

мышленности и новейших технологий. Особый интерес представляют уникальные магнитные и спектроскопические свойства оксидов редких земель, а также изготовленные на их основе катализаторы для нефтехимии и автомобильной промышленности, потребности специальной метал-

лургии, создание особых стекол и разработки стекловолоконной оптики, спецкерамики и др. Месторождение Байюнь-Обо имеет громадное значение для экономики всех развитых стран и позволяет КНР занимать лидирующие позиции в мире по экспорту оксидов редких земель и их солей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бойцов В.Е., Пилипенко Г.Н., Солодов Н.А. Месторождения благородных, радиоактивных и редких металлов. М.: НИИ-Природа, 1999.
2. Панов Б.С. Новый металлогенический и нефтегазоносный пояс Евразии // Геол.журнал (Киев) 1993. № 4.
3. Панов Б.С., Хуньцуйань Янь. О тектонике и минерагении северо-западной части КНР // Геотектоника. 1988. № 6.
4. Cheng Yunchuang et al. Mineral Resources of China. Publish House of Environmental Science. Beijing, 1996.
5. Dudley G. Rare earths. Mining Annual Review, 2001 // Mining Journal Ltd. London, 2001.
6. Li Shigin. A rediscussion on the origin of Bayan Obo rare metals bearing carbonatite et its niobium — rare earths — iron deposit, Nee Mongolia // Contr.Proj.Plate Tect, Northern China. 1983. № 1.
7. Tan Lin Zhang Xiaohong, Wu Zhanjiang, Wang Jinlong. Ore deposit, mineralogy and structural geology of Bayan Obo niobium-rare-earths-iron mine. Inner Mongolia autonomous region. Field trip guide of 30 th JGC. Beijing, 1996.

Донецкий национальный технический университет, Украина  
Рецензент — Н.Н. Трофимов

УДК 550.81:553/9

Т.О. БАБИНА

### АНАЛИЗ ОБЪЕКТИВНЫХ ФАКТОРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРОЦЕДУРЫ КРИГИНГА

Рассмотрены вопросы влияния на результат кригинга наличия на месторождении регионального тренда и степени асимметричности распределения полезного компонента. Проанализировано воздействие на вариограмму элиминации тренда ортогональными полиномами разных порядков. На примере семи месторождений показана результативность применения симметризирующего преобразования в зависимости от количества исходных данных и степени асимметричности исходного распределения.

Кригинг сегодня — наиболее употребляемый в мировой практике способ подсчета запасов. Его относительная невостребованность в нашей стране объясняется как принципиальным отличием методики подсчета запасов от традиционной, так и наличием определенных факторов, требующих учета и непосредственно влияющих на эффективность. Условно такие факторы можно разбить на два типа: отражающие некоторые свойства объекта исследования (объективные); зависящие от параметров, принимаемых исследователем при выполнении процедуры кригинга (субъективные).

К первому типу относятся требования, предъявляемые процедурой кригинга к исходным данным. Линейный кригинг исходит из гипотезы, что результаты опробования — реализация многомерного случайного процесса со стационарным приращением и стационарным математическим ожиданием, при этом исходные данные должны быть распределены симметрично. Параметры кригинга, выбор которых целиком зависит от представлений геолога об изучаемом объекте, — это вид модельных функций для описания выборочной вариограммы и размер оптимального радиуса уче-

та проб при расчете значений коэффициентов кригинга.

Рассмотрим влияние, которое оказывают объективные факторы на процедуру кригинга. Для этого используем данные по опробованию ряда месторождений: золоторудных (Кочбулак, Школьное, Наталкинское, Аметистовое), молибденового (Первомайское, исходная сеть Первомайское 1 и один из вариантов разрежения исходной сети, использующийся в качестве самостоятельного объекта разведанного по редкой регулярной сети Первомайское 2) и редкометального (Томтор).

Для приведения данных разведки в соответствие с тем, что пробы — реализация многомерного случайного процесса со стационарным приращением и стационарным математическим ожиданием, требуется выделить региональный тренд (коррелированную составляющую закономерной изменчивости) и применять кригинг к остаточной составляющей. Просуммировав полученные при кригинге оценки значений остаточной составляющей с рассчитанными для тех же точек значениями закономерной составляющей, получим оценки значений признака.

Доля закономерной составляющей аппроксимированная ортогональными полиномами

Степень полинома	Томтор (TR)		Первомайское 1 (Мо)		Первомайское 2 (Мо)	
	доля закономерной составляющей, %	значимость тренда	доля закономерной составляющей, %	значимость тренда	доля закономерной составляющей, %	значимость тренда
1	7,07	не значим	4,32	не значим	11,16	не значим
2	19,13	значим	9,82	то же	19,14	то же
3	20,41	то же	19,22	значим	30,87	значим
4	25,56	» »	29,59	то же	40,8	то же

Для описания регионального тренда обычно используются ортогональные полиномы различных порядков. Выбор степени полинома аргументировать достаточно сложно. Рассчитав трендом разных порядков для распределения содержания суммы редкоземельных элементов на месторождении Томтор (табл. 1), можно заключить, что аппроксимация тренда ортогональными полиномами более высокого, чем 2-го порядка, практически не увеличивает долю приходящейся на тренд дисперсии. Соответственно и для карт тренда, отстроенных по полиномам выше 2-го порядка, изображение практически не меняется.

Когда доля дисперсии, обусловленной трендом, по мере увеличения степени полинома растет неравномерно, целесообразно выбрать степень полинома, после которой уровень нарастания доли дисперсии резко уменьшается.

Иная картина наблюдается при анализе распределения содержания молибдена на месторождениях Первомайское 1 и 2. Здесь рост доли дисперсии, приходящейся на тренд, практически линейный. С ростом доли дисперсии усложняется и карта отстраиваемого тренда, более подробно отражая особенности распределения полезного компонента (рис. 1, а, б). В этом случае для оценки правильности выбора степени полинома для аппроксимации тренда, проанализируем характер распределения остатков признака.

В идеальном случае они должны быть распределены симметрично с нулевым математическим ожиданием. На рассматриваемых месторождениях остаточные составляющие распределены неодинаково: на месторождении Томтор распределены симметрично с математическим ожиданием близким к нулю, а на Первомайском месторождении симметричность остатков нарушена для всех степеней аппроксимирующих полиномов (табл. 2). Если судить по картам тренда, отстроенным на месторождении Первомайское с использованием ортогональных полиномов 3-го и особенно 4-го порядков (рис. 1), они весьма корректно описывают характер распределения полезного компонента на площади. В связи с чем несимметричность распределения остатков, видимо, связана не с плохим качеством описания закономерной составляющей, а с особенностями распределения исходных данных, которые распределены несимметрично, что вызвано наличием небольшого числа выдающихся значений. Если рассчитать тренды для симметризованных данных, то остатки для всех степеней, используемых для аппроксимации тренда полиномов, будут распределены симметрично относительно нуля.

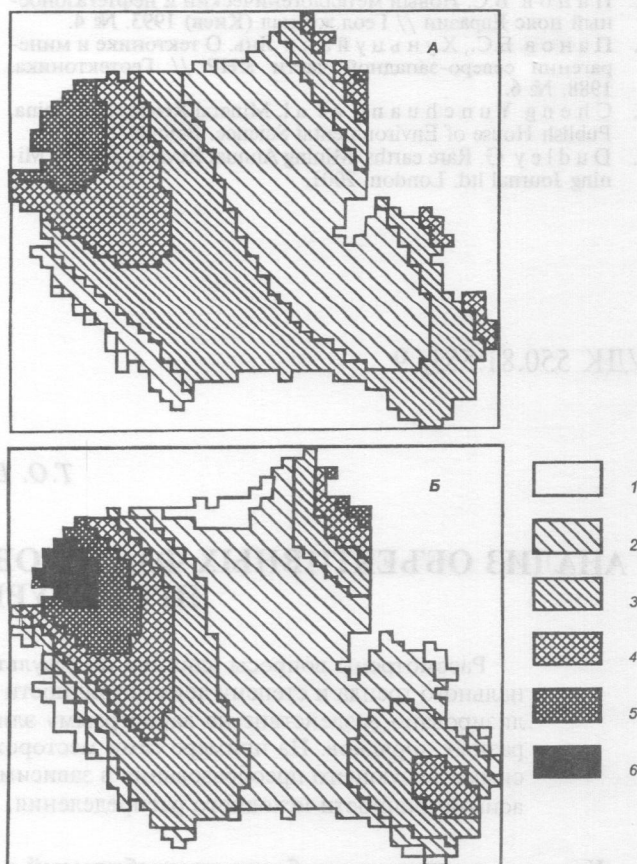


Рис. 1. Распределение содержания молибдена на месторождение Первомайское 1: А — тренд элиминирован ортогональным полиномом 3-го порядка; Б — тренд элиминирован ортогональным полиномом 4-го порядка; 1—6 — содержание молибдена: 1 — от 0 до 50 ‰; 2 — от 50 до 80 ‰; 3 — от 80 до 110 ‰; 4 — от 110 до 140 ‰; 5 — от 140 до 170 ‰; 6 — от 170 до 200 ‰

Влияние на результат тренд-анализа при кригинге может иметь и то, насколько существующая на месторождении сеть выявляет не только координированную, но и коррелированную составляющие закономерной части общей изменчивости признака. На месторождении Первомайское 2 при существующей регулярной сети количество исходных данных небольшое ( $n = 121$ ). Доля закономерной составляющей в общей изменчивости достигает 40% (табл. 1). Изучаемый признак асимметрично распределен. Аналогично распределены и остатки после аппроксимации тренда ортогональными полиномами с 1-го по 3-й порядки, при этом коэффициент асимметрии остатков последовательно уменьшается при увеличении степени полинома (табл. 2).



Коэффициент асимметрии остатков после аппроксимации закономерной составляющей ортогональными полиномами

Степень полинома	Томтор (TR) $n = 358, A = 0,6$		Первомайское 1 (Мо) $n = 1117, A = 2,2$		Первомайское 2 (Мо) $n = 121, A = 1,61$	
	доля закономерной составляющей, %	коэффициент асимметрии остатков	доля закономерной составляющей, %	коэффициент асимметрии остатков	доля закономерной составляющей, %	коэффициент асимметрии остатков
1	7,07	0,46	4,32	2,23	11,16	1,8
2	19,13	0,47	9,82	2,04	19,14	1,35
3	20,41	0,48	19,22	2,27	30,87	1,32
4	25,56	0,5	29,59	2,13	40,8	0,8

Примечание.  $n$  — число проб,  $A$  — коэффициент асимметрии.

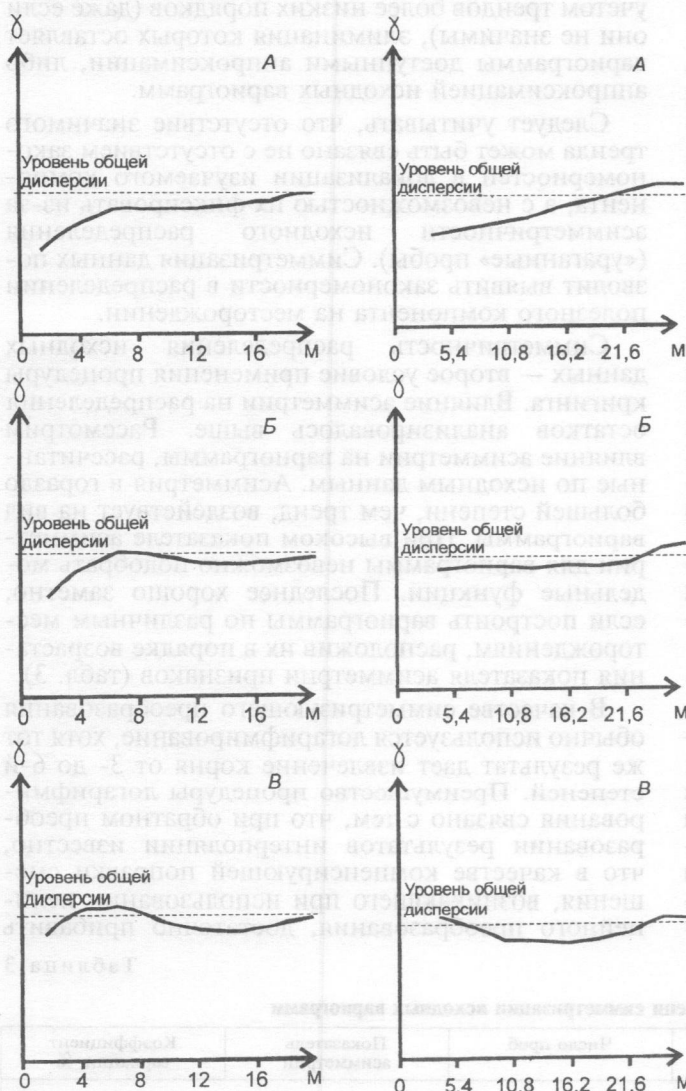


Рис. 2. Усредненная вариограмма содержания молибдена (Первомайское 1): А — по исходным данным; Б — после снятия тренда 2-го порядка; В — после снятия тренда 4-го порядка

Рис. 3. Усредненная вариограмма содержания молибдена (Первомайское 2): А — по исходным данным; Б — после снятия тренда 2-го порядка; В — после снятия тренда 4-го порядка

При аппроксимации тренда ортогональным полиномом 4-го порядка остатки становятся симметрично распределенными с нулевым математическим ожиданием. Но вид вариограммы остатков признака (рис. 3, в) приближается к прямой линии и иллюстрирует полностью случайный характер распределения признака. Такая ситуация

возможна лишь тогда, когда существующая на объекте сеть по своим параметрам превышает радиус автокорреляции и вся фиксируемая на объекте закономерная составляющая изменчивости является координированной. Обычно это бывает при небольшом количестве исходных данных на ранних стадиях изучения месторождения. Кригинг, использующий при расчетах эмпирически вычисленную силу связи между пробами и ее закономерное изменение при изменении расстояния между ними (коррелированную составляющую изменчивости<sup>1</sup>), в данном случае применять не имеет смысла. Результат при применении только модельной функции «эффекта самородков» будет аналогичен простому сглаживанию скользящим окном.

Таким образом, характер распределения остатков не дает однозначного ответа какой степени ортогонального полинома необходимо ограничиться при аппроксимации тренда. Наличие симметрично распределенных остатков не исключает возможность того, что они закономерно распределены в пространстве.

Вопрос в том, является ли эта закономерность остаточной от исходной или она возникает в результате аппроксимации тренда. Еще одной возможностью оценить результат элиминации тренда является изменение после его учета вида вариограммы. Наличие на изучаемом объекте тренда меняет ее вид. Если вариограмма имеет возрастающий характер, так называемый параболический эффект, то это однозначно свидетельствует о наличии тренда на изучаемом объекте. Элиминация тренда устраняет такой эффект, а также смещает вариограмму выше по оси нормированной дисперсии. Учет тренда может как упростить, так и усложнить вид вариограммы, затруднив однозначный подбор модельных функций. Но усложнение вида вариограммы в результате элиминации тренда недопустимо. Подсчет запасов методом кригинга требует задаться представлением о пространственной изменчивости изучаемого признака (задать вид вариограммы), поэтому получение эмпирической легко аппроксимируемой вариограммы — первостепенная задача.

На рис. 2 и 3 показано изменение вида вариограмм при переходе от исходных данных к остаточной составляющей после учета тренда ортого-

<sup>1</sup> К а ж д а н А.Б. Методологические основы разведки полезных ископаемых. М.: Недра, 1974.

нальными полиномами 2- и 4-го порядков. Во всех случаях вариограмма выполаживается в начальной, наиболее важной для моделирования, части, вынуждая задавать более высокий уровень случайной изменчивости между значениями признака в близко расположенных точках. При возрастании степени полинома этот эффект усугубляется. Кроме этого на месторождениях Первомайское 1, 2 для обоих вариантов сети усложнение вида вариограммы по мере возрастания степени аппроксимирующего полинома выражается в появлении перегиба на графике, что можно трактовать как наличие на объекте неоднородностей размером  $\approx 60$  м, не фиксируемых вариограммой по исходным данным.

Ортогональный полином 4-го порядка полнее всего описывает закономерности распределения молибдена, но описав тренд столь жестко закономерным образом и вычтя его из исходных данных, получаем почти столь же закономерно распределенную остаточную составляющую. Это связано с тем, что дисперсия признака внутри описываемых трендом участков с повышенным содержанием гораздо выше, чем в разделяющих их зонах пониженных значений признака. Поэтому остаточная составляющая наследует распределение в пространстве неоднородностей, сопоставимых по размерам с зонами пониженных значений признака, что и приводит к появлению наложенных закономерностей, фиксируемых вариограммой. Таким образом, при выборе степени аппроксимирующего полинома можно ориентироваться на изменение вида вариограммы в результате элиминации тренда, не допуская усложнения вида вариограммы по сравнению с исходной. Обычно эти требования соблюдаются при использовании ортогональных полиномов не выше 2-го порядка.

Если провести точечный кригинг на трех исследуемых объектах по исходным данным и со снятым трендом 2- и 4-го порядков, то полученные карты позволяют сделать следующие выводы. При использовании вариограмм, рассчитанных после элиминации тренда, по мере роста степени аппроксимирующего полинома закономерно увеличивается коэффициент в модельной функции «эффекта самородков». Это приводит к уменьшению зоны влияния проб и понижению сглажива-

ющего эффекта, что может оказывать влияние на конечный результат при наличии на объекте нерегулярной или относительно редкой сети наблюдений. При густой и регулярной сети наблюдений кригинг существенных различий между вариантами не дает.

Следовательно, элиминировать значимый тренд стоит лишь в том случае, когда это приводит к упрощению вида вариограммы. В случае усложнения вида эмпирической вариограммы при элиминации значимого тренда, что обычно связано с использованием ортогональных полиномов высоких порядков, ограничиваются либо учетом трендов более низких порядков (даже если они не значимы), элиминация которых оставляет вариограммы доступными аппроксимации, либо аппроксимацией исходных вариограмм.

Следует учитывать, что отсутствие значимого тренда может быть связано не с отсутствием закономерностей в локализации изучаемого компонента, а с невозможностью их фиксировать из-за асимметричности исходного распределения («ураганные» пробы). Симметризация данных позволит выявить закономерности в распределении полезного компонента на месторождении.

Симметричность распределения исходных данных — второе условие применения процедуры кригинга. Влияние асимметрии на распределения остатков анализировалось выше. Рассмотрим влияние асимметрии на вариограммы, рассчитанные по исходным данным. Асимметрия в гораздо большей степени, чем тренд, воздействует на вид вариограммы. При высоком показателе асимметрии для вариограммы невозможно подобрать модельные функции. Последнее хорошо заметно, если построить вариограммы по различным месторождениям, расположив их в порядке возрастания показателя асимметрии признаков (табл. 3).

В качестве симметризирующего преобразования обычно используется логарифмирование, хотя тот же результат дает извлечение корня от 3- до 6-й степеней. Преимущество процедуры логарифмирования связано с тем, что при обратном преобразовании результатов интерполяции известно, что в качестве компенсирующей поправки смещения, возникающего при использовании нелинейного преобразования, достаточно прибавить

Таблица 3

Группировка месторождений по степени симметризации исходных вариограмм

Месторождение	Параметр	Число проб	Показатель асимметрии	Коэффициент вариации, %
1-я группа				
Кочбулак	<i>тс</i>	832	4,9	197
Аметистовое, жила Ичигинская	<i>с</i>	446	8,04	218
Кочбулак	<i>с</i>	832	9,7	195
Наталкинское	<i>с</i>	1008	12,93	158
Школьное	<i>тс</i>	1076	14,4	390
Аметистовое, жила Изюминка	<i>с</i>	474	20,8	681
2-я группа				
Наталкинское (15 блок)	<i>тс</i>	40	2,36	549
Наталкинское (14 блок)	<i>с</i>	32	4,9	324
Наталкинское (два блока)	<i>тс</i>	53	6,6	359
Наталкинское (три блока)	<i>с</i>	93	8	259

Примечание. *с* — содержание, *тс* — метропроцент.



полудисперсию к полученному показателю. В случае извлечения корня такие компенсирующие поправки не рассчитаны. В используемом для выполнения этой работы программе Geostatistical Software Tool (разработчик В.А. Мальцев) симметризирующие преобразования вводятся только на этапе расчета вариограммы, что автоматически снимает вопрос о характере вводимых компенсационных поправок.

Если посмотреть на результаты симметризации исходных распределений, то заметно, что все параметры исследуемых месторождений делятся на две группы: 1) симметризация упростила эмпирические вариограммы, 2) упрощения не произошло. Ко второй относятся те месторождения, где число проб невелико ( $\approx 30-90$ ). Здесь даже при невысоких значениях показателя асимметрии ( $A = 2,36$ ) логарифмирование исходных данных практически не влияет на вид эмпирической вариограммы. В первой группе, где число проб  $\approx 500-1000$ , даже при очень высоких показателях асимметрии ( $A = 20,8$ , рис. 4) применение симметризирующего преобразования резко упрощает вид вариограммы и делает ее легко аппроксимируемой. Ситуацию, проиллюстрированную на примере трех блоков Наталкинского месторождения, где число проб 93, а показатель асимметрии равен 8, видимо, следует считать граничной. Из вышесказанного можно заключить, что применение симметризирующего преобразования при числе проб меньше 100 практически не влияет на вид вариограммы.

Кроме того, следует отметить, что при значениях коэффициента асимметрии ниже 5 (относится к первой группе) вид эмпирической вариограммы позволяет в принципе аппроксимировать ее и без симметризирующего преобразования.

На практике асимметричность исходного распределения — вполне обычный случай, связанный с результатом мультипликативного взаимодействия факторов, участвующих в формировании скоплений рудного вещества. Поэтому без предварительной симметризации часто невозможно разобраться в пространственной изменчивости изучаемого признака. И здесь, как видно из приведенных данных, существенным ограничением является лишь число проб. При сильной случайной изменчивости получить представление о пространственном поведении признака для числа проб меньше 100 вряд ли возможно.

Таким образом, поскольку для использования процедуры подсчета запасов методом кригинга

одно из важнейших условий — правильная оценка существующей на месторождении пространственной изменчивости признака, то процедуры элиминации регионального тренда и симметризации исходных данных должны применяться тогда, когда они способствуют такой оценке.

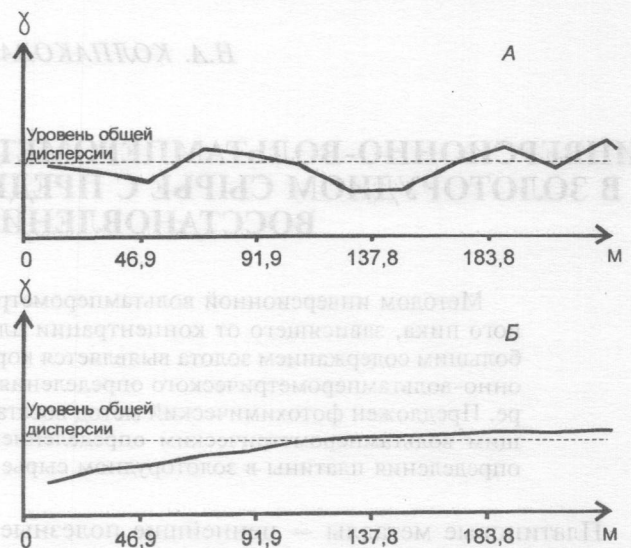


Рис. 4. Вариограммы содержания золота (месторождение Наталкинское, жила Изюминка): А — исходные данные; Б — симметризованные данные

В случае усложнения вида эмпирической вариограммы, что обычно связано с использованием для элиминации тренда ортогональных полиномов высоких порядков, следует ограничиться учетом тренда более низких порядков либо аппроксимацией исходной вариограммы с учетом тренда с помощью модельных функций.

Симметризация исходных данных дает однозначное упрощение вида эмпирических вариограмм лишь на объектах, где количество исходных данных составляет не менее 100 проб. Вариограммы, построенные по объектам, где количество исходных данных менее 100, даже при небольших показателях асимметрии практически не реагируют на процедуру симметризации и ее применение лишено смысла.

Работа выполнена в рамках гранта, предоставленного Конкурсным центром фундаментального естествознания (КЦФЕ).

Московский государственный геологоразведочный университет  
Рецензент — В.И. Пахомов