

УДК 550.34; 551.1

Миркин Е.Л., Багманова Н.Х.
*Институт сейсмологии НАН КР,
г. Бишкек, Кыргызстан.*

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА РАСЧЕТА И ПОСТРОЕНИЯ ТРЕХМЕРНОЙ ПЛОТНОСТНОЙ МОДЕЛИ ЗЕМНОЙ КОРЫ НА БАЗЕ МОДЕЛИ АДАМСА – ВИЛЬЯМСОНА

Аннотация: В статье рассмотрены вопросы адаптации математической модели Адамса–Вильямсона к использованию ее в качестве основы для создания программного продукта построения трехмерной плотностной модели земной коры. Получена трехмерная плотностная модель земной коры Тянь-Шаня. Приведены примеры вертикальных плотностных разрезов некоторых характерных профилей.

Ключевые слова: плотность, модель Адамса-Вильямсона, скорости сейсмических волн, неоднородность, земная кора.

АДАМ-ВИЛЬЯМСОН МОДЕЛИНИН НЕГИЗИНДЕ ЭСЕПТӨӨ ПРОГРАММАСЫНЫН КОМПЛЕКСИН ИШТЕП ЧЫГУУ ЖАНА ЖЕР КЫРТЫШЫНЫН ҮЧ ӨЛЧӨМДҮҮ ТЫГЫЗДЫК МОДЕЛИН ТҮЗҮҮ

Кыскача мазмуну: Макалада Адамс-Вильямсон математикалык моделин колдонуунун негизинде, жер кыртышынын үч өлгөмдүү тыгыздык моделин түзүүчү комплекстүү программаны иштеп чыгуу аракеттери корсотулот. Тянь-Шандын жер кыртышына үч өлчөмдүү тыгыздык модели түзүлгөн жана андагы айрым профилдердин вертикалдуу тыгыздык кесиндисинин мисалдары келтирилген.

Негизги сөздөр: Жыштык, Адамс-Вильямсон модели, сейсмикалык толкундардын ылдамдыгы, бир кылка эместик, жер кыртышы.

DEVELOPMENT OF A PROGRAM COMPLEX FOR CALCULATION AND CONSTRUCTION OF THREE-DIMENSIONAL MODEL OF THE EARTH CRUST DENSITY ON THE BASIS OF ADAMS -WILLIAMSON MODEL

Abstract: In the paper the problems of adaptation of mathematical model of Adams-Williamson for its use as a basis for creation of software product for construction of three-dimensional model of earth crust density are considered. As a result this one for Tian Shan region was received. Examples of vertical density sections of some typical profiles are presented.

Keywords: the density, Adams-Williamson model, seismic velocity, heterogeneity, the earth's crust.

Среди реальных моделей внутреннего строения Земли, наиболее общеобъясняющим распределение плотности вещества земной субстанции в зависимости от глубины и особенностей скоростной модели распределения объемных продольных и поперечных сейсмологических волн, является широко известная в литературе модель американских геофизиков Адамса и Вильямсона [1]. Сложность применения этой модели на практике для детального изучения плотностных неоднородностей земной субстанции в конкретном

географическом регионе, объясняется отсутствием информации о детальном распределении скоростей объемных сейсмологических Р и S волн в данном регионе, а также большим объемом итеративных вычислительных операций с этими данными. Необходимая для дальнейших исследований трехмерная модель скоростных полей продольных Р – волн и поперечных S – волн была получена на базе трехмерной триангуляции скоростной модели литосферы Тянь-Шаня [2]. Комплекс программ позволяет восстановить значение скоростей продольных Р–волн и поперечных S – волн в любой заданной точке трехмерного пространства изучаемого фрагмента «массива земной коры».

Наработанные в лаборатории «Геофизических методов изучения сейсмоопасных зон» Института сейсмологии НАН Кыргызской Республики заделы по изучению модели скоростных свойств литосферы Тянь-Шаня, позволили сформулировать цель исследований – создание программного комплекса расчета и построения трехмерной плотностной модели земной коры Тянь-Шаня на базе модели Адамса и Вильямсона [1].

Модель Адамса и Вильямсона

Скорости объемных волн выражаются через модули упругости ($K(l)$ – модуль сжатия, $\mu(l)$ – модуль сдвига) и плотности $\rho(l)$ среды в данной точке, расположенной на глубине l , следующим образом [1]:

$$v_p(l) = \sqrt{\frac{K(l) + \frac{4}{3}\mu(l)}{\rho(l)}} \text{ – продольные волны,} \quad (1)$$

$$v_s(l) = \sqrt{\frac{\mu(l)}{\rho(l)}} \text{ – поперечные волны.} \quad (2)$$

Вводится сейсмический параметр $\Phi(l) = \frac{K(l)}{\rho(l)}$ для определения детального изменения плотностного строения земной субстанции. Сейсмический параметр \hat{O} можно определить через скорости сейсмических волн v_p и v_s (1) и (2) [1]:

$$\Phi(l) = \frac{K(l)}{\rho(l)} = v_p^2(l) - \frac{4}{3}v_s^2(l). \quad (3)$$

Поскольку скорости сейсмических волн v_p и v_s зависят от глубины, то Φ , в соответствии с (3), также зависит от глубины. В свою очередь модуль сжатия K определяется выражением [1]:

$$K(l) = \rho(l) \frac{\Delta P}{\Delta \rho}, \quad (4)$$

где ΔP – приращение давления; $\Delta \rho$ – приращение плотности. Таким образом, если сейсмический параметр Φ (см. 3) известен, то можно определить закон, по которому происходит приращение плотности при небольших приращениях давления:

$$\Delta \rho = \frac{1}{\Phi(l)} \Delta P. \quad (5)$$

Таким образом, для того, чтобы решить задачу определения изменения плотностного состава субстанции $\Delta \rho$ с глубиной, необходимо знать закон, по которому происходит нарастание давления в недрах земли с глубиной. Это нарастание происходит с ростом глубины l по гидростатическому закону [1]:

$$\Delta P = \rho(l)g(l)\Delta l,$$

(6)

где Δl – приращение глубины конкретного слоя земной субстанции, $g(l)$ – вес вещества этого слоя приходящегося на единицу площади (функция глубины). Далее, с учетом (5), (6) получим уравнение Адамса и Вильямсона:

$$\Delta\rho = \frac{\rho(l)g(l)}{\Phi(l)} \Delta l, \quad (7)$$

позволяющее определить детальное распределение плотности земной субстанции и соответственно построить реальную модель Земли.

Таким образом, уравнение (7) может являться расчетной формулой для построения трехмерной плотностной модели земной коры.

Построение плотностной модели земной коры

Напрямую использовать расчетную формулу Адамса и Вильямсона (7) невозможно без определения параметра $g(l + \Delta l)$ (ускорение силы тяжести), который изменяется в зависимости от глубины l . Для решения данной проблемы, воспользуемся усреднённым показателем зависимости ускорения свободного падения g внутри земли от глубины l , приведённом в [3] (см. рисунок 1, квадратные маркеры). Также на рис. 1 изображена кривая (круглые маркеры), представляющая собой сплайн-аппроксимацию данной зависимости на интервале глубин (0–60) km с шагом 5 km , полученная в пакете Matlab [4].

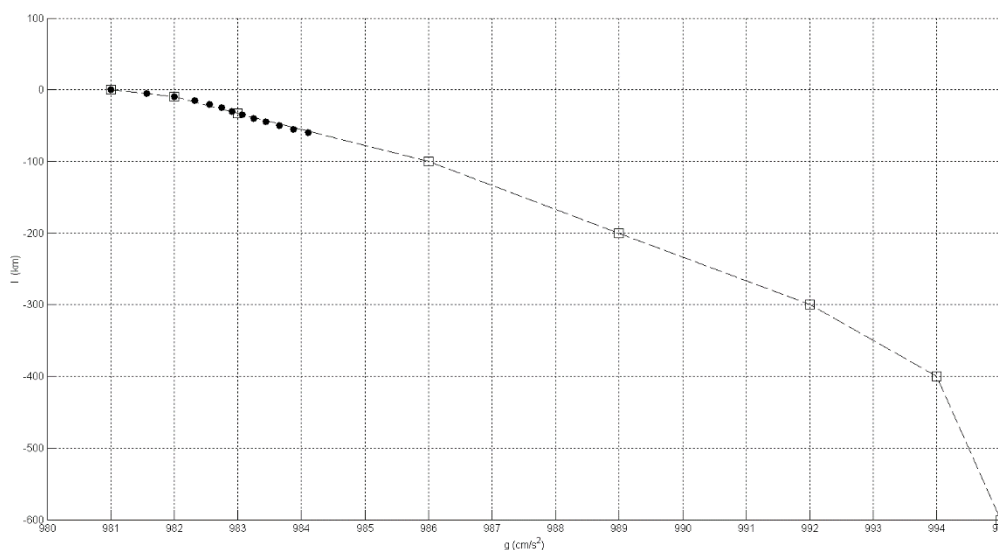


Рис.1. Зависимость ускорения свободного падения g (cm/s^2) внутри Земли от глубины l (km) (квадратные маркеры) и сплайн-аппроксимация данной зависимости на интервале глубин (0–60) km с шагом 5 km (круглые маркеры).

Поскольку, в соответствии с [3], ускорение свободного падения на поверхности Земли $l = 0$ зависит также и от географической широты местности ϕ ($grad^\circ$):

$$g_\phi = 978.049[1 + 0.005288 \sin^2(\phi) - 0.000006 \sin^2(2\phi)], \quad (8)$$

(рис. 2) это необходимо учитывать при компьютерной обработке данных по модели Адамса и Вильямсона (7).

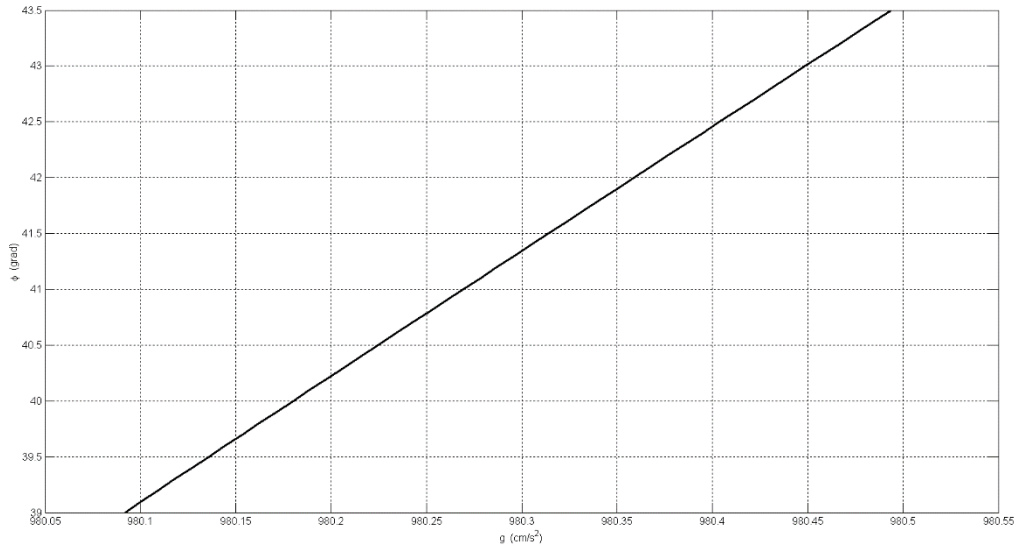


Рис. 2. Зависимость ускорения свободного падения g (cm/s^2) от географической широты ϕ ($grad^\circ$) на поверхности земли $l = 0$.

Таким образом, для конкретной географической точки изучаемого района можно вычислить изменение ускорения свободного падения $g_\phi(l + \Delta l)$ от глубины:

$$g_\phi(l + \Delta l) = g_\phi(l) + \Delta g(l + \Delta l), \quad (9)$$

где $\Delta g(l + \Delta l)$ – приращение ускорения свободного падения от глубины. Данная зависимость с учетом сплайн – аппроксимации (рис. 1) представлена на рис. 3.

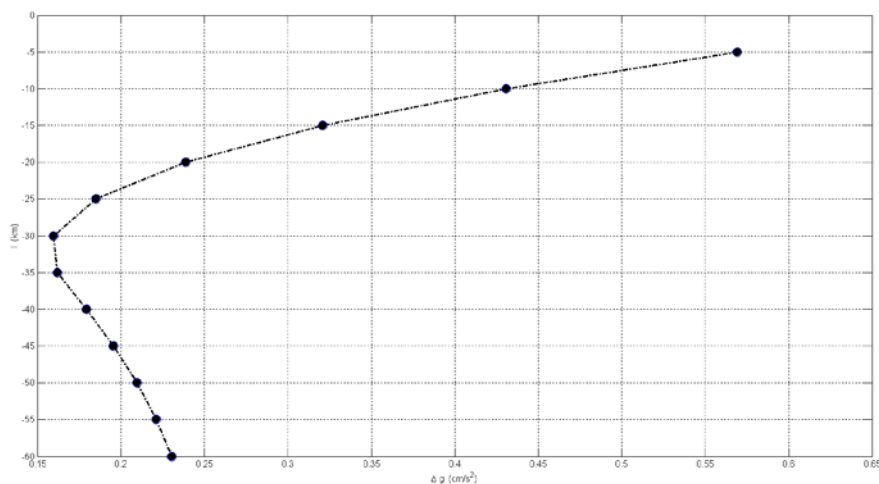


Рис. 3. Зависимость приращения ускорения свободного падения Δg (cm/s^2) внутри Земли от глубины l (km).

Итак, выражение (9) позволяет получить значение ускорения свободного падения g в заданной точке трехмерного поля массива земной коры, что позволяет воспользоваться расчетной формулой (7) Адамса и Вильямсона для вычисления плотности вещества в произвольной точке 3D пространства.

На основе проведенных расчетов по формуле (7), был создан комплекс программ расчета и построения трехмерной плотностной модели массива земной коры. Так как расчет плотности проводился в приращениях, в качестве начальной плотности на глубине 0 км была принята средняя плотность $\rho = 2.8 \text{ г/см}^3$.

Результаты работы комплекса программ проиллюстрированы на примере двух вертикальных профилей 1 и 2, местоположение которых показано на рис. 4, плотностные разрезы приведены на рисунке 5 и рисунке 6.

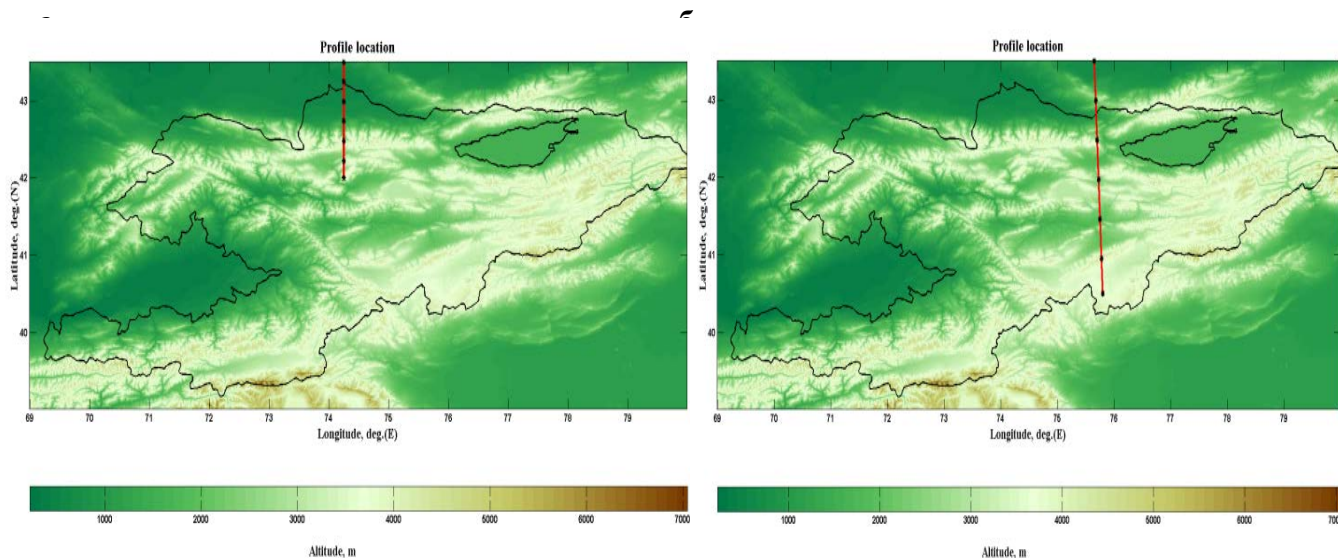


Рис. 4 - Локализация профилей 1 (а) и 2 (б) вертикальных плотностных разрезов.

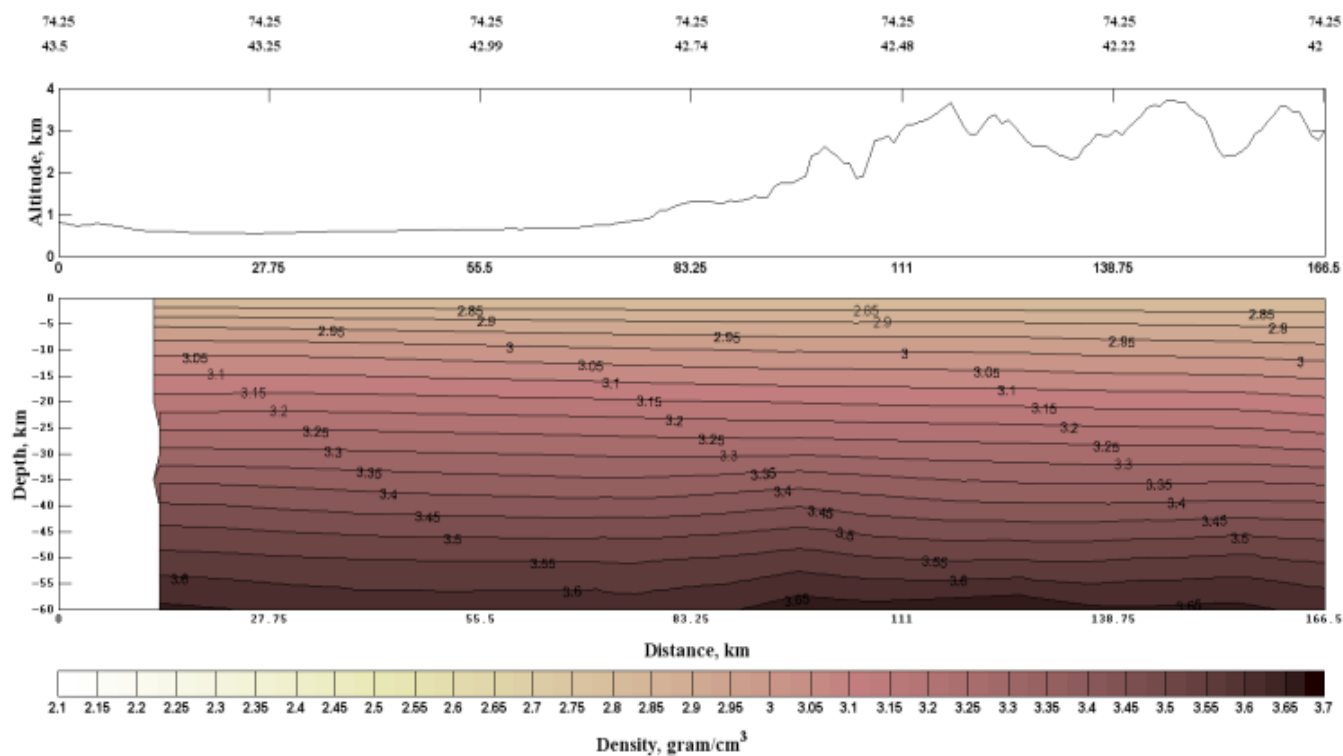


Рис. 5. Плотностной разрез земной коры вдоль профиля 1 (модель Адамса – Вильямсона).

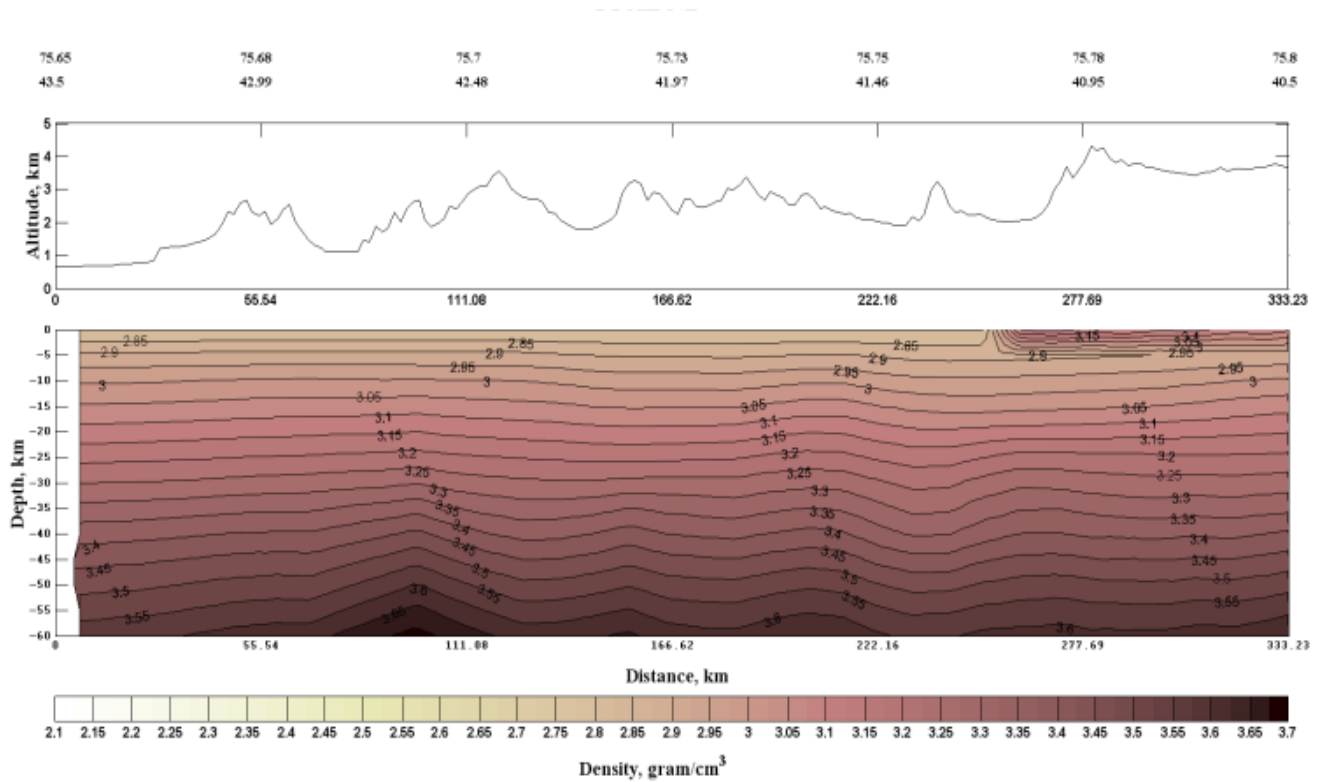


Рис. 6. Плотностной разрез земной коры вдоль профиля 2 (модель Адамса–Вильямсона).

Как видно из рисунков, значения плотностей плавно увеличиваются с глубиной. Анализ полученных разрезов позволяет сделать вывод, что рассмотренный способ построения картины плотностной неоднородности земной коры выявляют некоторые черты плотностных неоднородностей в различных участках земной коры Тянь-Шаня. Для выявления более детальных неоднородностей плотностного строения земной коры Тянь-Шаня нужно дифференцировать плотность на нулевой глубине, используя геологические данные, а также воспользоваться регрессионными плотностными моделями состава земной коры, построенными на основе обработки экспериментальных данных.

Разработанный комплекс программ может быть использован для изучения плотностных неоднородностей земной коры Тянь-Шаня.

Литература

- 1 Жарков В.Н. Внутреннее строение земли и планет.- Москва: Наука.- 1983. – 415 с.
- 2 Адамова А.А., Сабитова Т.М., Миркин Е.Л., Багманова Н.Х. Модели для блочной аппроксимации распределения скорости с использованием SPHYRIT 90 (алгоритм С. Реке-ра). // Земная кора и верхняя мантия Тянь-Шаня в связи с геодинамикой и сейсмичностью. - Бишкек: Илим.- 2006.- С.9-18.
- 3 Енохович А.С. Справочник по физике. - Москва: Просвещение. -1978.-415 с.
- 4 Дьяконов В.П., Круглов В.В. MATLAB Анализ, идентификация и моделирование систем. Специальный справочник. – Санкт-Петербург: Питер.- 2001.- 440 с.