ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК, 2002, том 384, № 3, с. 391–394

ГЕОФИЗИКА

УДК 550.3

ИСТОЧНИКИ И ПОТОКИ ТЕПЛА В МАНТИИ ЗЕМЛИ

© 2002 г. С. В. Старченко, А. А. Степанов

Представлено академиком В.Н. Страховым 03.12.2001 г.

Поступило 10.01. 2002 г.

Целью работы является объективная оценка сферически-симметричных средних тепловых потоков в мантии Земли. При этом считаем, что нам известны современный тепловой поток с поверхности Земли (44 ТВт [7]), температура у поверхности Земли (0°C [2]) и достаточно уверенно оцениваемые значения температур фазовых переходов у внутренних границ рассматриваемых однородных слоев [1], на которые может быть разбита мантия исходя из общепринятой сейсмической модели Земли PREM [4]. Эта модель позволяет уверенно оценить и распределение плотности в мантии Земли. Самостоятельно нам предстоит оценить неизвестное (кроме осредненных значений на поверхности Земли [10]) количество и распределение радиоактивных источников тепла, которые играют одну из основных ролей в процессе теплопереноса в глубинных недрах мантии. Кроме того, нам самим необходимо определить эффективные коэффициенты теплопроводности. Они должны существенно отличаться от известных молекулярных (кондуктивных) коэффициентов [1, 2], поскольку вклад конвективного и лучистого теплопереносов является определяющим.

Для решения поставленной задачи мы разлагаем частично заданную функцию температуры $T(r, \tau) = T_0(r) + T_1(r) \cdot \tau$ в ряд Тейлора по времени до линейного члена, считая неизвестными плотность радиоактивных источников тепла $q_v(r, \tau) = q(r)(q_0 - q_1\tau)$ и эффективную теплопроводность κ. Исходя из содержания радиоактивных изотопов в верхних слоях коры Земли $q_0 = 4.722 \cdot 10^{-6}$ Вт/м^3, $q_1 = 2.68 \cdot 10^{-23}$ Вт/м$^3 \cdot$ с [10]. А общее решение соответствующих уравнений теплопроводности можно записать в каждом слое в виде

$$\begin{cases} T_1(r) = \int\limits_{R_o}^{r}\left(\frac{1}{\eta^2\kappa}\int\limits_{R_o}^{\eta} q_1 q(\xi)\xi^2 d\xi + \frac{R_o^2}{\eta^2}\psi_1\right)d\eta + \varphi_1; \\ T_0(r) = \int\limits_{R_o}^{r}\left(\frac{1}{\eta^2\kappa}\int\limits_{R_o}^{\eta}(c_p\rho T_1(\xi) - q_0 q(\xi))\xi^2 d\xi + \right. \\ \left. + \frac{R_o^2}{\eta^2}\psi_0\right)d\eta + \varphi_0. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь на внешней (индекс – о) границе слоя $r = R_o$, $T(R_o, \tau) = \varphi(\tau)$ и $\left(\frac{\partial T(r,\tau)}{\partial r}\right)_{r = R_o} = \psi(\tau)$. Разделяя всю мантию на такие однородные слои, задаем граничные условия для нулевого члена разложения T_0 на границах слоев. Граничные же условия для первого члена T_1 оценим из решения методом Фурье [3] задачи об остывании сферы

$$T = \frac{2}{r}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\left(\pi \cdot n \cdot \frac{r}{R_o}\right)\cdot e^{-(\pi \cdot n)^2\frac{a\tau}{R_o^2}}}{R_o} \times$$

$$\times \int\limits_0^{R_o}\left(\eta \cdot f(\eta)\sin\left(\pi \cdot n \cdot \frac{\eta}{R_o}\right)\right)d\eta + \varphi(\tau) +$$

$$+ \frac{2}{r}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\left(\pi \cdot n \cdot \frac{r}{R_o}\right)}{R_o}\int\limits_0^{\tau}\left[\int\limits_0^{R_o}\left(\frac{\eta \cdot q_v(\eta, \xi)}{c_p\rho}\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times \sin\left(\pi \cdot n \cdot \frac{\eta}{R_o}\right)\right)d\eta \cdot e^{-(\pi \cdot n)^2\frac{a(\tau-\xi)}{R_o^2}}\right]d\xi, \quad (2)$$

так как временная зависимость в данных сходных задачах должна иметь одинаковый вид. Это общее решение уравнений теплопроводности тоже разложим в ряд Тейлора по времени и используем

Геофизическая обсерватория "Борок", Российской Академии наук, п. Борок Ярославской обл.

Рыбинская государственная авиационная технологическая академия

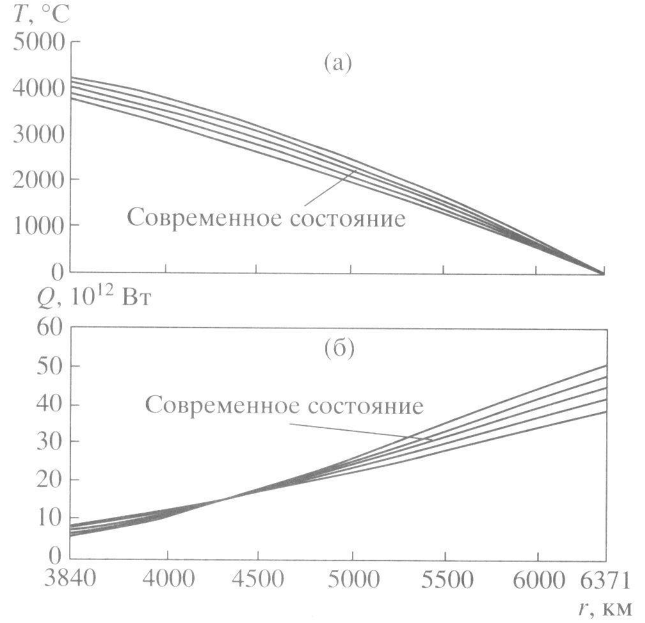

Рис. 1. а – профиль температуры однослойной модели при равномерном распределении радиоактивных источников, объемная плотность которых $q = 0.0051$ от наблюдаемой на поверхности Земли. Эффективный коэффициент теплопроводности $\kappa = 52$ Вт/м · °С. б – соответствующее распределение теплового потока. Интервал между кривыми 1 млрд. лет.

далее отношение первого (линейного) члена разложения к нулевому члену:

$$\frac{T_1(R_i) - T_1(R_o)}{T_0(R_i) - T_0(R_o)} = $$

$$= \frac{\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\left(\pi n \frac{R_i}{R_o}\right) \int\limits_0^{R_o} \frac{\eta q_0 q(\eta)}{c_p \rho} \sin\left(\pi n \frac{\eta}{R_o}\right) d\eta}{\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\left(\pi n \frac{R_i}{R_o}\right) \int\limits_0^{R_o} \eta f(\eta) \sin\left(\pi n \frac{\eta}{R_o}\right) d\eta} -$$

$$- \frac{\frac{\kappa}{c_p \rho} \sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\pi n}{R_o}\right)^2 \sin\left(\pi n \frac{R_i}{R_o}\right) \int\limits_0^{R_o} \eta f(\eta) \sin\left(\pi n \frac{\eta}{R_o}\right) d\eta}{\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\left(\pi n \frac{R_i}{R_o}\right) \int\limits_0^{R_o} \eta f(\eta) \sin\left(\pi n \frac{\eta}{R_o}\right) d\eta}. \quad (3)$$

Дополняя соотношение (3) его аналогом, получающимся при дифференцировании (2) по радиусу, определим все недостающие граничные условия для (1).

В равенства (2) и (3) входит интеграл от начального распределения температур, которое, строго говоря, является неизвестным, однако, не внося заметной погрешности, функцию $f(r)$ можно представить линейной аппроксимацией $f(r) = a + br$, где a и b – коэффициенты, которые находятся исходя из значений температуры в реперных точках.

После подстановки граничных условий в решение (1) получаем для решения обратной задачи нелинейную систему из $2n$ уравнений (n – номер слоя от поверхности):

$$\int\limits_{R_{o_n}}^{R_{i_n}} \left(\frac{1}{\eta^2 \kappa_n} \int\limits_{R_{o_n}}^{\eta} q_1 q_n(\xi) \xi^2 d\xi + \frac{R_{o_n}^2}{\eta^2} \psi_{1_n} \right) d\eta = $$

$$= T_1(R_{i_n}) - \varphi_{1_n}, \quad (4)$$

$$\int\limits_{R_{o_n}}^{R_{i_n}} \left(\frac{1}{\eta^2 \kappa_n} \int\limits_{R_{o_n}}^{\eta} (c_{p_n} \rho_n T_{1_n}(\xi) - q_0 q_n(\xi)) \xi^2 d\xi + \frac{R_{o_n}^2}{\eta^2} \psi_{0_n} \right) d\eta = $$

$$= T_0(R_{i_n}) - \varphi_{0_n},$$

где

$$T_{1_n}(\xi) = \int\limits_{R_{o_n}}^{\xi} \left(\frac{1}{\eta^2 \kappa_n} \int\limits_{R_{o_n}}^{\eta} q_1 q_n(\xi) \xi^2 d\xi + \frac{R_{o_n}^2}{\eta^2} \psi_{1_n} \right) d\eta + \varphi_{1_n}.$$

Система (4) для неизвестных q_n и κ_n нелинейная и математически допустимо несколько (не менее чем $3n$) ее решений, из которых необходимо выбрать лишь те решения, которые допустимы физически в мантии Земли.

Рассматривая однородную (о д н о с л о й н у ю) модель мантии Земли, распределение радиоактивных источников в простейшем случае можно представить как постоянное усредненное по всему слою, т.е. $q(r) = q = \text{const}$. Подставляя данное выражение в (4), получим алгебраическую систему уравнений третьего порядка. Отобрав физически допустимое решение (в итоге остается одно) и с учетом того, что за 4 млрд. лет температура на границе ядро–мантия понизилась менее чем на 500°С [11], мы получили следующие результаты (рис. 1): тепловой поток из ядра в мантию зависит от значения температуры на границе между ними и равен 9.5 ТВт для 3000°С, 7.26 ТВт для 4000°С и 5.3 ТВт для 5000°С. Распределение радиоактивных источников получено около 0.005 от известного осредненного содержания на поверхности. Эффективный коэффициент теплопроводности варьируется в зависимости от температуры на границе ядро–мантия в пределах 75–38 Вт/м · °С.

Для линейной функции распределения внутренних источников принималось нулевое содержание радиоактивных элементов у границы ядро–мантия, а на поверхности Земли это содержание было некоторой искомой величиной. В результате при таком распределении тепловой поток из ядра увеличился и составил ~12 ТВт при всех рассматриваемых температурах на нижней границе однородной мантии. Также в отличие от предыдущего случая наблюдается уменьшение со временем теплового потока из ядра. Охлаждение границы ядро–мантия происходит заметно быстрее и составляет 900°С за 4 млрд. лет.

При принятой нами нормировке поверхностное содержание радиоактивных источников тепла в точности равно 1 у самой поверхности. Моделируя профиль распределения радиоактивных источников линейно убывающей от 1 до 0 функцией, определим эффективную толщину ΔR радиоактивного поверхностного слоя, считая, что в лежащей ниже области мантии тепловых источников нет. Эффективная толщина слоя, в котором сосредоточена при этом основная радиоактивность планеты, ~15 км. Тепловой поток из ядра составил, как и в предыдущем случае, ~12 ТВт для всех возможных значений температур у ядра, а скорость охлаждения оказалась еще выше – около 1100°С за 4 млрд. лет.

Поэтому в однородной модели мантии наиболее реалистичным представляется однородное распределение тепловых источников (см. рис. 1), поскольку оно дает наименьшую скорость охлаждения Земли.

Двухслойная модель мантии получается при задании реперной температуры 1600°С в зоне первого фазового перехода на глубине 400 км. Тогда система (4) содержит четыре уравнения с четырьмя неизвестными. Рассмотрев все математически доступные комбинации из профилей источников тепла в каждом из слоев, нами выделен один вариант, дающий допустимые физически решения. Для этого варианта плотность распределения внутренних источников в верхнем слое мантии принималась равной некоторой искомой постоянной величине, а в нижнем слое профиль изменялся по произвольному линейному закону, что добавляло еще два искомых параметра. С учетом двух неизвестных коэффициентов теплопроводности получалось всего пять неизвестных, и в качестве пятого уравнения использовалось условие непрерывности теплового потока.

В результате, как это иллюстрирует рис. 2а, впервые в мировой практике нами независимо получено, что плотность радиоактивных источников может нарастать к ядру. Типичное изменение температуры на границе ядро–мантия (см. рис. 2б) со временем составляет величину порядка 250°С за 4 млрд. лет. Такое значительно более медленное охлаждение Земли по сравнению с однослойной моделью свидетельствует о том, что рассматриваемая двухслойная модель намного лучше отражает процессы теплопереноса в реальной мантии Земли. Тепловой поток в мантии, как и в наиболее реалистической однослойной модели, существенно зависит от температуры у границы ядро–мантия. При профиле температур, изображенном на рис. 2, тепловой поток у ядра Q_{CMB} = 5.7 ТВт в современную эпоху, а его пространственно-временная эволюция изображена на рис. 2в.

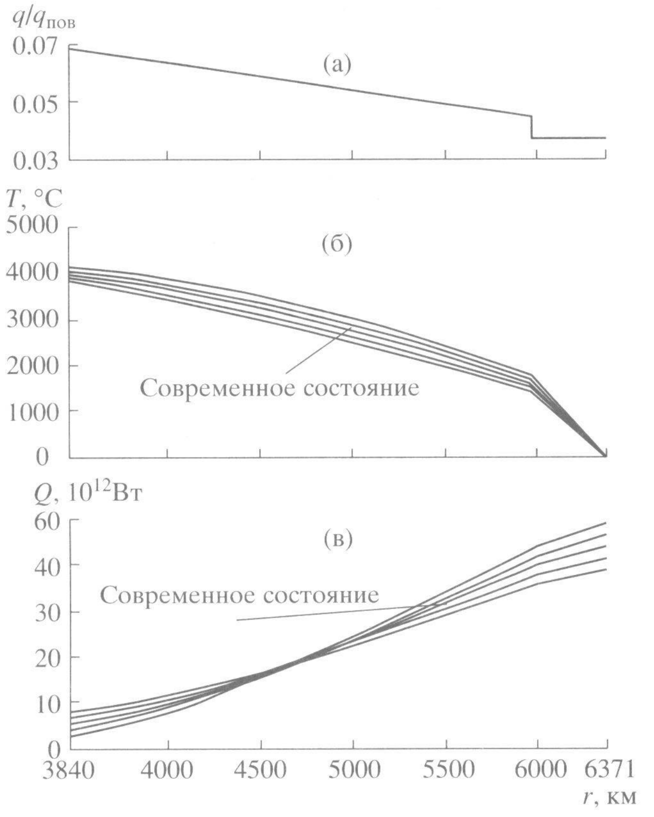

Рис. 2. а – распределение относительной мощности радиоактивных тепловых источников в двухслойной модели; б – профиль температуры при 4000°С на границе ядро–мантия в современную эпоху, эффективный коэффициент теплопроводности κ_1 = 22 Вт/м · °С в верхнем слое и κ_2 = 69 Вт/м · °С в нижнем слое; в – распределение теплового потока. Интервал между кривыми 1 млрд. лет.

При современной температуре у границы ядро–мантия в 5000°С тепловой поток Q_{CMB} = 4.0 ТВт (κ_1 = 22, κ_2 = 46 Вт/м · °С), а при 3000°С этот поток в современную эпоху составляет Q_{CMB} = 6.6 ТВт при эффективных теплопроводностях κ_1 = 22 и κ_2 = 123 Вт/м · °С. Тепловой поток и температура у ядра полностью определяют всю энергетику геодинамо. До настоящей работы этот поток оценивается довольно неуверенно: использовался как весь обоснованный нами здесь интервал ~4–7 ТВт [5, 6, 9], так и необоснованно считалось, что эта величина может быть близка к ~10–20 ТВт [8].

Работа поддержана грантом INTAS 99–00348.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Жарков В.Н., Трубицын В.П.* Физика планетных недр. М.: Наука, 1980. 448 с.
2. *Стэйси Ф.* Физика Земли. М.: Мир, 1972. 344 с.
3. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966. 724 с.
4. *Dziewonski A.M., Anderson D.L.* // Phys. Earth and Planet. Inter. 1981. V. 25. P. 297–356.
5. *Gladzmaier G.A., Roberts P.H.* // Physica D. 1996. V. 97. P. 81–94.
6. *Loper D.E.* // J. Geomagn. and Geoelectr. 1991. V. 43. P. 79–91.
7. *Pollack H.N., Hurter S.J., Juhnson J.R.* // Rev. Geophys. 1993. V. 31. P. 267–280.
8. *Roberts P.H., Jones C.A., Calderwood A.R.* Earth's Core and Lower Mantle. L.: Gordon and Breach, 2001.
9. *Starchenko S.V., Jones C.A.* // Icarus. 2002. In press.
10. *Van Schmus W.R.* Global Earth Physics: A Handbook of Physical Constants, AGU Reference Shelf 1. N.Y.: Amer. Geophys. Soc., 1995. P. 283–291.
11. *Yukutake T.* // Phys. Earth and Planet. Inter. 2000. V. 121. P. 103–137.