах «выглядит одинаково» (рис. 1). Фрактал не имеет формы, размера, объема или огибающей поверхности в «евклидовом» смысле этих понятий. Канторово множество, кривая Коха, ковер Серпинского – это и есть простейшие фракталы, странные аттракторы – пример фракталов посложнее.

Б. Мандельброт назвал свою теорию фрактальной геометрией, хотя на самом деле она представляет собой раздел топологии. Топология как наука исследует идею непрерывности, фундаментального свойства пространства и времени. Однако топологию можно определить и как геометрию, из которой убраны все возможности измерения расстояний и углов, как науку об инвариантах множеств. Казалось бы, такая «усеченная» геометрия может представлять лишь чисто математический интерес. Напротив, новая геометрия оказалась необычайно востребована в первую очередь физиками и физхимиками, а впоследствии – представителями всех естественных наук. Причина заключается в том, что самоподобие или масштабная инвариантность распространены в природе повсеместно.

Масштабная инвариантность имеет глубокий физический смысл. Как уже упоминалось, он заключается в том, что масштабная инвариантность является индикатором неравновесного состояния физических или природных динамических систем, которые как раз и характеризуются

<sup>1</sup> Frisch U., Parisi G. "A Multifractal Model of Intermittency." *Turbulence and Predictability in Geophysical Fluid Dynamics and Climate Dynamics*. Amsterdam: North-Holland, 1985. 84–88; Grassberger P. "Generalized Dimensions of Strange Attractors." *Phys. Rev. Lett. A* 97 (1983): 227–230; Halsey T.C., Jensen M.H., Kadanoff L.P., Procaccia I., Shraiman B. "Fractal Measures and their Singularities: The Characterization of Strange Sets." *Phys. Rev. A* 33.2 (1986): 1141–1151; Mandelbrot B. "Multifractal Measures, Especially for Geophysicist." *PAGEOPH* 131.1-2 (1989): 5–42; Schertzer D., Lovejoy S. "Physical Modeling and Analysis of Rain and Clouds by Anisotropic Scaling Multiplicative Processes." *J. Geoph. Res. D* 92.8 (1987): 9693–9714.

ственное разрешение, объединяя несколько боксов исходной сетки в единый бокс на новом масштабном уровне. При исследовании физических систем мера  $P$  может характеризовать, например, распределение вероятности появления точек диссипации при переходе системы в неравновесное состояние.

Составим статистическую сумму, обычно называемую «функцией разбиения» (partition function):

$$Z_q(r) = \sum_{i=1}^N p_i^q(r), \quad q \in \{-\infty, +\infty\}, \quad (3)$$

где  $N$  – число непустых боксов,  $q$  – порядок момента меры.

Рассмотрим пропорцию:

$$\sum_{i=1}^N p_i^q(r) \propto r^{-d}. \quad (4)$$

Пропорция (4) является математическим выражением общего случая масштабной инвариантности. Если соотношение (4) выполняется, мера  $P$  является мультифракталом. При  $q = 0$  получаем из (4) соотношение (2), а величина  $d$  оказывается фрактальной (монофрактальной) размерностью меры и поддерживающего ее множества. В общем случае показатель степени  $d$  является функцией  $q$ , т.е.  $d = \tau(q)$ , где  $\tau(q)$  называют кумулянт-генерирующей функцией. С кумулянт-генерирующей функцией взаимно-однозначно связаны две другие функции – спектр обобщенных фрактальных размерностей и спектр сингулярностей, которые обычно используются для описания свойств мультифрактальной меры. Более подробное описание теории сегодня можно найти в работах и на русском языке<sup>1</sup>.

Главная особенность пропорции (4) заключается в том, что ей удовлетворяют только сингулярные, т.е. непрерывные, нигде не дифференцируемые функции (меры). Если содержанием мультифрактальной меры является вероятность, то она не может быть соотнесена с плотностью вероятности.

Поскольку мультифрактальные меры недифференцируемы, они не могут быть решением никакого дифференциального уравнения. Вспомним, что классическая механика построена в основном на решениях уравнений в частных производных, но уравнения в частных производных имеют только гладкие решения, в принципе лишённые масштабной инвариантности (за исключением тривиальных случаев). Ни из каких уравнений классической механики мы не сможем получить решений в виде масштабно-инвариантных функций, описывающих организацию диссипативных структур (рис. 2). Мы снова сталкиваемся с тем, что неравновесные состояния многокомпонентных систем не могут быть исследованы методами классической равновесной физики, использующими категории евклидовой геометрии. Фрактальная геометрия оказалась столь востребованной потому, что проявления неравновесного состояния самоорганизующихся систем обнаруживаются с помощью масштабных преобразований, а не с помощью решения каких-либо краевых задач.

Тот факт, что фрактальная геометрия адекватна организации диссипативных структур, конечно же, был замечен и И.Р. Пригожиным. В 1990-е гг. это был уже сильно немолодой человек. И все же в своей последней книге он написал пророческие слова:

«В понимании законов природы ... фракталы играют решающую роль»<sup>2</sup>.

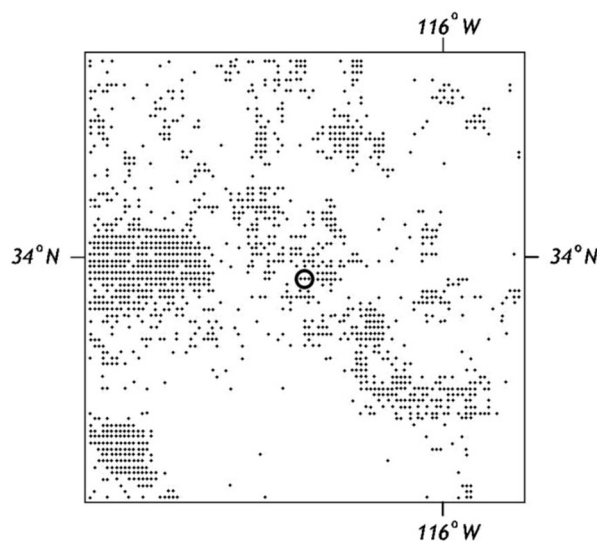


Рис. 2. Пример природной диссипативной структуры – пространственное распределение эпицентров микроземлетрясений за 1988–1992 гг. в окрестности эпицентра сильного землетрясения Джошуа Три (крупный кружок в центре). Землетрясение Джошуа Три произошло 23 апреля 1992 г. в Южной Калифорнии, магнитуда  $M = 6,1$ . Размер области  $80 \times 80$  км (использованы данные Южно-Калифорнийского каталога). Пространственное распределение эпицентров демонстрирует общий случай масштабной инвариантности (мультифрактальность).

<sup>1</sup> Кузнецов С.П. Динамический хаос. М.: Физматлит, 2006. 356 с.; Стаховский И.Р. Масштабная инвариантность коровой сейсмичности и прогностические признаки землетрясений // Успехи физических наук. 2017. Т. 187. № 5. С. 505–524.

<sup>2</sup> Пригожин И.Р. Конец определенности.

Действительно, неравновесная физика и фрактальная геометрия уже сегодня связаны неразрывно, а завтра, возможно, физические законы неравновесного мира будут просто формулироваться в категориях фрактальной геометрии.

### Трещинообразование в горных породах

Сегодня можно считать твердо установленным, что образование магистрального разрыва в деформируемых изверженных горных породах литосферы всегда предваряется трещинообразованием, причем образующиеся трещины обладают широким спектром размеров. В условиях земных недр (точнее, в условиях литосферной плиты) разрушение реализуется в гигантском масштабном диапазоне, – отношение длины разрыва, возникающего при сильном землетрясении, к длине микротрещин, образующихся на уровне кристаллической решетки минералов, слагающих горные породы, может достигать  $10^{16}$ . Это число примерно равно расстоянию от Земли до Солнца, выраженному в микронах. Несомненное восхищение вызывает тот факт, что физикам удалось исследовать структурную организацию трещинообразования в горных породах во всем этом масштабном диапазоне с помощью *прямых измерений*.

1990-е годы – время взрывообразного роста числа работ, посвященных структурному анализу природных систем методами теории мультифракталов. Разрушение горных пород – лишь одна из тем исследований в этом ряду. Исследование структуры ансамблей трещин во всем масштабном диапазоне, в котором разрушение горных пород происходит в природе, требует разного по своему функционалу экспериментального оборудования, но, к счастью, к концу XX в. физики-экспериментаторы оказались готовы к этому вызову.

Кристаллическая решетка природных минералов полна точечных дефектов и протяженных несовершенств, подобных дислокациям, поэтому говорить о трещинах можно, начиная с размеров порядка 1 нм ( $10 \text{ \AA}$ ). На этом масштабном уровне ансамбли микротрещин исследуются на образцах горных пород с помощью электронной сканирующей микроскопии<sup>1</sup>, рентгеновской микроскопии<sup>2</sup> и с помощью малоуглового рассеяния нейтронов<sup>3</sup>. В десятках исследований такого рода показано, что уже на этом масштабном уровне множества микротрещин обладают масштабно-инвариантной организацией, т.е. являются фрактальными.

Несколько более крупные трещины размером более 1 мкм ( $10^4 \text{ \AA}$ ), т.е. более длины волны видимого света, обнаруживаются методами оптической прецизионной микроскопии и методом акустической эмиссии<sup>4</sup>. На этом масштабном уровне трещины в образцах горных пород также образуют масштабно-инвариантные множества. В объектах, подобных fault-gouge (разрушенная порода между берегами сейсмоактивного разлома, размеры трещин более  $10^{-3}$  м), пространственные распределения трещин исследуются методами люминесцентной или капиллярной дефектоскопии в сочетании с компьютерной обработкой фотографий<sup>5</sup>. И на этом масштабном уровне пространственные распределения трещин всегда оказываются фрактальными, самоподобными. А также и пространственные распределения сейсмоактивных разломов на поверхности Земли, изучаемые методами аэрофото съемки или космической съемки, всегда подчинены мультифрактальной статистике<sup>6</sup>.

Разрушение горных пород – масштабно-инвариантный процесс потому, что множества трещин – не что иное, как диссипативные структуры, возникающие в ходе сильно неравновесного процесса разрушения. Одной из форм процесса разрушения горных пород как раз и является сейсмичность. Самоподобие пространственных распределений эпицентров землетрясений было показано еще до появления фрактальной геометрии. В 1980 г. это было сделано с использованием теории корреляционного интеграла<sup>7</sup>. А, начиная с 1984 г., исследования пространственных распределений эпицентров землетрясений начались уже с помощью строгих методов фрактальной геометрии.

<sup>1</sup> Jouini M.S., Vega S., Mokhtar E.A. "Multiscale Characterization of Pore Spaces using Multifractals Analysis of Scanning Electronic Microscopy Images of Carbonates." *Nonlinear Processes in Geophysics* 18.6 (2011): 941–953.

<sup>2</sup> Bale H.D., Schmidt P.W. "Small-angle X-ray Scattering Investigation of Submicroscopic Porosity with Fractal Properties." *Phys. Rev. Lett.* 53.6 (1984): 596–599.

<sup>3</sup> Sen D., Mazumder S., Tarafdar S. "Pore Morphology and Pore Surface Roughening in Rocks: A Small-angle Neutron Scattering Investigation." *Journal of Materials Science* 37.5 (2002): 941–947.

<sup>4</sup> Hirata T., Satoh T., Ito K. "Fractal Structure of Spatial Distribution of Microfracturing in Rock." *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 90.2 (1987): 369–374.

<sup>5</sup> Sammis C.G., Biegel R.L. "Fractals, Fault-Gouge and Friction." *PAGEOPH* 131 (1989): 255–271.

<sup>6</sup> Hirata T. "Fractal Dimension of Fault Systems in Japan: Fractal Structure in Rock Fracture Geometry at Various Scales." *PAGEOPH* 131.1-2 (1989): 157–170; Ouillon G., Castaing C., Sornette D. "Hierarchical Geometry of Faulting." *Journ. Geoph. Res.* 101.B3 (1996): 5477–5487.

<sup>7</sup> Kagan Y.Y., Knopoff L. "The Spatial Distribution of Earthquakes: The Two-point Correlation Function." *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 62 (1980): 303–320.



В 1990 г. появились первые работы, в которых пространственные распределения эпицентров землетрясений описывались в терминах теории мультифрактальных мер<sup>1</sup>. Одновременно исследовалось появление масштабно-инвариантных структур и во временном ходе сейсмической кинетики<sup>2</sup>. К концу XX века стало окончательно ясно, что самоподобие следует воспринимать как фундаментальное свойство сейсмического процесса.

Фрактальная организация множеств трещин характерна для всех мезомасштабов от микро до макроуровня разрушения, т.е. от масштабного уровня кристаллической решетки до масштабов землетрясений и сейсмоактивных разломов. Независимость структуры разрушения от масштаба позволяет рассматривать микротрещинообразование и сейсмичность как противоположные границы масштабного спектра единого масштабно-инвариантного процесса, управляемого едиными параметрами порядка. У нас нет оснований различать микротрещинообразование и сейсмичность по уровню сложности, по количеству управляющих параметров или по геометрии разрушения, поскольку во всем масштабном диапазоне между микротрещинообразованием и сейсмичностью нам неизвестны какие-либо масштабные границы.

Построим масштабную шкалу разрушения горных пород (рис. 3). Становится понятно, что «то, что привычно называется сейсмичностью», – это не какой-то автономный процесс, а всего лишь несколько наиболее крупных масштабных уровней единого масштабно-инвариантного процесса разрушения горных пород. Нижняя граница масштабного диапазона, традиционно относимого к «сейсмичности», определяется не физикой процесса или изменением каких-либо свойств среды, а исключительно чувствительностью сейсмографов, т.е. измерительной аппаратуры для регистрации сейсмических событий.

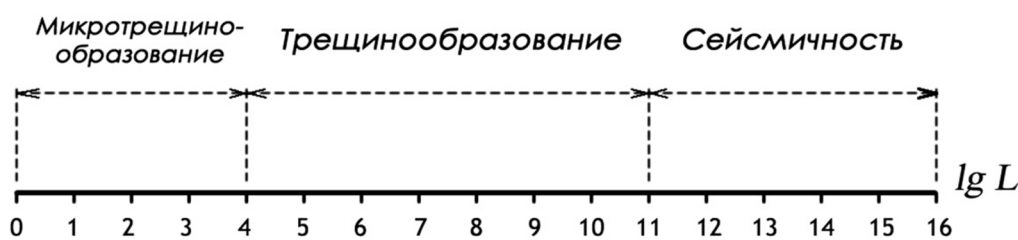


Рис. 3. Масштабная шкала разрушения горных пород.  $L$  – длина разрыва (нм).

Чувствительность современных цифровых широкополосных сейсмографов позволяет регистрировать достаточно слабые сейсмические события, абсолютно не ощущаемые людьми на поверхности Земли, а компьютерные технологии позволяют собирать сейсмографы в сейсмические сети, состоящие из сотен сеймостанций, установленных в сейсмоактивных регионах площадью в десятки тысяч квадратных километров. Любой измерительный прибор – и сейсмические сети в том числе – имеет порог чувствительности, но сейсмический процесс продолжается и за пределами этого порога, хотя на более мелких масштабах его традиционно называют «трещинообразованием» и «микротрещинообразованием». Терминологическое деление единого процесса разрушения горных пород на отдельные масштабные поддиапазоны – вопрос не физической сути, а удобства описания изучаемого объекта. Иными словами, для того, чтобы выяснить, что такое сейсмичность, нам теперь необходимо рассмотреть, как происходит разрыв атомарных связей на уровне кристаллической решетки слагающих горные породы минералов.

### Кинетика микроразрушения

Любое разрушение кристаллического твердого тела начинается с разрыва межатомных связей кристаллической решетки. Мы знаем, что для хрупкого разрушения кристалла к нему необходимо приложить механические напряжения. Но происходит ли хрупкое разрушение только за счет механических напряжений, преодолевающих потенциал взаимодействия между атомами? Нет, в этом случае прочность кристалла (называемая механиками «теоретической прочностью») должна была бы как минимум на порядок превышать его экспериментально измеряемую прочность. Кристаллическая решетка – сложная неравновесная система. Сложность здесь заключается не в том, что электроны совершают во-

<sup>1</sup> Geilikman M.B., Golubeva T.V., Pisarenko V.F. "Multifractal Patterns of Seismicity." *Earth and Planetary Science Letters* 99.1-2 (1990): 127–132; Hirabayashi T., Ito K., Yoshii T. "Multifractal Analysis of Earthquakes." *Mathematical Seismology* 40 (1990): 102–146.

<sup>2</sup> Godano C., Tosi P., Derubeis V., Augliera P. "Scaling Properties of the Spatio-temporal Distribution of Earthquakes: A Multifractal Approach Applied to a Californian Catalogue." *Geophys. J. Int.* 136.1 (1999): 99–108.

круг атомных ядер многие триллионы оборотов в секунду, а в том, что положения квантовых частиц в структуре кристаллической решетки всегда подвержены флуктуациям, причем сами квантовые частицы подчиняются законам квантовой механики. В результате разрушение кристаллической решетки становится принципиально вероятностным, а не детерминированным процессом.

В 1965 г. академик С.Н. Журков предложил кинетическую концепцию прочности<sup>1</sup>, в которой разрыв межатомных связей (не только в кристаллах, но и, например, в полимерах) объяснялся фоновыми (термодинамическими) флуктуациями атомов. Фактически кинетическая концепция прочности рассматривает разрушение кристаллов как твердотельную химическую реакцию диссоциации, подчиненную статистике Л. Больцмана. Уравнение химической кинетики С. Аррениуса, автора теории электролитической диссоциации (удостоенного Нобелевской премии по химии в 1903 г.), С.Н. Журков адаптировал для реакций, зависящих от присутствия механических напряжений, и получил кинетическое соотношение:

$$\frac{dQ}{dt} \propto \exp\left(-\frac{E - \gamma\sigma}{kT}\right), \quad (5)$$

где  $Q$  имеет смысл числа разрушенных связей за время  $t$ ,  $E$  – энергия активации,  $\sigma$  – механическое напряжение,  $T$  – абсолютная температура,  $k$  – постоянная Больцмана,  $\gamma$  – параметр материала.

Нетрудно видеть, что формула (5) придает механическим напряжениям смысл не причины, а катализатора разрушения. В этой модели разрушение продолжается и при полном отсутствии напряжений. Причина разрушения заключается в термодинамических флуктуациях, энергия которых может превышать энергию активации, а наличие механических напряжений способно лишь увеличить скорость накопления разрушенных атомных или молекулярных связей. Свойства разрушающейся кристаллической решетки при этом определяются статистикой энергетических флуктуаций атомов, т.е. состоянием термодинамической энтропии системы. Очевидно, что кинетическая концепция прочности имеет общую основу и взаимосвязь с теорией диссипативных структур И.Р. Пригожина. Справедливость кинетического закона (5) подтверждена огромным количеством экспериментов по разрушению кристаллических твердых тел<sup>2</sup>.

Тем не менее, разработана и альтернативная модель<sup>3</sup>, которая объясняет исчезновение потенциала взаимодействия между атомами кристаллического твердого тела туннельным выходом валентных электронов из валентной зоны в зону проводимости или сплошной спектр. Эта модель приводит к кинетическому соотношению вида:

$$\frac{dQ}{dt} \propto \exp\left(-\frac{C}{\sigma}\right), \quad (6)$$

где  $C$  – параметр материала. И в этой модели механические напряжения не играют роль параметра, предназначенного для сравнения с «пределом прочности» материала. Механические напряжения понижают потенциальный барьер, который необходимо преодолеть электрону для туннельного выхода из валентной зоны, т.е. они лишь повышают вероятность разрыва атомной связи. Объяснение причин разрушения кристаллических горных пород (а, следовательно, – и землетрясений!) чисто квантовыми эффектами не следует считать умозрительной абстракцией. При разрушении горных пород в вакууме электронная эмиссия с ювенильных поверхностей действительно наблюдается<sup>4</sup>. При этом большинство горных пород являются диэлектриками, не имеющими свободных электронов, что вполне позволяет интерпретировать эмиттируемые со свежобразованных поверхностей электроны как валентные.

Какая же из этих моделей реализуется в условиях земных недр? На сегодняшний день мы не можем ответить на этот вопрос определенно. Эти модели существенно различаются, – в одной модели разрушение начинается на уровне химических взаимодействий, в другой – на уровне электромагнитных (квантовых) взаимодействий элементарных частиц. Однако обе модели едины в том, что причиной разрушения является неравновесное состояние кристаллической решетки. Именно флуктуации – термодинамические или квантовые – приводят к разрыву межатомных связей. Соответственно, разрушение на более крупных масштабах наследует флуктуационный характер источника разрыва. Характерно, что обе модели рассматривают время, по сути дела, как фактор разрушения.

<sup>1</sup> Zhurkov S.N. "Kinetic Concept of Strength of Solids." *Int. J. Fracture Mech.*, 1 (1965): 311–323.

<sup>2</sup> Куксенко В.С. Диагностика и прогнозирование разрушения крупномасштабных объектов // Физика твердого тела. 2005. Т. 47. Вып. 5. С. 788–792.

<sup>3</sup> Gilman J.J., Tong H.C. "Quantum Tunneling as Elementary Fracture Process." *J. Appl. Phys.* 42.9 (1971): 3479–3486.

<sup>4</sup> Быкова В.В., Дерягин Б.В., Стаховский И.Р., Топоров Ю.П., Федорова Т.С., Хрусталева Ю.А. Электронная эмиссия при разрушении горных пород // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1987. №8. С. 87–90.

### Слияние трещин

Выше уже упоминалось, что разрушение твердых кристаллических тел под нагрузкой всегда предваряется интенсивным образованием больших ансамблей мелкомасштабных трещин. В 1977 г. академик С.Н. Журков и его сотрудники установили, что процесс трещинообразования обладает критическим переходом. При достижении множеством трещин некоторого порогового критерия трещины начинают сливаться, т.е. укрупняться. Открытие заключалось в том, что критерий слияния трещин оказался масштабно-инвариантным<sup>1</sup>.

С.Н. Журков столкнулся с той же проблемой, что и И.Р. Пригожин – теории масштабной инвариантности, т.е. фрактальной геометрии до 1982 г. еще не существовало. В итоге критерий слияния трещин был определен в категориях евклидовой геометрии. Согласно определению критерия слияния трещины сливаются при тех же термодинамических параметрах среды, при которых образуются, если расстояния между ними становятся примерно равны 3-м длинам трещин. Однако распределение трещин в пространстве при этом предполагалось однородным. Поскольку позже было показано, что реальные пространственные распределения трещин в кристаллических твердых телах (в том числе – в изверженных горных породах) всегда фрактальны, численное значение критерия слияния, вообще говоря, получилось завышенным. Так, в экспериментальных работах, посвященных исследованию процесса слияния трещин, искусственно вносимых в образцы горных пород, показано, что под нагрузкой трещины сливаются, если расстояние между ними примерно равно их длине<sup>2</sup>.

Это, разумеется, несколько не умаляет самого открытия С.Н. Журкова. Нетрудно видеть, к чему приводит действие масштабно-инвариантного критерия слияния в масштабно-инвариантном ансамбле трещин. На рис. 4 стрелка 1 показывает известную процедуру – первые пять итераций построения Канторова множества (единичный отрезок делится на три равные части, после чего средняя часть удаляется; оставшиеся отрезки на следующей итерации также делятся на три части и их средние трети удаляются и т.д.). При бесконечном числе итераций эта процедура генерирует множество меры нуль по Лебегу, «канторову пыль» или простейший фрактал. Интерпретируем теперь отрезки на низшем масштабном уровне как «микротрещины», причем считаем, что между ближайшими микротрещинами выполняется масштабно-инвариантный критерий слияния (каким бы ни было его численное значение). Как только сольются наиболее близко расположенные микротрещины низшего масштабного уровня, они превратятся в трещины более крупного масштаба, но и на этом масштабном уровне (как и на всех последующих) критерий слияния снова будет выполняться. Следовательно, слияние будет происходить лавинообразно (т.е. «практически мгновенно») вплоть до появления макроразрыва. Это и есть критический переход, т.е. разрушение системы, появление в ней макроразрыва. В современной терминологии можно сказать, что слияние трещин в макроразрыв происходит при достижении множеством трещин критического значения фрактальной размерности. Слияние трещин в макроразрыв можно интерпретировать и как потерю устойчивости множеством трещин, что принципиально отличается от парадигмы разрушения в виде потери устойчивости одиночной трещиной.

Стрелка 2 на рис. 4 показывает этот обратный каскадный процесс слияния трещин. В рамках масштабно-инвариантного распределения трещин при действии масштабно-инвариантного критерия слияния ничто не останавливает лавину разрушения. Процесс лавинообразного слияния трещин с микроуровня до макроразрыва можно обозначить заимствованным из теории перколяции термином «геомет-

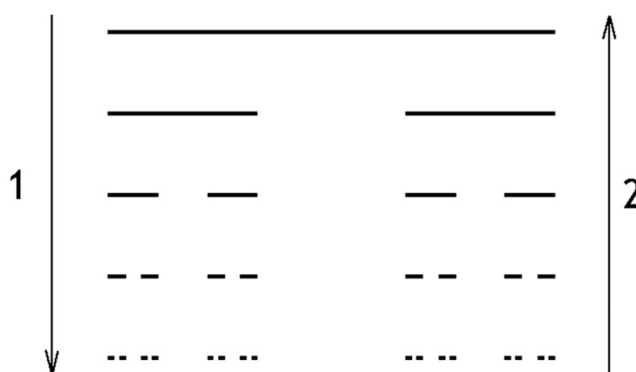


Рис. 4. Стрелка 1 показывает первые 5 итераций построения однородного Канторова множества. При бесконечном числе итераций эта процедура генерирует простейший фрактал – множество меры нуль по Лебегу с  $d_f = 0,63...$  Стрелка 2 показывает обратную каскадную процедуру – последовательное слияние микротрещин, если между ближайшими из них выполняется критерий слияния С.Н. Журкова (отрезки интерпретируются как «микротрещины»). Таким образом, с помощью поэтапного слияния масштабно-инвариантного множества микротрещин может возникнуть макроразрыв.

<sup>1</sup> Журков С.Н., Куксенко В.С., Петров В.А., Савельев В.Н., Султанов У.С. К вопросу о прогнозировании разрушения горных пород // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1977. № 6. С. 11–18.

<sup>2</sup> Соболев Г.А., Кольцов А.В. Крупномасштабное моделирование подготовки и предвестников землетрясений. М.: Наука, 1988. 206 с.

рический фазовый переход». Использование такой терминологии вполне оправданно, так как результатом геометрического фазового перехода является объективно значимая перестройка структуры материала, – первоначально мелкомасштабная структура приобретает крупномасштабный порядок. Отметим, что каскадообразное укрупнение трещин наблюдается и в лабораторных экспериментах<sup>1</sup>.

Несмотря на свою простоту, схема на рис. 4 позволяет сделать принципиальный вывод: при действии масштабно-инвариантного критерия слияния в масштабно-инвариантном множестве трещин для образования макроразрыва (землетрясения) достаточно, чтобы само фрактальное множество состояло всего лишь из термодинамических микротрещин, размеры которых измеряются несколькими параметрами кристаллической решетки. Механизмы образования таких микротрещин рассмотрены в предыдущем разделе. Структура реальных множеств микротрещин в трехмерном массиве, конечно, существенно сложнее той, что представлена на рис. 4, но суть процесса образования макроразрыва остается той же.

Интуитивно кажется удивительным, что флуктуации кристаллической решетки минералов горных пород способны вызвать землетрясения, приводящие к разрушению целых городов. Не слишком ли велика разница масштабов этих явлений? Но в том-то и дело, что процесс разрушения горных пород является масштабно-инвариантным (в чем мы убедились в предыдущих разделах очерка). Масштаб не имеет значения, – процесс разрушения инвариантен относительно масштаба.

### Так что же такое сейсмичность?

Источниками энергии, непрерывно поступающей в сейсмогенерирующую систему, являются общепланетарные процессы – движение и деформация литосферных плит, субдукция, изостазия, температурные градиенты между внутренним ядром Земли и ее поверхностью и т.д. Эти процессы создают внутри литосферы области диссипации или области неравновесности (в рамках равновесной механики они вынужденно интерпретируются как «концентраторы тектонических напряжений»). В этих областях, причины возникновения которых подробно обсуждаются в сейсмотектонической литературе<sup>2</sup>, и возникают очаги литосферных землетрясений.

Обобщение результатов экспериментальных и теоретических исследований разрушения горных пород приводит к определению очага корового землетрясения в категориях фрактальной геометрии. Можно достаточно обоснованно полагать, что в условиях земных недр макроразрывы в широком масштабном диапазоне образуются вследствие критических переходов во фрактальных множествах (кластерах) микротрещин, сформированных флуктуационными разрывами молекулярных (химических или валентных) связей в поликристаллическом материале литосферы. Фрактальные множества микротрещин можно определить как диссипативные структуры сейсмогенерирующей системы, результат ее самоорганизации. Ключевыми факторами макроразрушений в земных недрах (землетрясений) оказываются неравновесное состояние материала литосферы и масштабная инвариантность образующихся в материале литосферы множеств микротрещин. Процесс подготовки землетрясения – это процесс накопления микротрещин вплоть до достижения множеством микротрещин критического значения фрактальной размерности, что приводит к лавинообразному слиянию микротрещин в макроразрыв (геометрическому фазовому переходу). Система, в которой формируется очаг землетрясения, открыта, нелинейна, неравновесна, самоорганизована и обладает масштабно-инвариантной структурой. В ней не выполняется второе начало термодинамики как и многие другие законы классической физики, сформулированные для закрытых систем. Таким образом, мы должны определить очаг землетрясения как фрактальный кластер микротрещин, формируемый изменениями термодинамической энтропии сейсмогенерирующей системы и накапливающий микротрещины вплоть до возникновения геометрического фазового перехода (магистрального разрыва, землетрясения) и последовательности афтершоков вслед за ним.

Заметим, что в этой феноменологической модели нет ни одного предположения, – все этапы процесса подготовки макроразрушения подтверждены экспериментально. Главным препятствием на пути перехода от феноменологической модели к аналитической является отсутствие на сегодняшний день общей теории неравновесных процессов. Но, поскольку такая модель не противоречит никаким из известных фактов, она допускает некоторые выводы.

Во-первых, очаг готовящегося землетрясения в виде фрактального кластера микротрещин не имеет конкретного размера, объема, огибающей поверхности или характерного масштаба. Его невозможно

<sup>1</sup> Томилин Н.Г., Куксенко В.С. Статистическая кинетика разрушения горных пород: энергетическая иерархия процесса // Физика Земли, 2004. №10. С. 16–25.

<sup>2</sup> Гольдин С. В. Макро- и мезоструктуры очаговой области землетрясения // Физическая мезомеханика. 2005. Т. 8. № 1. С. 5–14; Yeats R.S., Sieh K., Allen C.R. *The Geology of Earthquakes*. New York: Oxford University Press, 1997. 568 p.

представить в категориях евклидовой геометрии, а соответственно, невозможно и изучать методами классической физики, использующими категории евклидовой геометрии.

Во-вторых, землетрясения (крупномасштабные разрывы породы в массиве литосферы) в силу масштабной инвариантности множества микротрещин вызываются изменениями термодинамической энтропии системы, т.е. причина разрушения заложена в самом неравновесном состоянии кристаллической решетки. Внешние факторы (например, тектонические движения) могут только ускорять или замедлять процесс накопления микротрещин. Движение берегов сейсмического разрыва, генерация сейсмических волн и т.д. являются макроскопическими следствиями неравновесных термодинамических процессов, происходящих на уровне кристаллической решетки, – термодинамических флуктуаций, разрушения молекулярных связей, накопления микротрещин, пространственной организации микротрещин в виде масштабно-инвариантных множеств, критических переходов в их структуре и т.д.

В-третьих, для возникновения землетрясений на мезомасштабах между микроскопическими трещинами, вызванными термодинамическими флуктуациями, и макроразрывом не требуются никакие промежуточные физические механизмы, например, «триггерные» воздействия, подобные диффузии флюидов. Достаточно того, что процесс накопления микротрещин имеет критический переход при достижении соответствующего значения фрактальной размерности множества микротрещин. Модель очага в виде фрактального кластера микротрещин остается справедливой не только в условиях Земли, но и, например, в условиях Луны (где существует сейсмичность, но не может быть несвязанных флюидов).

В-четвертых, процессы, приводящие к землетрясениям, происходят в любом фрагменте (куске) кристаллической горной породы независимо от его размера и характера нагружения, поскольку причиной разрушения является само неравновесное, флуктуационное состояние кристаллической решетки. Естественное разрушение начинает восприниматься как сейсмичность, когда «фрагмент породы» становится очень большим, например, размером с литосферную плиту, и разрушение в силу своей масштабной инвариантности выходит на «сейсмические» масштабы.

И, наконец, в-пятых, самый факт масштабной инвариантности сейсмических структур, по-видимому, означает, что сейсмогенерирующую систему следует воспринимать как принципиально неинтегрируемую систему. Основным физико-химическим феноменом, присущим процессу подготовки любого корового землетрясения, является самоорганизация сейсмогенерирующей системы, вызванная ее неравновесным состоянием и определяющая свойства системы по мере ее приближения к моменту потери глобальной устойчивости.

Перечисленные свойства заставляют воспринимать землетрясение как результат эволюции неравновесной физико-химической системы. Не следует ли в принципе землетрясение как результат мгновенного выделения энергии разрушенных молекулярных связей определить как «молекулярный» взрыв? Эта мысль обсуждается в литературе, например, проводятся аналогии между землетрясениями и «цепными химическими взрывами», происходящими в литосферном «макрореакторе»<sup>1</sup>.

В каком же пространстве и каком времени происходит сейсмический процесс? Пространство в математическом смысле – это множество или логически мыслимая «форма», т.е. среда, включающая в себя любые другие «формы», реализуемые в рамках исходных постулатов. О процессе подготовки землетрясения можно с некоторой долей условности сказать, что он проходит во «фрактальном» пространстве и в своем «внутреннем» времени. Изобретатель сейсмографа, академик Б.Б. Голицын в 1912 г. писал:

«Можно уподобить всякое землетрясение фонарю, который зажигается на короткое время и освещает нам внутренность Земли...»<sup>2</sup>

Это, безусловно, так, но сегодня мы понимаем, что природа создала этот «фонарь», применяя настолько нетривиальные конструктивные решения, что попытки понять его устройство потребовали рождения новой физики.

### Несколько слов о прогнозе землетрясений

Мы знаем, что будущее неравновесной термодинамической флуктуационной системы, какой является сейсмогенерирующая система, создается в результате последовательности случайных событий (бифуркаций). Эволюция такой системы не детерминирована, соответственно, и прогноз эволюции этой системы в принципе не может быть детерминированным, он может представлять собой лишь выбор из множества вероятных сценариев. Фактически, прогноз землетрясений, как мы пред-

<sup>1</sup> Бучаченко А.Л. Магнитопластичность и физика землетрясений. Можно ли предотвратить катастрофу? // Успехи физических наук. 2014. Т. 184. № 1. С. 101–108.

<sup>2</sup> Голицын Б.Б. Лекции по сейсмологии. СПб.: Типография Имп. АН, 1912.

ставляем его сегодня, т.е. прогноз нелинейной и неуправляемой термодинамической системы, является задачей по измерению и обработке информации, которая поступает к нам из очага готовящегося землетрясения. Процесс микротрещинообразования, происходящий в «каменном массиве» литосферы в масштабах кристаллической решетки на глубинах в десятки километров, на сегодняшний день никакому контролю не поддается. Поэтому едва ли не единственным источником прямой информации о процессах, происходящих в очагах готовящихся землетрясений, является сама сейсмичность. Благодаря масштабной инвариантности хрупкого разрушения горных пород, сейсмичность показывает нам, что происходит в земных недрах, позволяет экстраполировать наблюдаемые явления в абсолютно недоступное для наблюдения внутреннее пространство литосферы. В некоторых случаях полезной информацией могут быть и смещения земной поверхности, но это относится только к довольно редким приповерхностным землетрясениям.

Обработывая сейсмологические данные, мы, разумеется, можем извлечь из них только ту информацию, которая в них содержится, а точнее, только ту ее часть, которую умеем распознавать. Здесь уместно вспомнить слова выдающегося математика Дж. фон Неймана, который в 1951 г. писал:

«Термодинамика является той частью теоретической физики, которая ... наиболее близка теории обработки и измерения информации»<sup>1</sup>.

Несомненно, энтропия и информация – генетически близкие понятия, обозначающие функции состояния системы. Масштабная инвариантность сейсмичности (а это и есть одна из функций состояния сейсмогенерирующей системы) как раз и является той информацией, которую мы научились распознавать в сейсмических данных. Более того, появление масштабной инвариантности в сейсмических данных перед сильными землетрясениями обосновано теоретически. В соответствии с теорией диссипативных структур И.Р. Пригожина сильное землетрясение можно рассматривать как «глобальную бифуркацию» сейсмогенерирующей системы, которая должна предваряться ростом флуктуаций параметров системы. Появление масштабной инвариантности во временно м ходе сейсмической кинетики является индикатором перехода среды в сильно неравновесное состояние, которое в условиях земных недр и заканчивается главным толчком землетрясения. Казалось бы, дело лишь в том, чтобы провести грамотный структурный мультимасштабный анализ сейсмических данных. Сколь бы трудоемок он не был, возможности современной вычислительной техники вполне позволяют ставить и успешно решать многие задачи, которые мы умеем формализовывать.

Действительно, в некоторых случаях признаки сильно неравновесного состояния материала литосферы удается обнаруживать в сейсмических данных перед сильными землетрясениями уже сегодня. Конкретные примеры можно найти в сейсмофизической литературе<sup>2</sup>. Эти примеры внушают оптимизм, показывая, что сейсмогенерирующая система больше не является для нас «черным ящиком», она подчиняется законам природы, которые в той или иной степени нам уже известны. Мы научились «распознавать образ» сильной неравновесности в массиве литосферы. И все же считать, что существующие проблемы прогноза землетрясений уже преодолены, пока преждевременно.

Этих проблем, собственно, две. Первая из них становится очевидна, если разрешить соотношение (2) относительно  $d_f$ :

$$d_f = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log_2 (\sum N(r))}{\log_2 (1/r)} \quad (7)$$

Параметры масштабной инвариантности (в данном случае – фрактальная размерность) определяются как предел при устремлении масштабной единицы к нулю. Т.е. для аккуратного определения параметров масштабной инвариантности по результатам экспериментальных измерений нам нужна *бесконечная* выборка данных. Конечно, в условиях Земли бесконечностей быть не может, да и прямые вычисления с бесконечностями невозможны. Кроме того, мы помним, что сам процесс разрушения горных пород существует в гигантском, но все же конечном масштабном диапазоне. А потому результаты наших вычислений, фрактальных размерностей множеств сейсмических событий (как пространственных, так и временных) всегда имеют смысл только приближенных выборочных оценок.

Иными словами, для надежного определения самого факта масштабной инвариантности (даже без ее количественных характеристик), нам нужны очень представительные данные. Сейсмические данные этим требованиям удовлетворяют в настоящее время только в единичных случаях. Необходимо каче-

<sup>1</sup> Нейман Дж., фон. Общая и логическая теория автоматов // Может ли машина мыслить? М.: Физматлит, 1960. С. 59–101.

<sup>2</sup> Стаховский И.Р. Указ. соч.; Turcotte D.L. "Seismicity and Self-organized Criticality." *Phys. Earth Planet. Inter.* 111.3-4 (1999): 275-29.

ственное повышение чувствительности сейсмических сетей, т.е. значительное повышение числа сейсмостанций и повышение чувствительности самих сейсмографов. Как видим, проблема эта техническая, она, безусловно, со временем будет решена, но решение это заведомо окажется весьма дорогостоящим.

Вторая же проблема заключается в том, что обнаружение области литосферы, находящейся в сильно неравновесном состоянии, является не столько методом прогноза, сколько методом мониторинга текущего состояния среды. Методы перехода от мониторинга состояния среды к таким интересующим нас параметрам, как место, время и магнитуда готовящегося землетрясения даже в вероятностных формулировках сегодня неизвестны. Это уже не технический вопрос. Это вопрос создания общей и внутренне замкнутой теории неравновесных процессов, о которой мы не раз говорили в этом очерке. Только она сможет описать эволюцию термодинамической системы в период ее неравновесности. Однако такая теория пока не построена.

Тем не менее, в мире постоянно осуществляются попытки прогноза землетрясений по разнообразным физическим явлениям, которые авторы прогнозов интерпретируют как косвенные признаки процесса подготовки землетрясения (эмиссия радона, дебит воды в природных источниках, всплески электромагнитного излучения и т.д.). Их называют «предвестниками» землетрясений. Известно, однако, что ни один из этих признаков пока не удовлетворяет условию статистической значимости<sup>1</sup>, т.е. прогнозы, чаще всего, обречены на неудачу. Но накопление эмпирических данных продолжается, так что и на этом пути возможно появление качественных прорывов.

### Заключение

В последние 2–3 десятилетия наука о землетрясениях впитала в себя многие открытия, сделанные в рамках смежных наук – математической физики, нелинейной динамики, физики разрушения, физической химии, химической физики и т.д. Мы узнали о сейсмическом процессе много нового и теперь нам особенно понятно, сколь многое еще предстоит узнать. В науке по-другому не бывает, – каждый очередной шаг вперед открывает новые неизведанные горизонты. Но мы можем, однако, констатировать, что наука о землетрясениях стремительно развивается и уже сегодня качественно отличается от той, которую оставили нам в наследство великие сейсмологи столь недавнего прошлого – Б.Б. Голицын и Ч. Рихтер.

Так знаем ли мы сегодня, что такое сейсмичность? Многое мы, безусловно, знаем. Мы знаем, что литосферные плиты, по которым мы ходим, считая их незыблемой кристаллической «твердью», на самом деле представляют собой неравновесные термодинамические системы, в которых мощные энергетические флуктуации приводят к разрыву атомарных связей и накоплению микротрещин, что создает условия для дальнейшего слияния микротрещин и формирования макроразрывов. Эти макроразрывы и есть сейсмичность. Условия формирования макроразрывов в различных регионах Земли различны и определяются в основном неконтролируемыми человеком факторами. Многие из этих факторов случайны. И все же сейсмогенерирующие системы – прежде всего источник информации о тех процессах, которые мы не можем наблюдать непосредственно. Эту информацию нужно уметь читать. В информации, которая поступает к нам из сейсмогенерирующих систем, мы умеем читать еще далеко не все, поэтому говорить об исчерпывающем уровне знаний о сейсмичности пока рано. Исследование масштабной инвариантности сейсмичности показывает, что чтение информации, поступающей из сейсмогенерирующей системы, может потребовать усилий сотен ученых самых разных специальностей.

Мы не рассматривали в этом очерке такого вопроса, как управление сейсмичностью. Научный опыт в этой области минимален, но все же уже известно, что на сейсмичность можно воздействовать, – например, путем закачки воды под давлением в глубокие скважины<sup>2</sup> или с помощью камуфлетных ядерных взрывов<sup>3</sup>. Кроме того, сейсмический режим часто меняется в окрестностях заполняемых водохранилищ<sup>4</sup>. Весьма вероятно, что решение проблемы прогноза землетрясений будет в конце концов найдено именно на пути управления сейсмичностью. Исследования этой проблемы уже начаты, а, значит, есть надежда, что со временем они дадут и практически полезный результат. Сейсмический прогноз – многовековая мечта нашей цивилизации, так что, как говорили древние: «Дорогу осилит идущий».

### ЛИТЕРАТУРА

1. Бучаченко А.Л. Магнитопластичность и физика землетрясений. Можно ли предотвратить катастрофу? // Успехи физических наук. 2014. Т. 184. № 1. С. 101–108.

<sup>1</sup> Бучаченко А.Л. Указ. соч.

<sup>2</sup> Healy J.H., Hamilton R.M., Raleigh C.B. "Earthquakes Induced by Fluid Injection and Explosion." *Tectonophysics* 9 (1969): 205–214.

<sup>3</sup> Bolt B.A. *Nuclear Explosions and Earthquakes*. San Francisco: Freeman, 1976. 309 p.

<sup>4</sup> Liu S., Xu L., Talwani P. "Reservoir-induced Seismicity in the Danjiangkou Reservoir: A Quantitative Analysis." *Geophys. J. Int.* 185 (2011): 514–528.

2. Быкова В.В., Дерягин Б.В., Стаховский И.Р., Топоров Ю.П., Федорова Т.С., Хрусталев Ю.А. Электронная эмиссия при разрушении горных пород // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1987. № 8. С. 87–90.
3. Голицын Б.Б. Лекции по сейсмологии. СПб.: Типография Имп. АН, 1912. 654 с.
4. Гольдин С.В. Макро- и мезоструктуры очаговой области землетрясения // Физическая мезомеханика, 2005. Т. 8. № 1. С. 5–14.
5. Журков С.Н., Куксенко В.С., Петров В.А., Савельев В.Н., Султанов У.С. К вопросу о прогнозировании разрушения горных пород // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1977. № 6. С. 11–18.
6. Кузнецов С.П. Динамический хаос. М.: Физматлит, 2006. 356 с.
7. Куксенко В.С. Диагностика и прогнозирование разрушения крупномасштабных объектов // Физика твердого тела. 2005. Т. 47. Вып. 5. С. 788–792.
8. Мячкин В.И. Процессы подготовки землетрясения. М.: Наука, 1978. 232 с.
9. Нейман Дж., фон. Общая и логическая теория автоматов // Может ли машина мыслить? М.: Физматлит, 1960. С. 59–101.
10. Пригожин И.Р. От существующего к возникающему. М.: Едиториал УРСС, 2002. 288 с.
11. Пригожин И.Р. Конец определенности. Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 1999. 216 с.
12. Рихтер Ч.Ф. Элементарная сейсмология. М.: Иностранная литература, 1963. 670 с.
13. Соболев Г.А., Кольцов А.В. Крупномасштабное моделирование подготовки и предвестников землетрясений. М.: Наука, 1988. 206 с.
14. Стаховский И.Р. Масштабная инвариантность коровой сейсмичности и прогностические признаки землетрясений // Успехи физических наук. 2017. Т. 187. № 5. С. 505–524.
15. Странные аттракторы / Под ред. Я.Г. Синая и Л.П. Шильникова. М.: Мир, 1981. 255 с.
16. Томлин Н.Г., Куксенко В.С. Статистическая кинетика разрушения горных пород: энергетическая иерархия процесса // Физика Земли, 2004. № 10. С. 16–25.
17. Bak P., Tang C., Weiessenfeld K. "Self-Organized Criticality." *Phys. Rev. A* 38.1 (1988): 364–374.
18. Bak P., Tang C. "Earthquakes as Self-Organized Criticality." *J. Geophys. Res.* 94.15 (1989): 635–637.
19. Bale H.D., Schmidt P.W. "Small-angle X-ray Scattering Investigation of Submicroscopic Porosity with Fractal Properties." *Phys. Rev. Lett.* 53.6 (1984): 596–599.
20. Bolt B.A. *Nuclear Explosions and Earthquakes*. San Francisco: Freeman, 1976. 309 p.
21. Frisch U., Parisi G. "A Multifractal Model of Intermittency." *Turbulence and Predictability in Geophysical Fluid Dynamics and Climate Dynamics*. Amsterdam: North-Holland, 1985. 84–88.
22. Geilikman M.B., Golubeva T.V., Pisarenko V.F. "Multifractal Patterns of Seismicity." *Earth and Planetary Science Letters* 99.1-2 (1990):127–132
23. Gilman J.J., Tong H.C. "Quantum Tunneling as Elementary Fracture Process." *J. Appl. Phys.* 42.9 (1971): 3479–3486.
24. Godano C., Tosi P., Derubeis V., Augliera P. "Scaling Properties of the Spatio-Temporal Distribution of Earthquakes: A Multifractal Approach Applied to a Californian Catalogue." *Geophys. J. Int.* 136.1 (1999): 99–108.
25. Grassberger P. "Generalized Dimensions of Strange Attractors." *Phys. Rev. Lett. A* 97 (1983): 227–230.
26. Halsey T.C., Jensen M.H., Kadanoff L.P., Procaccia I., Shraiman B. "Fractal Measures and their Singularities: The Characterization of Strange Sets." *Phys. Rev. A* 33.2 (1986): 1141–1151.
27. Healy J.H., Hamilton R.M., Raleigh C.B. "Earthquakes Induced by Fluid Injection and Explosion." *Tectonophysics* 9 (1969): 205–214.
28. Hirabayashi T., Ito K., Yoshii T. "Multifractal Analysis of Earthquakes." *Mathematical Seismology* 40 (1990): 102–146.
29. Hirata T., Satoh T., Ito K. "Fractal Structure of Spatial Distribution of Microfracturing in Rock." *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 90.2 (1987): 369–374.
30. Hirata T. "Fractal Dimension of Fault Systems in Japan: Fractal Structure in Rock Fracture Geometry at Various Scales." *PAGEOPH* 131.1-2 (1989): 157–170.
31. Jouini M.S., Vega S., Mokhtar E.A. "Multiscale Characterization of Pore Spaces using Multifractals Analysis of Scanning Electronic Microscopy Images of Carbonates." *Nonlinear Processes in Geophysics* 18.6 (2011): 941–953.
32. Kagan Y.Y., Knopoff L. "The Spatial Distribution of Earthquakes: The Two-Point Correlation Function." *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 62 (1980): 303–320.
33. Liu S., Xu L., Talwani P. "Reservoir-induced Seismicity in the Danjiangkou Reservoir: A Quantitative Analysis." *Geophys. J. Int.* 185 (2011): 514–528.
34. Mandelbrot B.B. *The Fractal Geometry of Nature*. San Francisco: W.H. Freeman, 1982. 456 p.
35. Mandelbrot B. "Multifractal Measures, Especially for Geophysicist." *PAGEOPH* 131.1-2 (1989): 5–42.
36. Ouillon G., Castaing C., Sornette D. "Hierarchical Geometry of Faulting." *Journ. Geoph. Res.* 101.B3 (1996): 5477–5487.
37. Pruessner G. *Self-Organised Criticality: Theory, Models and Characterisation*. Cambridge: Cambridge University Press, 2012. 516 p.
38. Ruelle D, Takens F. "On the Nature of Turbulence." *Commun. Math. Phys.* 20 (1971): 167–192.
39. Sammis C.G., Biegel R.L. "Fractals, Fault-Gouge and Friction." *PAGEOPH* 131 (1989): 255–271.
40. Schertzer D., Lovejoy S. "Physical Modeling and Analysis of Rain and Clouds by Anisotropic Scaling Multiplicative Processes." *J. Geoph. Res.* D 92.8 (1987): 9693–9714.
41. Sen D., Mazumder S., Tarafdar S. "Pore Morphology and Pore Surface Roughening in Rocks: A Small-Angle Neutron Scattering Investigation." *Journal of Materials Science* 37.5 (2002): 941–947.
42. Turcotte D.L. "Seismicity and Self-organized Criticality." *Phys. Earth Planet. Inter.* 111.3-4 (1999): 275–293
43. Yeats R.S., Sieh K., Allen C.R. *The Geology of Earthquakes*. New York: Oxford University Press, 1997. 568 p.
44. Zhurkov S.N. "Kinetic Concept of Strength of Solids." *Int. J. Fracture Mech.* 1 (1965): 311–323.

Цитирование по ГОСТ Р 7.0.11—2011:

Стаховский, И. Р. Что такое сейсмичность? / И.Р. Стаховский // Пространство и Время. — 2017. — № 2-3-4(28-29-30). — С. 237—252. Стационарный сетевой адрес: 2226-7271prov\_r\_st2\_3\_4-28\_29\_30.2017.81.