

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕРАВНОКОМПОНЕНТНОГО ПОЛЯ НАПРЯЖЕНИЙ И РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПО ДАННЫМ КАВЕРНОМЕТРИИ**

*Александр Александрович Скулкин*

Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, 630091, Россия, г. Новосибирск, Красный пр., 54, младший научный сотрудник лаборатории горной информатики, тел. (383)205-30-30, доп. 337, e-mail: chuptt@yandex.ru

*Лариса Алексеевна Назарова*

Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, 630091, Россия, г. Новосибирск, Красный пр., 54, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник лаборатории горной информатики, тел. (383)205-30-30, доп. 337, e-mail: larisa@misd.ru

*Екатерина Владимировна Рубцова*

Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, 630091, Россия, г. Новосибирск, Красный пр., 54, кандидат технических наук, старший научный сотрудник лаборатории горной информатики, тел. (383)205-30-30, доп. 174, e-mail: rubth@misd.ru

В статье сформулирована и исследована задача нахождения неравнокомпонентного поля напряжений в плоскости ортогональной оси скважины и эффективной вязкости по данным кавернометрии в скважине, проведенной в породе, имеющей реологические свойства, используя вязкоупругую модель. По данным численных исследований с использованием искусственных входных данных установлен диапазон изменения эффективной вязкости и необходимое время проведения эксперимента для того, чтобы обратная задача имела единственное решение.

**Ключевые слова:** массив горных пород, вязкоупругая модель, неравнокомпонентное поле напряжений, реологические свойства, данные кавернометрии, обратная задача, скважина.

## **DETERMINATION OF NON-HOMOGENEOUS STRESS FIELD AND RHEOLOGICAL PROPERTIES ON DATA OF CALIPER LOGGING**

*Alexander A. Skulkin*

Chinakal Institute of Mining SB RAS, 54, Krasny Prospect St., Novosibirsk, 630091, Russia, Junior Researcher, Mining Information Science Laboratory, phone: (383)205-30-30, extension 337, e-mail: chuptt@yandex.ru

*Larisa A. Nazarova*

Chinakal Institute of Mining SB RAS, 54, Krasny Prospect St., Novosibirsk, 630091, Russia, D. Sc., Chief Researcher, Mining Information Science Laboratory, phone: (383)205-30-30, extension 335, e-mail: larisa@misd.ru

*Ekaterina V. Rubtsova*

Chinakal Institute of Mining SB RAS, 54, Krasny Prospect St., Novosibirsk, 630091, Russia, Senior Researcher, Mining Information Science Laboratory, phone: (383)205-30-30, extension 174, e-mail: rubth@misd.ru

The article formulated and investigated the problem of finding a horizontal non-component field of stresses and effective viscosity according to the caliper data in a well held in a rock with rheological properties use visco-elastic model. According to the data of numerical studies using artificial input data, the range of variation of the effective viscosity and the necessary time for the experiment are established so that the inverse problem has the only solution.

**Key words:** solid, visco-elastic model, non-homogeneous stress field, rheological properties, data of caliper logging, inverse problem, hole.

Исследование напряженного состояния породного массива имеет важное значение в гражданском строительстве, горной и нефтяной отраслях промышленности. Современный горный специалист в области механики горных пород должен располагать информацией о свойствах породного массива и действующих в нем напряжениях, необходимых при выборе и обосновании рациональной технологии добычи полезных ископаемых, обеспечивающей безопасность горных работ на шахтах и рудниках, планирование траекторий скважин при горизонтальном и наклонном бурении, при строительстве и эксплуатации гидротехнических сооружений, наземных и подземных атомных электростанций, других объектов технического назначения, находящихся во взаимодействии с прилегающим массивом.

Для этих целей разработан целый спектр прямых [1] и косвенных [2] методов. Реализация последних осуществляется, как правило, на основе эмпирических соотношений между параметрами физических полей в рамках геомеханических моделей исследуемого объекта. При осуществлении измерений в соляных массивах и массивах с повышенными реологическими свойствами, возникают некоторые трудности, связанные с длительной регистрацией данных, либо обеспечением идентичности условий измерений [3-5]. В настоящей статье предложен метод оценки горизонтальных составляющих внешнего поля напряжений, модуля сдвига и вязкости пород по данным кавернометрии в вертикальной скважине на основе решения обратной задачи.

Пусть в массиве, породы которого проявляют реологические свойства, в момент времени  $t = 0$  проведена в произвольном направлении скважина радиуса  $r_0$ . Предположим, что главные компоненты поля напряжений  $(p, q)$ , лежащие в плоскости ортогональной оси скважины различны, выполнено условие плоской деформации [6] и в каждом сечении скважины  $z = const$  деформирование прискважинной зоны описывается системой [7,8,9], включающей:

– уравнения равновесия

$$\sigma_{ij,j} = 0; \quad (1)$$

– уравнения состояния для вязкоупругой среды

$$\sigma = K\varepsilon + V\varepsilon', \quad \tau = \mu\gamma + S\gamma'; \quad (2)$$

– соотношения Коши

$$\varepsilon_{ij} = 0,5(u_{ij,j} + u_{ij,i}), \quad \varepsilon_{\theta\theta} = u/r, \quad (3)$$

где  $\sigma_{ij}$  и  $\varepsilon_{ij}$  – компоненты тензоров напряжений и деформаций;  $i, j = r, \theta$ ,  $(r, \theta)$  – цилиндрические координаты, штрих означает производную по времени;  $K$  и  $\mu$  – модули объемного сжатия и сдвига;  $u_i$  – смещения;  $\sigma$  – среднее напряжение;  $\gamma$  – главный сдвиг;  $V$  и  $S$  – эмпирические константы, трактуемые как объемная и сдвиговая вязкости.

Для (1) – (3) формулируются граничные условия:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}(r_0, t) = \sigma_{r\theta}(r_0, t) = 0, \quad \sigma_{rr}(r, t) \rightarrow \frac{1}{2}(p + q) + \frac{1}{2}(p - q)\cos 2\theta, \\ \sigma_{r\theta} \rightarrow \frac{1}{2}(p - q)\sin 2\theta \quad \text{при } r \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (4)$$

При  $t = 0$  смещение и напряжения – нулевые.

Решение системы (1)–(4) получаем методами операционного исчисления [10], при этом напряжения

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} = \frac{p + q}{2}(1 - \xi^{-2}) + \frac{p - q}{2}(1 - 4\xi^{-2} + 3\xi^{-4})\cos 2\theta, \\ \sigma_{\theta\theta} = \frac{p + q}{2}(1 + \xi^{-2}) - \frac{p - q}{2}(1 + 3\xi^{-4})\cos 2\theta \end{aligned} \quad (5)$$

аналогичны таковым в задаче Кирша [11] ( $\xi = r / r_0$ ), а смещения на контуре скважины (которые и получают при кавернометрии) имеют вид

$$u(r_0, t) / r_0 = U_V(t) + U_S(t), \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} U_V(t) = \frac{r_0}{K} ((p + q) + 2(1 - \nu^2)(p - q)\cos(2\theta + \alpha))(1 - e^{(-Kt/V)}), \\ U_S(t) = \frac{r_0}{2\mu(1 + \nu)} ((p + q) + 2(1 - \nu^2)(p - q)\cos(2\theta + \alpha))(1 - e^{-\mu t/S}), \end{aligned}$$

где  $\alpha$  – угол между парами лопаток кавернометра и главным напряжением.

Данные лабораторных испытаний реологических материалов и численные эксперименты (в том числе и горных пород [3,6,12]) свидетельствуют, что вязкое деформирование ассоциировано со сдвиговыми механизмами ( $V$  намного меньше  $S$ ), и при небольших временах в (6) можно пренебречь  $U_V(t)$ .

В некоторые моменты времени  $t_n$  ( $n = 1, \dots, N$ ) измерен диаметр скважины  $D_n$  по четырем парам лопаток кавернометра [13].

Сформулируем граничную обратную задачу: определить компоненты внешнего поля напряжений ( $p$  и  $q$ ), а также механические свойства пород  $\mu$ ,  $S$  по  $D_n$  и неизвестный угол  $\alpha$  между лопатками и главным напряжением.

Из (6) следует, что  $U_S(t, \alpha, p, q, \mu, S) = U_S(t, \alpha, ap, aq, a\mu, aS)$  для любого  $a$ , поэтому по  $D_n$  невозможно однозначно определить искомые параметры модели – необходима дополнительная информация.

Для этого, с помощью измерительного гидроразрыва [14,15] можно установить величину напряжений  $p$  и  $q$  в плоскости ортогональной оси скважины.

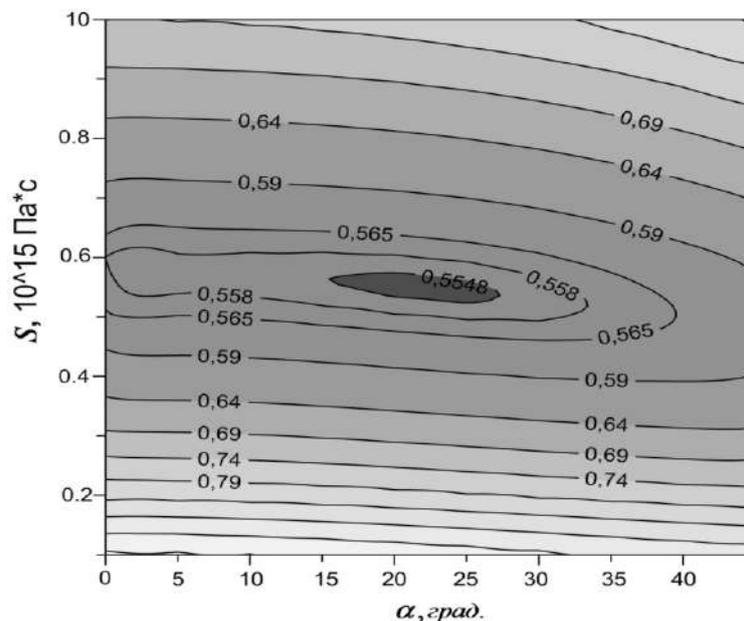
По данным кавернометрии рассчитаем величины  $e_n = 1 - D_n / D$  (где  $D$  – проектный диаметр скважины, соответствующий левой части (6)). Введем целевую функцию

$$\Phi(\mu, S) = \sqrt{N \sum_{n=1}^N [e_n - U_S(t_n, \mu, \alpha, S)]^2} / \sum_{n=1}^N e_n \quad (7)$$

и исследуем ее структуру. Зададим значения параметров модели  $p=10$  МПа,  $q=8$  МПа,  $\mu_0=0.7$  ГПа,  $S_0=10^{15}$  Па·с, характерные для соляных массивов [3], и синтезируем входные данные

$$e_n = [1 + \delta\psi(t_n)]U_S(t, p, \alpha, q, \mu_0, S_0),$$

где  $\delta$  – относительная ошибка,  $\psi$  – случайная величина, равномерно распределенная на отрезке  $[-1,1]$ . Рисунок демонстрирует изолинии  $\Phi$  при  $\delta=0.2$ ,  $t_n=1,2,\dots,50$  суток.



Линии уровня целевой функции  $\Phi$

Можно заметить, что целевая функция является унимодальной, обратная задача разрешима. Искомые значения  $\mu$  и  $S$  лежат в области эквивалентности  $W$ , размеры которой зависят от уровня шума во входных данных. Поиск минимума в таких функциях можно проводить методом градиентного спуска [16].

Предложен метод определения неравнокомпонентного поля напряжений в плоскости ортогональной оси скважины в массиве, проявляющем реологические свойства, основанный на решении коэффициентной обратной задачи по данным, полученным методом кавернометрии и измерительного гидроразрыва.

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проект № 18-05-00830).*

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Zang A., Stephansson O. Stress Field of Earth's Crust. – Springer, 2010. – 322 p.
2. Takahashi T., Takeuchi T., Sassa K. ISRM Suggested methods for borehole geophysics in rock engineering // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2006. – Vol. 43. – No. 3. – P. 337-368.
3. Барях А. А., Константинова С. А., Асанов В. А. Деформирование соляных пород. – Екатеринбург: УрО РАН, 1996. – 180 с.
4. Amadei B., Stephansson O. Rock Stress and Its Measurement. – New York: Chapman and Hall, 1997. – 490 p.
5. Baar C.A. Applied salt-rock mechanics, 1: The in-situ behavior of salt rocks. (Developments in geotechnical engineering; 16A). – Elsevier, 1977. – 292 p.
6. Назарова Л.А. Использование сейсмотектонических данных для оценки полей напряжений и деформаций земной коры // ФТПРПИ. – 1999. – № 1. – С. 28-36.
7. Cristescu N. Elastic/viscoplastic constitutive equation for rock // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. – 1987. – Vol. 24. – No. 5. – P. 271-282.
8. Vyalov S.S. Rheological Fundamentals of Soil Mechanics. – Amsterdam: Elsevier, 1986. – 564 p.
9. Bland D. R. The Theory of Linear Viscoelasticity. – Pergamon Press, Oxford, London, New York, 1960. – 125 p.
10. Calvert B.J. Heaviside, Laplace, and the Inversion Integral. – Springer, 2002. – 456 p.
11. Jaeger J., Cook N.G., Zimmerman R. Fundamentals of Rock Mechanics. – Wiley-Blackwell, 2007. – 475 p.
12. Дядьков П.Г., Назаров Л.А., Назарова Л.А. Трехмерная вязкоупругая модель литосферы Центральной Азии: методология построения и численный эксперимент // Физ. мезомех. - 2004. - Т. 7. – № 1. – С. 91-101.
13. Нефтегазовая энциклопедия. – М.: Нефть и газ, 2003. – Т. 2. – 380 с.
14. De Bree P., Walters J.V. Micro/minifrac test procedures and interpretation for in situ stress determination // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. – 1989. – V. 26. – No. 6. – P. 515-521.
15. Скулкин А. А. Экспериментальное определение параметров поля напряжений на соляном руднике в Соликамске // IX Междунар. конф. мол. уч. и студ. «Современные техника и технологии в научных исследованиях»: сб. материалов (Бишкек, Кыргызстан, 27–28 марта 2017 г.). – Бишкек: НС РАН, 2017. – С. 168-174.
16. Мирошниченко Н.А., Панов А.В., Назаров Л.А. Оценка природных напряжений на основе решения обратной задачи по данным акустического зондирования // Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук. – 2018. – Т. 5, № 1. – С. 103-108.

© А. А. Скулкин, Л. А. Назарова, Е. В. Рубцова, 2019