

## ПРИМЕНЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО ПРОДОЛЖЕНИЯ ПОЛЯ ПРИ ИНТЕРПРЕТАЦИИ МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКИХ ДАННЫХ

*Валерий Викторович Плоткин*

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 3, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, e-mail: plotkinvv@ipgg.sbras.ru

С помощью численных экспериментов рассматриваются возможности применения аналитического продолжения поля при интерпретации данных магнитотеллурического зондирования (МТЗ).

**Ключевые слова:** магнитотеллурическое зондирование, аналитическое продолжение, цепные дроби.

## APPLICATION OF FIELD ANALYTICAL CONTINUATION AT THE INTERPRETATION OF MAGNETOTELLURIC DATA

*Valery V. Plotkin*

Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, 3, Prospect Akademik Koptyug St., Novosibirsk, 630090, Russia, Leading Researcher, e-mail: plotkinvv@ipgg.sbras.ru

Using numerical experiments, possibilities of application of the field analytical continuation at interpretation of magnetotelluric sounding (MTS) data are considered.

**Key words:** magnetotelluric sounding, analytical continuation, continued fraction.

Всем известно математическое определение аналитического продолжения функции комплексного переменного [1]. В геофизике применяется продолжение гравитационных и магнитных полей для определения источников в нижнем полупространстве по данным на земной поверхности. Часто вблизи источников возникает неустойчивость алгоритмов, основанных на представлении полей в виде рядов Тэйлора, Фурье или интегралов типа Коши.

Для устранения возникающих трудностей К. М. Ермохиным предлагается метод, основанный на теории цепных дробей [см., например, 2 - 3]. Он позволяет определять геофизические поля на глубинах выше и ниже источников аномалий по измерениям на поверхности и напрямую определять глубину и форму этих источников без априорной информации. Утверждается, что это относится к геофизическим полям различной природы.

Для проверки этого обстоятельства нами были проведены численные эксперименты с синтетическими магнитотеллурическими данными для моделей среды разной сложности, результаты которых представлены ниже.

Для удобства кратко приведем здесь особенности предлагаемого алгоритма, детальное изложение которого можно найти в [2]. Результаты измерений поля на профиле  $f_k$  представляются в виде ряда по полиномам Чебышева пер-

вого рода  $T_n(x)$  (переход к координате  $x$  осуществляется масштабированием координат  $k$ -тых точек измерений на профиле к интервалу  $-1 \leq x \leq 1$ ):

$$f(x) = \sum_n c_n T_n(x), \quad T_n(x) = \cos(n \arccos x), \quad -1 \leq x \leq 1 \quad (1)$$

Коэффициенты  $c_n$  находятся методом наименьших квадратов. Предварительно при редкой сети измерений можно применить интерполяцию данных с помощью кубических сплайнов. Далее ряд (1) с помощью метода В. И. Висковатова преобразуется в цепную дробь (подробнее см. [2]) и записывается в виде:

$$F(x) = \frac{1}{1 + \frac{a_1 Y}{1 + \frac{a_2 Y}{1 + \frac{a_3 Y}{1 + \dots}}}}, \quad Y = \exp(i \arccos x), \quad (2)$$

где коэффициенты  $a_n$  определяются через набор  $c_n$  так, чтобы  $f(x) \approx \text{Re}[F(x)]$  при действительных значениях  $x$ . Далее в (2) осуществляется переход к комплексной переменной  $x + iz$ , где  $z$  – глубина. Полученная комплексная функция  $F(x, z)$  является аналитическим продолжением  $f(x)$ , а изолинии модуля  $|F(x, z)|$  отражают распределение ее особых точек в нижнем полупространстве. Эти точки соответствуют источникам аномального поля в среде. Описываемый алгоритм устойчив при расчетах аналитического продолжения в силу свойств цепных дробей.

Рассмотрим далее результаты численных экспериментов с данными МТЗ, обрабатываемыми по описанному алгоритму. Сначала была взята модель среды в виде однородного полупространства с электропроводностью  $\sigma$ , в которой на глубине  $z'$  находится тонкая проводящая пленка с суммарной продольной проводимостью  $\Sigma(x, y)$ . Электропроводность среды можно представить в виде  $\sigma + \Sigma(x, y)\delta(z - z')$ , где  $\delta(z)$  - дельта функция. В случае малости такой добавки можно воспользоваться методом возмущений [4]. Поле нулевого приближения при МТЗ - вертикально падающая волна  $E^{(0)} = E_0 e^{-k_0 z}$ ,  $k_0^2 = i\omega\mu_0\sigma$  (ось  $OZ$  направлена вглубь среды). Используя двумерное Фурье-преобразование, можно получить решение для аномального поля в первом приближении.

Для конкретности далее приведем результаты для двумерного случая, когда  $\Sigma(x, y) = \Sigma_0 \delta(x)$ , то есть, проводимость пленки не зависит от координаты  $y$ . Выражения для компонент поля ТМ-моды на поверхности среды при  $z = 0$  имеют вид:

$$E_x^{(1)}(x) = -E_{0x} e^{-k_0 z'} \frac{2\Sigma_0}{\sigma} \int_0^\infty \frac{k k_a}{k + k_a} \frac{k^2 - k_x^2}{k k_a - k_x^2} e^{-kz'} \cos k_x x dk_x,$$

$$H_y^{(1)}(x) = E_{0x} e^{-k_0 z'} 2\Sigma_0 \int_0^\infty \frac{k}{k + k_a} \frac{k_a^2 - k_x^2}{k k_a - k_x^2} e^{-kz'} \cos k_x x dk_x, \quad (3)$$

$$k^2 = k_0^2 + k_x^2, \quad k_a^2 = i\omega\mu_0\sigma_a + k_x^2,$$

где  $\sigma_a$  – электропроводность атмосферы. Если  $\sigma_a \rightarrow 0$ , вертикальная компонента электрического поля и магнитное поле  $H_y^{(1)}(x)$  на границе с атмосферой в (3) обращаются в нуль. Используя (3), можно вычислить профильные данные МТЗ для компонент аномального поля на земной поверхности. На рис. 1 приведены графики изменения горизонтальной компоненты электрического поля вдоль оси абсцисс и результаты обработки этой зависимости с помощью метода аналитического продолжения. Данные получены для  $\sigma = 0.01$  См/м и  $T=500$  с.

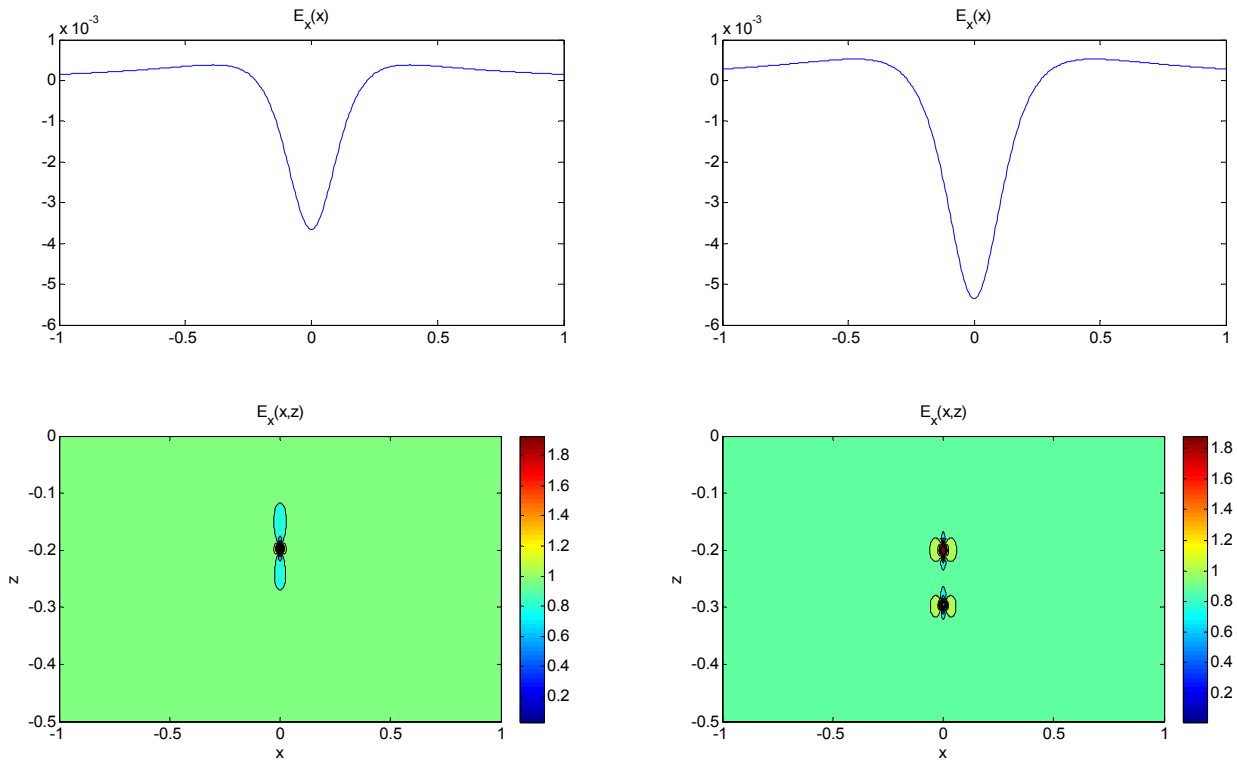


Рис. 1. Профильные данные по горизонтальной компоненте электрического поля (вверху) и глубинные разрезы, полученные с помощью метода аналитического продолжения (внизу). Слева – одна неоднородность на глубине  $z' = 0.2$ , справа – две разных неоднородности на глубинах  $z' = 0.2$  и  $z' = 0.3$

Существенно, что метод аналитического продолжения позволил точно определить глубины обоих источников аномального поля, расположенных друг под другом, при весьма похожих по типу зависимостях профильных данных (в качестве профильных данных взяты  $Re[E_x^{(1)}(x)]$ , амплитуды возмущений здесь и далее в условных единицах, допускаемых теорией возмущений, глубины в км).

На рис. 2 приведены аналогичные результаты для более сложной модели среды. В сравнении с предыдущей моделью принято, что над полупространством находится еще один однородный слой толщиной  $z_1$  с электропроводностью  $\sigma_1$ . Вычисления профильных данных выполнены по формулам, аналогич-

ным (3), но с более сложными подинтегральными функциями, которые из-за громоздкости здесь не приводятся (понятно, что при  $\sigma = \sigma_1$  они совпадают с (3)). Изучалось, влияет ли присутствие верхнего слоя на возможности метода аналитического продолжения. Кроме того, было задан ряд неоднородностей вдоль профиля с изменяющейся глубиной их локализации (вариант моделирует неоднородный по латерали слой). Данные получены для  $z_1=0.1$ ,  $\sigma_1 = 0.02$  См/м,  $\sigma = 0.01$  См/м и  $T=0.01$  с.

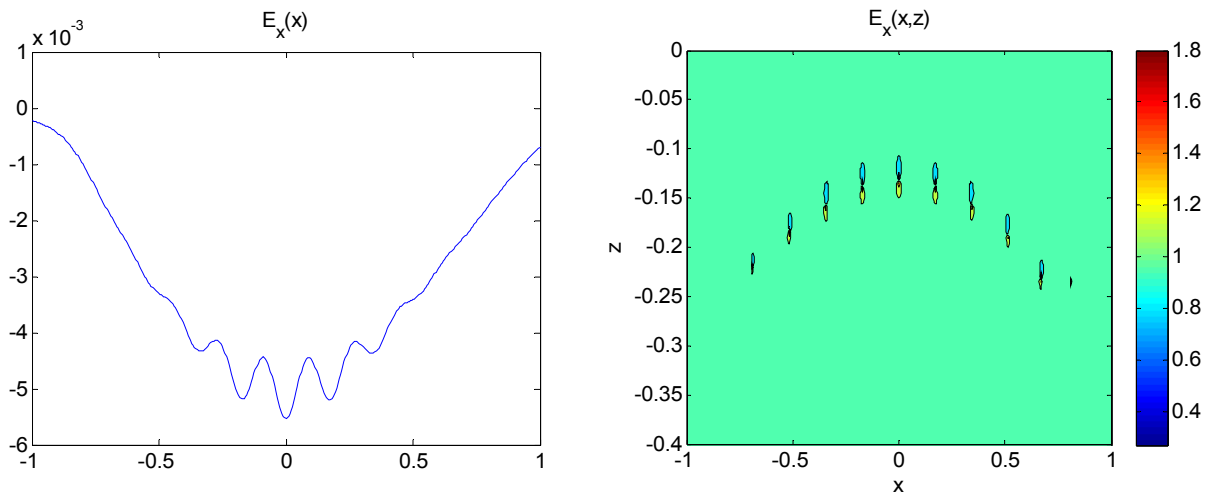


Рис. 2. Профильные данные по горизонтальной компоненте электрического поля (слева) и глубинный разрез, полученный с помощью метода аналитического продолжения (справа) для двухслойной модели среды с несколькими разноглубинными неоднородностями

Как установлено, наличие верхнего слоя с другой электропроводностью не мешает точно определять глубинное распределение неоднородностей методом аналитического продолжения.

Рассмотрим теперь результаты, полученные для трехмерного случая. Для вычислений синтетических данных МТЗ использовался метод возмущений [5]. Расчеты проведены для слоистых сред с нормальными глубинными разрезами, представленными на рис. 3а. Модель 3D-возмущения – тонкий неоднородный по латерали слой толщиной 0.01 км на глубине, обозначенной красной линией. Данные получены для полигона с размерами по горизонтальным осям в 25 км.

Латерально неоднородный слой разбивался на одинаковые блоки в виде параллелепипедов с высотой равной толщине слоя и горизонтальным сечением размером в  $25/N$  км, где  $N$  – число блоков вдоль горизонтальных осей координат (всего  $N^2$  блоков. В каждом из блоков электропроводность имела постоянное значение в соответствии с выбранной 3D-моделью среды. Отметим, что от величины  $N$  зависит количество пространственных гармоник, используемых для Фурье-преобразований при расчетах аномального поля (ниже =  $N$  61,  $T=0.01$  с).

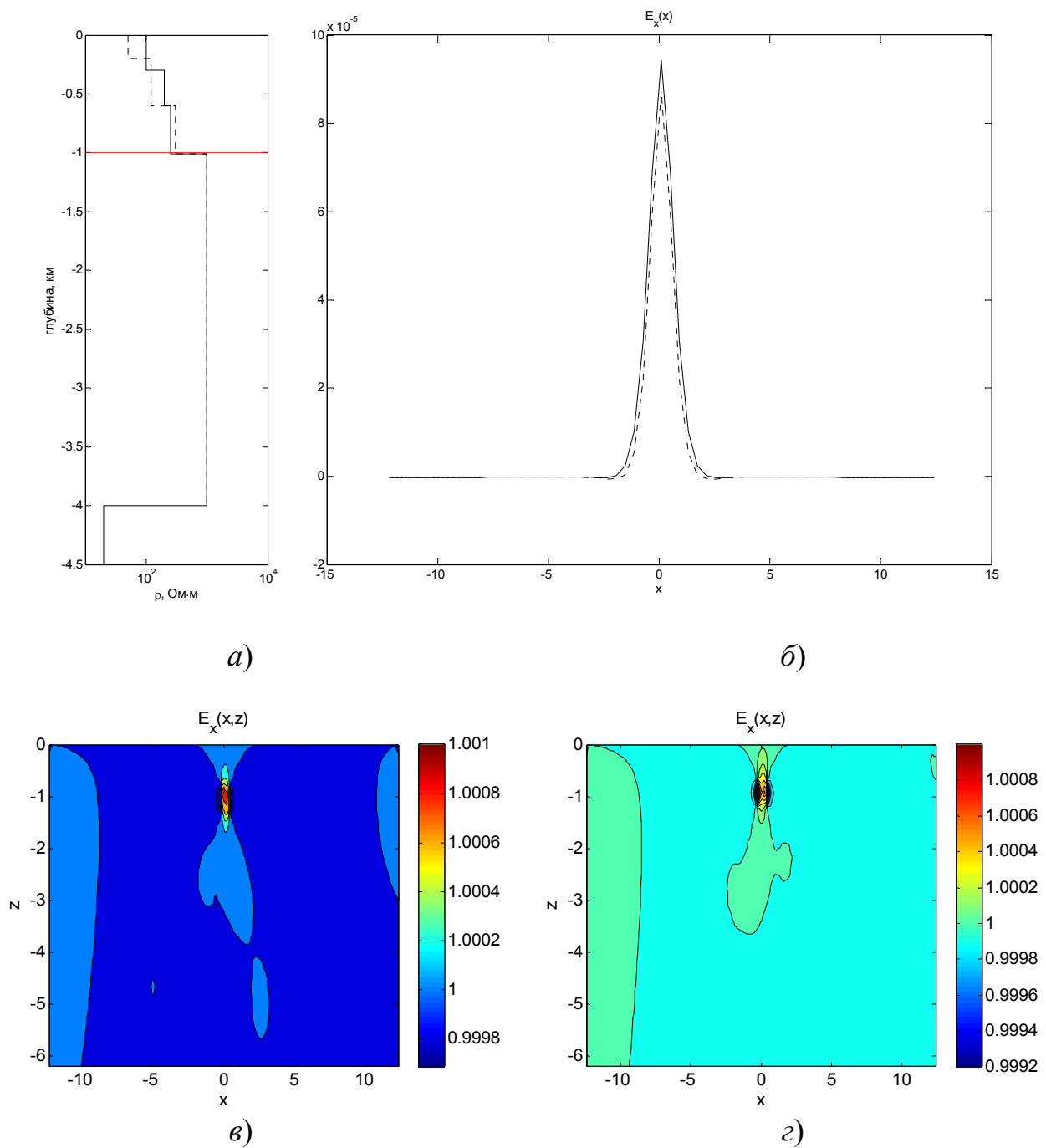


Рис. 3. Модели 3D-среды (а), профильные данные (б) и глубинные разрезы, полученные методом аналитического продолжения: (в) – для модели среды, показанной сплошной линией, и (г) – для модели, показанной пунктиром

Латеральная неоднородность задавалась в виде возмущения в центральном блоке неоднородного слоя. Как вновь видно из рис. 3, изменение нормального разреза над латеральной неоднородностью не влияет на определение ее глубины методом аналитического продолжения. Кроме того, на это не влияет и переход к модели 3D-возмущения. Подчеркнем, что на рис. 3 приведены результаты для профиля, проходящего над центром латеральной неоднородности. В то же

время, как установлено, на ближайшем профиле, параллельном ему, неоднородность уже не определяется.

Таким образом, применение метода аналитического продолжения при интерпретации данных магнитотеллурического зондирования способствует определению геометрии локализаций латеральных неоднородностей.

Работа выполнена при поддержке проекта ФНИ № 0331-2019-0015 «Реалистичные теоретические модели и программно-методическое обеспечение геоэлектрики гетерогенных геологических сред».

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Корн Г., Корн Т. М. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1974. — 832 с.
2. Ермохин К.М. Технология построения разрезов методом аналитического продолжения геофизических полей // Геоинформатика. – 2010. – № 2. – С. 51–60.
3. Ермохин К.М. Аналитическое продолжение гравимагнитных полей через массы // Доклады Академии Наук. – 2017. – Т. 476. – № 1. – С. 104–107.
4. Plotkin V.V., Mogilatov V.S. About measurement of vertical component of electric field at magnetotelluric sounding // Problems of Geocosmos: 12th International Conference (St. Petersburg, October 8-12, 2018): Book of Abstracts. - St. Petersburg, 2018. - P. 39-40.
5. Плоткин В.В. Быстрый расчет магнитотеллурических кривых для горизонтально-слоистой среды с латерально неоднородными возмущениями электропроводности // Геология и геофизика. – 2017. – Т. 58. – № 11. – С. 1812-1827.

© В. В. Плоткин, 2019