

Е. П. Макагонов

## СТРУКТУРА ГИПСОВЫХ РОЗ

E. P. MAKAGONOV. TEXTURE OF GIPSUM ROSES

Investigation of the texture of gipsum crystal growthes from the Urals massive sulfide deposits has been carried out. There are obtained data on direction of the rotational axes (in turning around them individuals coincide to one another) and on sizes of rotational angles, that have been processed by statistic analysis of distribution of the axial directions in three measurements. The directions of axes of rotation in the space are largely uniform. Relation between directions of the axes and sizes of rotational angles is absent. Modal values of rotational angles are displaced to  $180^\circ$ . For all extracts mean-statistical normalized length of the rotational vector is constant and equals to  $0.72 \pm 0.02$ .

В современной минералогии и кристаллографии одной из актуальных проблем является создание общей теории строения кристаллических сростков. Для решения этой проблемы необходимо накопление данных по структуре природных и искусственных сростаний минералов. Выполнение этой задачи позволит наполнить реальным содержанием разрабатываемые теории и получить материал для экспериментального и математического моделирования строения и образования рассматриваемого класса природных объектов.

Первый этап исследования структуры обычно начинается с установления бинарных отношений между элементами структуры. В сростках минералов, состоящих из неэнантиоморфных индивидов, каждые два индивида можно совместить друг с другом поворотом вокруг определенной оси на определенный угол. Направление этой оси относительно кристаллографических направлений индивидов сростка и угол поворота вокруг этой оси могут служить геометрическими бинарными отношениями элементов структуры сростка. Мы имеем своеобразные эквиваленты

уголковым химическим связям в структурах молекулярного уровня. Назовем такие оси в сростаниях минералов осями ротации  $R$ , а углы поворота вокруг этих осей — углами ротации  $r$  [Rotatio — по-латински — круговое (вращательное) движение]. В идеальном прорастании оси ротации представляют собой ряды совпадающих узлов. Если угол ротации равен  $180^\circ$  или ось ротации перпендикулярна оси симметрии четного порядка (при любом угле поворота), то сросток является двойником по оси. Если же ось ротации располагается в плоскости симметрии исходного индивида, то сросток — двойник по плоскости.

Статистические и симметричные закономерности расположения осей ротации и значения углов ротации совместно с уровневой топологической структурой определяют полностью геометрическую структуру сростаний [2,3]

### Морфология сростаний

В настоящей статье рассматривается опыт установления закономерностей строения гипсовых роз из колчеданных месторождений Южного Урала. В качестве элементов структуры выступают идеализированные монокристалльные индивиды симметрии  $2/m$ . Материалом для исследований послужили образцы, отобранные В. В. Ершовым из глины зоны окисления сульфидных руд Алабасского месторождения. Сведения об условиях нахождения приведены в работе [1].

Исследование структуры гипсовых роз проводилось в следующей последовательности: измерение сростаний на гониометре ZRG-3, определение углов между эквивалентными кристаллографическими направлениями в каждой паре соприкасающихся индивидов и установление положения осей ротации относительно этих направлений, а также значений углов ротации. Далее определялись статистические закономерности распределения направлений осей и углов ротации.

Для исследования были отобраны 10 сростков двух индивидов, два сростка трех индивидов и три сростка с количеством индивидов 19, 18, 16. Размеры сростков 5—10 мм по длинной оси. Кристаллы, слагающие сростки двух и трех индивидов (рис. 1), чечевицеобразные, уплощенные по оси, перпендикулярной грани  $d(\bar{1}01)$ . Наиболее хорошо образованы грани вертикальных призм, по которым и юс-

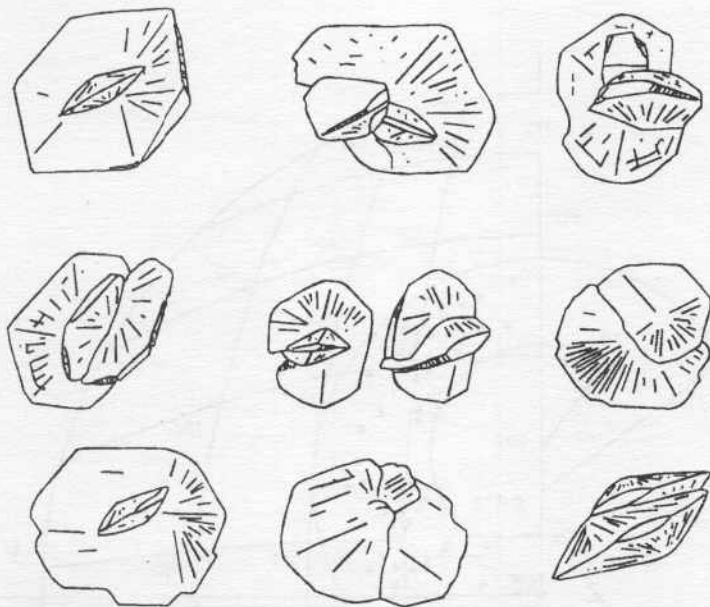


Рис. 1. Простые сростки кристаллов гипса.

тировались кристаллы при измерении на гониометре. Для получения более качественного сигнала в отдельных случаях индивиды аккуратно скалывались по спайности (010). Из вертикальных призм на кристаллах обычно присутствуют узкие клиновидные грани формы  $f\{120\}$ , реже встречаются грани форм  $M\{110\}$ ,  $z\{320\}$ ; изредка —  $g\{130\}$ ,  $i\{150\}$ ,  $a\{100\}$ . По совокупности этих граней надежно определяется направление кристаллографических осей Z и Y. Грани, образующие верхнюю и нижнюю стороны чечевиц, выпуклые, конусообразные. Выходы нормалей к граням на гномостереографических проекциях располагаются между малыми кругами с радиусами 18 и 36 градусов и с центрами кругов, совпадающими с перпендикуляром к грани  $\lambda(\bar{2}01)$  и  $[001]$ , соответственно (рис. 2). В пределах кольца, образуемого этими кругами, отмечаются сгущения точек выходов нормалей к граням вокруг перпендикуляров к граням форм  $l\{\bar{1}11\}$ ,  $v\{\bar{1}22\}$ ,  $w\{\bar{2}09\}$ . Наиболее ровные и развитые грани формы  $l\{\bar{1}11\}$ , которые придают ассиметричность конусовидным поверх-

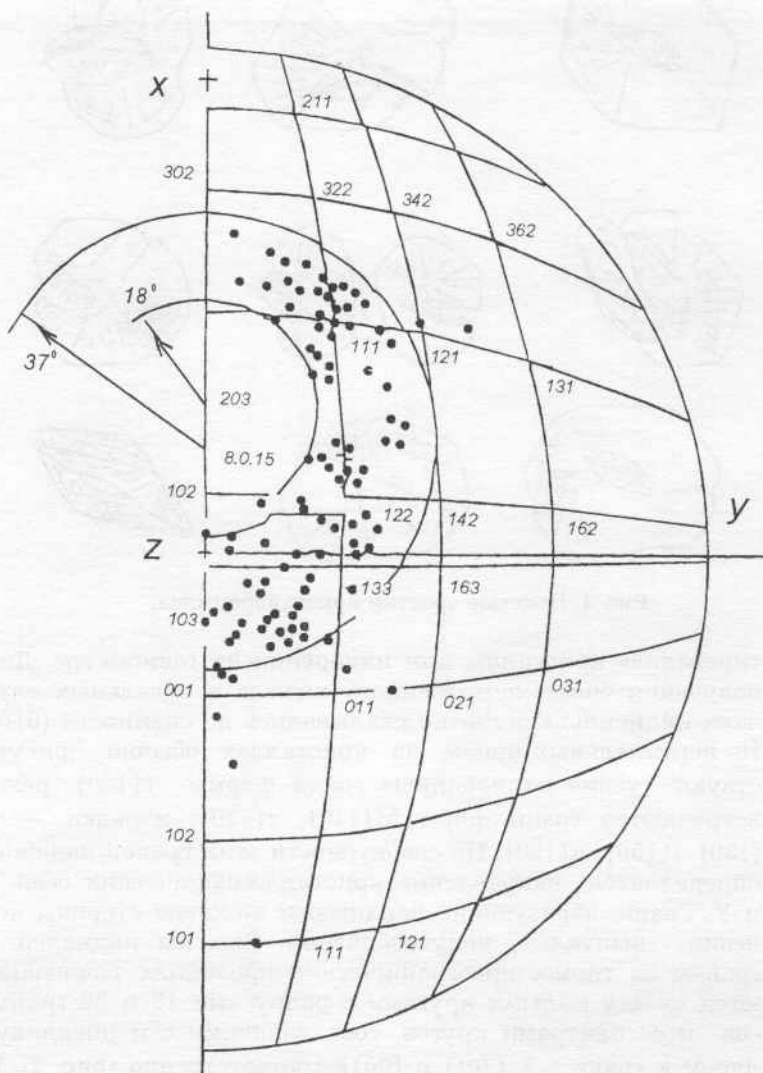


Рис. 2. Гномостереографическая проекция граней чечевицеобразных кристаллов гипса. Радиус ограничивающей дуги  $74^\circ$ .

ностям, благодаря чему можно установить направление кристаллографической оси X. Индивиды гипса в сростках светло-охристо-желтого цвета, полупрозрачны, зональны. Часть зон содержит газово-жидкие включения и глинистые частицы.

Первый и второй сложные сростки состоят из таких же чечевицеобразных кристаллов как и сростки двух и трех индивидов. В первом из наиболее сложных сростков, состоящим из 19 индивидов, четыре относительно крупных индивида сложены в плоскую розетку (рис. 3, а). К тройным стыкам этих индивидов приурочены группы, состоящие из трех-пяти более мелких кристаллов. Максимальное число индивидов, соприкасающихся с одним, равно 15. Почти треть индивидов соприкасается с четырьмя другими. По три индивида соприкасаются с двумя, тремя и пятью другими индивидами. Взаимоотношения между индивидами в сростке показывает граф на рис. 4, а, из которого видно, что в основном два блока сросшихся кристаллов соединяются через центральный индивид. В сростке насчитывается 42 бинарные связи. Из них замерено 37 (88 %). Границы соприкосновения индивидов индукционные, что свидетельствует о совместном образовании сросшихся кристаллов.

Второй сложный сросток состоит из 18 индивидов. Четыре индивида также образуют плоскую розетку, скрепленную поперечным пятым индивидом, располагающимся примерно перпендикулярно остальным. Более

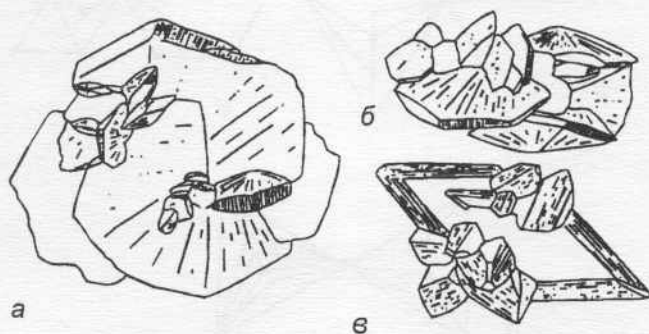


Рис. 3. Сложные сростания кристаллов гипса.

мелкие кристаллы (размером в 5—10 раз меньше основных) располагаются в области контактов более крупных индивидов и слагают отдельные группы или ряды (см. рис. 3, б).

Закономерности распределения индивидов по количеству контактов с другими индивидами подобно предыдущему сростку. Большая часть индивидов срастается с тремя — пятью индивидами (78 %). Максимальное количество контактов отдельного индивида — 10. Структура графа этого сростка более равномерная (см. рис. 4, б). Как и первый сложный сросток, этот состоит из чечевицеобразных кристаллов.

У третьего сложного сростка на основной относительно крупный кристалл нарастают две группы мелких кристаллов, одна из которых состоит из 5 индивидов, другая — из 7 индивидов (см. рис. 3, в). У основного кристалла наиболее развит второй пинакоид (010), параллельно которому он уплощен. Кроме того развиты грани двух основных призм  $l \{ \bar{1}11 \}$  и  $f \{ 120 \}$ . Эти грани со штриховкой, параллельной линиям пересечения с пинакоидом (010). Кристалл слегка вытянут вдоль оси [101]. Помимо этих форм на кристалле слабо развиты мелкие грани формы  $h \{ 011 \}$ .

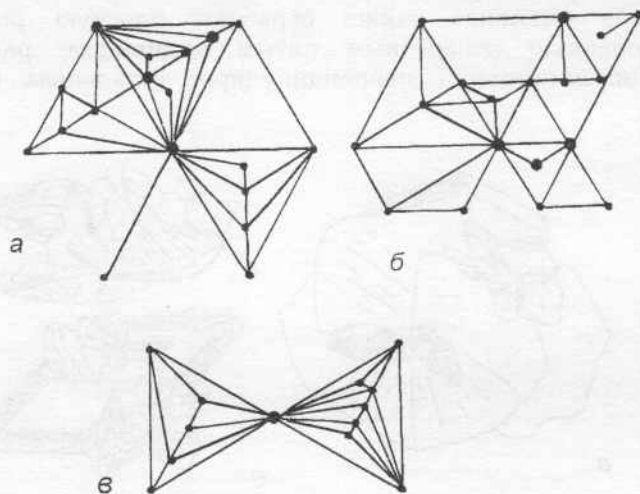


Рис. 4. Графы сложных сростков гипса: узлы — индивиды, линии — наблюдаемые контакты между индивидами в сростках.

У более мелких кристаллов наблюдаются те же формы, что и у основного, но более развиты у них грани форм  $f\{120\}$ ,  $l\{\bar{1}11\}$ . Грани  $b(010)$  более узкие, сравнимые по размеру с гранями форм  $f$  и  $l$ . Помимо отмеченных граней на них наблюдаются и узкие грани  $(130)$ ,  $(270)$ ,  $(110)$ .

Взаимоотношения между индивидами в сростке показывает рис. 4, в. Отдельные индивиды наиболее часто соприкасаются с тремя или четырьмя другими индивидами (соотношение 5:5). Кроме главного индивида только два имеют большее количество связей, а именно: 5 и 6 связей. Всего в сростке 29 бинарных связей. Из них удалось исследовать 24, т. е. 82 %. Между этими индивидами отмечаются индукционные поверхности совместного роста.

### Статистические характеристики сростков

Положение осей ротации относительно кристаллографических направлений можно найти с помощью стереографической проекции. Для этого выходы одноименных кристаллографических осей одного знака (положительного или отрицательного направления оси) двух индивидов, нанесенные на стереографическую проекцию, соединяют дугой большого круга. Перпендикулярно ей и посередине между выходами кристаллографических осей проводят новую дугу большого круга, которая представляет собой геометрическое место точек, равноудаленных от выходов кристаллографических осей.

Проведя такие же дуги от двух других пар одноименных кристаллографических осей, находим точку пересечения, которая и будет выходом оси ротации. Соединив точку выхода оси ротации с точками выходов соответствующих осей дугами больших кругов, можно определить угловые расстояния (радиусы) между осью ротации и кристаллографическими осями, а также сам угол ротации.

Для достижения большей точности определения направлений осей ротации предпочтителен аналитический метод. Для этого выбираем прямоугольную систему координат  $(A, B, D)$  применительно к гипсу, а именно,  $A$  — перпендикуляр к плоскости  $(100)$ ,  $B$  — перпендикуляр к плоскости  $(010)$ ,  $D$  — направление  $[001]$ . Обозначим углы между соответствующими координатными осями индивидов в сростке буквами  $a, b, d$ , значения которых можно

получить либо на гномостереографической проекции, либо рассчитать из первичных замеров.

В прямоугольной системе координат угол ротации  $r$  определяется по формуле

$$\cos r = (\cos a + \cos b + \cos d - 1)/2$$

Из-за центросимметричности осей в группе симметрии  $2/m$  в сростаниях двух индивидов имеются две оси ротации, действие которых приводит к одному и тому же результату. При использовании прямоугольной системы координат условиям ротации для конкретного сростка может отвечать одна из четырех пар троек угловых расстояний между координатными осями:

а)  $a, b, d$  и  $180^\circ - a, b, 180^\circ - d$ ;

б)  $a, b, 180^\circ - d$  и  $180^\circ - a, b, d$ ;

в)  $a, 180^\circ - b, 180^\circ - d$  и  $180^\circ - a, 180^\circ - b, d$ ;

г)  $a, 180^\circ - b, d$  и  $180^\circ - a, 180^\circ - b, 180^\circ - d$ .

Для выбора двух истинных значений из полученных данных при расчете с помощью прямоугольной системы координат необходимо знать углы между еще какими-нибудь эквивалентными направлениями разных индивидов сростка. Методический прием состоит в сравнении новых измеренных значений с рассчитанными по формулам. На практике оказалось удобным в качестве четвертого направления в сростках гипса принять перпендикуляр к граням (001) — направление  $C$ , поэтому при первичных замерах наряду с углами  $a, b, d$  определялись углы с между осями  $C$  двух индивидов сростка.

Далее, для одной из троек угловых расстояний  $a, b, d$  рассчитываем угловые расстояния  $\alpha, \beta, \gamma$  между осью ротации и осями  $A, B, D$  по формулам

$$\sin \alpha = (\sin a/2)/(\sin r/2), \quad \sin \beta = (\sin b/2)/(\sin r/2),$$

$$\sin \gamma = (\sin d/2)/(\sin r/2)$$

По значениям  $\alpha$  и  $\gamma$  рассчитываем два возможных варианта угловых расстояний  $\sigma_i = \sigma_1, \sigma_2$  между направлением оси  $C$  и осью ротации  $R$  по формуле

$$\cos \sigma_i = 0.9170 \cos \gamma \pm 0.40413 \cos \alpha$$

Коэффициенты формулы соответствуют значениям косинуса и синуса полярного угла плоскости (001), равного  $23^\circ 50,5'$ .



Из равенства  $\sin c/2 = \sin \sigma_1 \sin r/2$  находим два расчетных значения угла  $c$  (подставив в формулу последовательно найденные значения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ ).

Если какое-либо расчетное значение угла  $c$  совпадает с ранее измеренным значением этого же угла  $c$  или его дополнением до  $180^\circ$ , то выбранная тройка углов между соответственными координатными осями  $A, B, D$  отвечает условиям ротации одной из осей ротации. Другая тройка углов между соответствующими осями координат из той же пары отвечает условиям ротации другой оси ротации. Если эти условия не выполняются, повторяем расчеты для следующей тройки угловых расстояний из перечисленных выше пар.

Угол  $\gamma$  является вертикальной полярной координатой  $\rho$  оси ротации. Горизонтальный угол  $\phi$  определяется из формулы

$$\phi = \arccos(\cos \beta / \sin \gamma)$$

Обработка результатов проводилась следующим образом. По полученным полярным координатам  $\rho$  и  $\phi$  выходы осей ротации наносились на стереографическую проекцию. С учетом симметрии гипса все данные переводились на половину проекции. С помощью скользящего окна (малого круга проекции) проводились изолинии, отделяющие области с разной плотностью точек. Радиус малого круга  $\tau$  для двуугольника (поверхности, ограниченной двумя дугами больших кругов), вырезанного из сферы единичного радиуса, определялся по формуле:

$$\cos \tau = 1 - \pi / 2N,$$

где  $N$  — число осей ротации.

При равномерном распределении площадь малого круга проекций составляет долю четверти поверхности сферы, равную  $1/N$ . Так как выборочное распределение наблюдаемого числа точек внутри подсчетного круга является биномиальным, то для  $N > 10$  число точек в круге равное или больше 4 встречается с вероятностью 0.01 или меньше при условии справедливости нулевой гипотезы, т. е. при равномерном распределении [4]. Участки с высокой плотностью точек (от четырех и выше) считаем аномальными.

Для численного представления распределения ориентировок осей ротации на сфере принимаем оси ротации

за векторы. Направление таких векторов будет характеризоваться косинусами углов между векторами и каждой из координатных осей. Соответственно, координаты конца определенного вектора равны

$$x = \cos \alpha, \quad y = \cos \beta, \quad z = \cos \gamma.$$

Если представить радиус сферы равным единице, то точки на сфере будут концами единичных векторов, для которых будет справедливо равенство  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ .

Среднее направление дается в виде вектора  $R$ , длина которого равна

$$R = \sqrt{(\sum x_i)^2 + (\sum y_i)^2 + (\sum z_i)^2}.$$

В нормализованной форме  $\bar{R} = R / N$ , где  $N$  — число точек на проекции. Среднее направление по отношению к трем координатным осям дается косинусами углов между  $R$  и этими осями:

$$\begin{aligned} \cos \bar{x} &= (\sum x_i) / R, & \cos \bar{y} &= (\sum y_i) / R, \\ \cos \bar{z} &= (\sum z_i) / R. \end{aligned}$$

Если распределение осей ротации равномерное, то средние значения в нашем случае должны быть  $\bar{y} = \bar{z} = 45^\circ$ ,  $\bar{x} = 90^\circ$ .

Для каждого сростка двух индивидов гипса мы имеем две оси ротации, действие которых приводит к одному и тому же результату, поэтому при совпадении направления осей ротации в совокупности измерений и при равенстве углов ротации на стереографических проекциях мы будем наблюдать два максимума. Если не совпадают углы поворота, то максимумы будут одиночными.

Если при распределении на сфере оси плотно расположены вокруг общего направления, то  $R$  по величине будет приближаться к  $N$ . Если же оси рассеяны, то  $R$  будет мало. Так как при определении истинного направления осей ротации в кристаллографическом пространстве возникает неопределенность из-за равенства отдельных ориентировок (вследствие связи элементами симметрии), мы вынуждены были все наблюдения перевести на  $1/4$  часть сферы, поэтому плотность точек становится завышенной. Можно предполагать, что абсолютная плотность наблюдений увеличивается при этом в 4 раза, т.е. значения  $R$  надо уменьшить на эту величину для сравнения с распределением на сфере.

Величина  $\bar{R}$  для сферической проекции принимает значения от 0 до 1. В настоящее время нет критериев оценки статистических параметров на ограниченных сферических поверхностях. Можно только указать, что среднестатистическое направление при равномерном распределении для 1/4 сферы выбранной нами конфигурации (правой верхней четверти) будет иметь координаты  $\rho = 45^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$ . В проанализированных выборках средние направления близки к этим значениям, отличаясь от них максимум на  $10^\circ$ . Причем, наименьшие отклонения — у общей пробы из простых сростков и у первого сложного сростка (см. табл.). Полученные данные показывают, что результирующие нормированные длины средних осей ротации  $\bar{R}$  и углы этих осей с координатными осями в разных выборках близки (см. таблицу). Величина  $\bar{R}$ , равная в среднем для наших выборок 0.72, по-видимому, характеризует распределение на выбранном двуугольнике, близкое к равномерному. Это подтверждает и анализ распределения выходов осей ротации на стереографических проекциях, который показывает, что на большей части площади проекций оси распределены равномерно.

На общем равномерном фоне выделяются слабо выраженные аномальные участки (плотность точек равна и более четырех). В общей выборке из сростков двух и трех индивидов такой максимум содержит 5 осей ротации. Общее направление имеет координаты  $\rho = 49^\circ \pm 6^\circ$ ,  $\varphi = 33^\circ \pm 15^\circ$ . Четыре оси ротации имеют угол от  $175.6^\circ$  до  $227.5^\circ$  (среднее  $195.9^\circ$ ). У пятой оси угол ротации  $79^\circ$ .

На стереографической проекции первого сложного сростка возле второй кристаллографической оси (оси симметрии второго порядка) наблюдается площадка с аномальными значениями. Координаты аномалии:  $\rho = 82.2^\circ \pm 7^\circ$ ,  $\varphi = 3.5^\circ \pm 1.5^\circ$ . Углы ротации от  $158.2^\circ$  до  $179.3^\circ$  (среднее  $170.2^\circ$ ). Все индивиды, связанные осями ротации, выходящими в аномальном участке, контактируют друг с другом. Здесь мы имеем пример блочного строения с малоугловыми границами.

На проекции второго сложного сростка на общем равномерном поле наблюдаются три области аномальных значений. Первое из них (4 точки) имеет координаты  $\rho = 69^\circ \pm 2^\circ$ ,  $\varphi = 17^\circ \pm 4^\circ$ . Углы ротации принимают значения от

Таблица

Статистические характеристики сростков гипса

Характеристики сростков	Простые сростки	Сложные сростки			Все
		1	2	3	
Количество индивидов в сростке	2-3	19	18	16	
Количество бинарных связей	16	37	31	24	108
Количество осей ротации	32	74	62	48	216
Результирующие длины осей ротации $R$	22.08	53.28	44.02	35.52	154.87
Нормированные длины осей ротации $\bar{R}$	0.69	0.72	0.71	0.74	0.717
Углы между средней осью ротации и координатными осями:					
x	91.45	90.22	96.24	91.32	92.36
y	44.25	43.60	43.64	36.69	42.06
z	45.79	46.41	47.04	53.34	48.04
Полярные координаты осей ротации:					
$\rho$	45.79	46.41	47.04	53.34	48.04
$\phi$	-2.02	-0.31	-8.534	-1.65	-3.18
Углы ротации:					
Среднее значение	126.64	122.84	124.35	116.64	122.46
Среднее отклонение	33.10	38.21	32.72	36.54	35.58
Медиана	135.06	138.62	137.31	123.15	134.18

200° до 221°, но три из них отличаются от 220.7° не более, чем на один градус. Вторая аномалия (5 точек) с координатами  $\rho = 24.1 \pm 1.8^\circ$ ,  $\phi = 39.6 \pm 1.8^\circ$ ; углы ротации от 140.3° до 214.4°. Третья аномалия (8 точек) имеет координаты  $\rho = 76 \pm 6^\circ$ ,  $\phi = -73 \pm 18^\circ$ , углы ротации от 98° до 306.7°. Для каждого значения второй аномалии имеются соответствующие значения третьей аномалии. Углы между

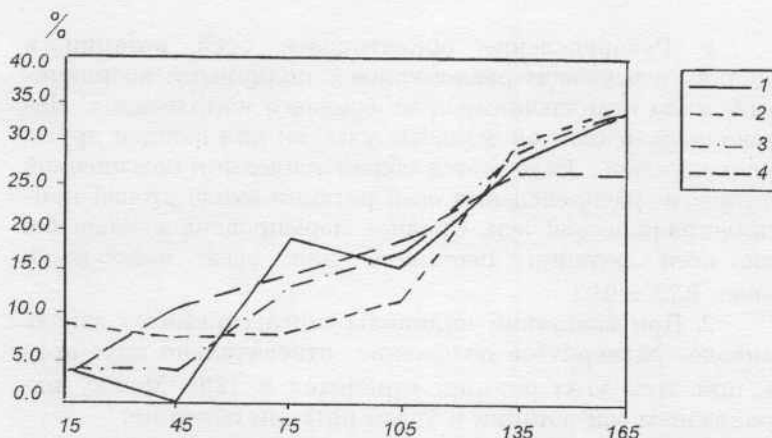


Рис. 5. Распределение углов ротации: 1 — в пробе, состоящей из двух и трех индивидов, 2—4 — в сложных сростках

осями  $A, B, D$  для второй аномалии отвечают тройке углов  $\{a, 180^\circ - b, 180^\circ - d\}$ , а третьей аномалии —  $\{180^\circ - a, 180^\circ - b, d\}$ , т.е. относятся к одной паре ранее приведенных троек угловых расстояний.

Наиболее отличаются от среднего равномерного распределения направления осей ротации у третьего сложного сростка ( $x = 91.0^\circ, y = 36.7^\circ, z = 53.4^\circ$ ). Отклонение от среднего значения обусловлено присутствием двух близко расположенных полей повышенной плотности с координатами  $\rho = 84.4^\circ \pm 4.8^\circ, \varphi = -1.6^\circ \pm 6.4^\circ$  и  $\rho = 80.6^\circ \pm 3.3^\circ, \varphi = -34.8^\circ \pm 13^\circ$ . Углы ротации имеют большой разброс значений (от  $132^\circ$  до  $301^\circ$  и от  $107^\circ$  до  $288^\circ$ , соответственно).

Во всех выборках коэффициенты корреляции между полярной координатой  $\rho$  и углом ротации  $\tau$  от  $-0.068$  до  $0.295$ , т.е. практически между этими параметрами связи нет.

Распределение углов ротации по величине имеет одинаковую тенденцию для всех выборок: увеличение частоты встречаемости по мере увеличения значений углов (рис. 5) и смещение модальных значений в сторону больших углов (см. табл.).

## Выводы

1. Распределение ориентировок осей ротации в сростках в основном равномерное с полярными координатами, мало отличающимися от среднего направления. Нерезко выраженные аномальные участки для каждой друзы индивидуальны. Намечается общая тенденция повышенной плотности распределения осей ротации около второй кристаллографической оси. Среднее нормированное значение длин осей ротации постоянно для всех выборок и равно  $0.72 \pm 0.02$ .

2. При срастании индивиды гипса стремятся занять наиболее развернутое положение относительно друг друга, при этом угол ротации стремится к  $180^\circ$ . Между направлением оси ротации и углом ротации связи нет.

3. В топологических структурах сростков гипса чаще всего узлы содержат по 4 связи.

4. Для более полного и точного анализа силы связи между переменными в замкнутых пространствах необходима разработка методов статистического анализа направлений в пространстве с учетом повторений, вызванных кристаллографической симметрией минеральных индивидов.

## Литература

1. Зайков В. В., Еришов В. В. Картирование гипсовой минерализации в колчеданосных районах Южного Урала // Минералы месторождений Южного и Среднего Урала, 1985, Свердловск, УНЦ АН СССР, с. 16—22.

2. Макагонов Е. П. Симметрия сростков минеральных индивидов. М.: Наука, 1991. 195 с.

3. Маликов А. В. Структурная теория пространства-времени и ее приложения в минералогии и кристаллографии // Математические модели в расшифровке генезиса минералов. М.: 1989, с. 4—41.

4. Чини Р. Ф. Статистические методы в геологии. М.: Мир, 1986. 189 с.