ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК, 2003, том 390, № 3, с. 394–396

ГЕОФИЗИКА

УДК 551.21

ОБЪЯСНЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ЧАСТОТА–ОБЪЕМ ИЗВЕРЖЕНИЙ ВУЛКАНОВ

© 2003 г. Академик Г. С. Голицын

Поступило 27.02.2003 г.

В работе объясняется эмпирическая зависимость [1] кумулятивная частота–размер извержения вулканов (ИВ) в глобальном масштабе. Эта частота пропорциональна объему извергаемого пепла в степени 0.7. Показано, что эта закономерность аналогична закону Гутенберга–Рихтера для повторяемости землетрясений. Оценено, что на поддержание вулканической деятельности тратится порядка немногих десятых долей процента полного геотермического потока Земли.

В разделе 4.4 книги Д.Л. Тюркотта [1] приведен график распределения кумулятивной частоты ИВ в глобальном масштабе за 1785–1985 гг. в зависимости от объема V (размера r) выбрасываемого пепла. По ряду причин именно этот объем оказался наиболее легко оцениваемым количественно, а не, например, объем изверженной лавы. Эта зависимость, согласно рис. 4.13 из [1], представима в виде

$$N(\geq V) = \alpha_1 r^{-n} = \alpha V^{-n/3}, \qquad (1)$$

где численные коэффициенты α_1 и α имеют размерность длины в степени n, деленной на время. По данным упомянутого рисунка можно оценить, что $\alpha \approx \alpha_1 \approx 1.5 \cdot 10^{-5}$ м$^{-2}$ с$^{-1}$ $= 5 \cdot 10^8$ км$^{-2}$ год$^{-1}$.

Численное значение показателя $n = 2.14$, т.е. $\frac{n}{3} = 0.71$, согласно вычислениям по 10 точкам в [1]. Значение показателя n вычисляется по стандартной процедуре путем минимизации суммы квадратов расстояний от эмпирических точек до аппроксимирующей кривой. Обычно такой минимум весьма тупой и практически здесь хорошо подойдет значение $n = 2$, т.е. $\frac{n}{3} = \frac{2}{3}$.

Прологарифмируем теперь соотношение (1):

$$\lg N(\geq V) = a - \frac{2}{3}\lg V, \quad a = \lg\alpha_1. \qquad (2)$$

Если вместо объема V подставим сюда сейсмический момент M, имеющий размерность произведения силы на длину, т.е. формально размерность работы или энергии, учтем его связь с магнитудой землетрясения (ЗТ) $m = \frac{2}{3}\lg M - 6$ (в единицах СИ), то получим точный аналог закона Гутенберга–Рихтера (ГР):

$$\lg N(\geq M) = a - bm, \quad b = 1. \qquad (3)$$

Эта аналогия не случайна: оба процесса, ИВ и ЗТ, черпают свою энергию от геотермического потока, формирующегося в недрах Земли; ИВ сопровождаются ЗТ; в обоих случаях избыточная энергия, давление в камере с магмой и напряжение в коре (напомним, что давление и упругое напряжение можно трактовать как энергию на единицу объема) накапливаются в объеме, а реализуются видимым образом через поверхность – поверхность жерла при ИВ и поверхность разрыва земной коры при ЗТ. Поскольку поверхность пропорциональна объему в степени $\frac{2}{3}$, то в этом и состоит простейшее физическое объяснение появления в законе ГР и аналогичном соотношении (1) эмпирических показателей степени, близких к $\frac{2}{3}$.

Теперь попытаемся развить это соображение и по порядку величины оценить возникающие при этом факторы. Объем пепла V, очевидно, связан с энергией, высвобождаемой в процессе ИВ. Запишем эту связь в виде

$$E = cV. \qquad (4)$$

Величина c имеет размерность Дж/м^3, т.е. давления, и если бы мы знали уравнение состояния для магмы, то принципиальных трудностей здесь не должно было бы возникнуть. Поскольку соотношение (1) с $n = 2.14$ получено для облаков пепла, то не будет очень большой ошибкой использо-

Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова Российской Академии наук, Москва

вать уравнение состояния для идеального газа. Тогда

$$E = c_p T = \frac{RT\gamma}{\mu(\gamma-1)} = \frac{pV\gamma}{\mu(\gamma-1)}, \tag{5}$$

где $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ – отношение теплоемкостей, μ – молекулярный вес.

Сравнивая (4) и (5), оцениваем

$$c = \frac{p\gamma}{\mu(\gamma-1)} = c_1 p, \tag{6}$$

где $c_1 = \frac{\gamma}{\mu(\gamma-1)}$ – численный коэффициент (для воздуха $c_1 = 0.12$).

Для оценки возможных порядков величин энергии E и других параметров предположим, что 1 км^3 пепла (такие извержения по [1] бывают 1 раз за десяток лет) выносится из кратера за время порядка суток, т.е. 10^5 с. Такой объем пепла дает покрытие 100 км^2 поверхности слоем толщиной 10 м. Что-то похожее было в 79 г.н.э. при извержении Везувия, покрывшего толстым слоем пепла Помпеи и Геркуланум. Примем, опять произвольно, что по энергии это эквивалентно потоку лавы с температурой 1500 K (1200°C) с площади S в 1 км^2 жерла вулкана. Эта лава будет остывать по закону Стефана–Больцмана и даст за сутки энергию

$$E = S\sigma T^4 t =$$
$$= 10^6 \text{ м}^2 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \text{ K}^2 \cdot (1500 \text{ K})^4 \cdot 10^5 \text{ с} =$$
$$= 3 \cdot 10^{16} \text{ Дж}.$$

Эта величина сравнима с энергией полярного урагана, но на полтора–два порядка меньше энергии тайфуна [2]. Из (4) теперь оцениваем величину $c = 3 \cdot 10^7$ Дж/м^3 = 300 бар.

Можно продолжить аналогию ИВ и ЗТ. Если бы энергия в $3 \cdot 10^{16}$ Дж соответствовала сейсмическим волнам, то ее могло бы породить ЗТ с моментом $5 \cdot 10^{20}$ Н · м [3]. Это соответствует магнитуде $m = 7.8$ (см. выше связь M и m).

Для формального определения показателя степени в (1) воспользуемся тем же приемом, что и при выводе закона ГР из соображений теории подобия и размерности [4]. Заметим, что соотношение (4) дает возможность определить масштаб длины в процессе ИВ в виде, с учетом (6),

$$L = \left(\frac{E}{c}\right)^{1/3} = \left(\frac{E}{c_1 p}\right) \approx V^{1/3}. \tag{7}$$

Этот масштаб надо сравнить с толщиной слоя застывшей магмы в жерле вулкана, чтобы начался процесс извержения. Отношение этих двух масштабов дает параметр подобия

$$\Pi = \frac{L}{h} = \frac{1}{h}\left(\frac{E}{c_1 p}\right)^{1/3} = \frac{V^{1/3}}{h}. \tag{8}$$

В случае ЗТ масштаб $L = \left(\frac{M}{\Delta\sigma}\right)^{1/3}$, где $\Delta\sigma$ – сбрасываемое в процессе ЗТ напряжение, величина порядка 40 атм = 4 МПа, относительно слабо меняющаяся в широком интервале изменений момента M. Там h = 20 км – толщина хрупкого слоя земной коры. В теории ЗТ масштаб L является хорошей мерой для длины разрыва, его площади, так называемого объема ЗТ [5]. Очень сильные ЗТ, или ЗТ вблизи срединно-океанических хребтов, имеют более крутой наклон в их распределении, когда в (3) $b \approx 1.5$, т.е. число ЗТ $N(\geq M) \sim M^{-1}$. Эта смена наклона происходит, когда критерий подобия $\Pi \sim 1$ [3, 4]. При $\Pi \ll 1$ развитие площади разрыва происходит двумерным образом в толще коры, а при $\Pi \geq 1$ рвется вся кора и разрыв развивается одномерно.

Рост энергии предполагаем в обоих случаях, ЗТ и ИВ, происходящим стохастическим образом. Это означает, что скорости ее роста независимы за промежутки времени, короткие по сравнению с периодами между событиями. Это эквивалентно дельта-коррелированности по времени скоростей роста, а тогда сама энергия (в магматическом очаге, или напряжение вблизи будущего разрыва коры) будет расти пропорционально времени [6]:

$$E = c_2 \varepsilon \tau(\geq E), \tag{9}$$

где ε – статистически средняя скорость ввода энергии в систему, c_1 – численный коэффициент. Заметим, что только кумулятивная величина $\tau(\geq E)$ имеет размерность времени [3, 6]. Обратная ей величина – это кумулятивная частота событий $N(\geq E)$, и тогда из (9) получаем

$$N(\geq E) = c_2 \varepsilon E^{-1}. \tag{10}$$

Численный коэффициент c_1 может зависеть от безразмерного параметра Π (см. книгу Г.И. Баренблатта [7]). Примем, как и в [4] для ЗТ, что

$$c_2 = c_3 \Pi, \tag{11}$$

поскольку в пределе очень малых значений энергии E извержений нет. Линейное соотношение (11) можно рассматривать как первый, отличный от нуля член разложения зависимости $c_1(\Pi)$ в ряд Тейлора, прием, часто употребляемый в теориях подобия (например, технически подобным образом оценивается вид профилей скорости и температуры в приземном слое воздуха А.С. Мониным и А.М. Обуховым в их известной теории [8]). Теперь общее соотношение (10) переписывается с учетом (11), (6), (4) и (8) как

$$N(\geq E) = c_3\frac{\Pi\varepsilon}{E} = \frac{c_3\varepsilon}{hE}\left(\frac{E}{cp}\right)^{1/3} =$$

$$= \frac{c_3\varepsilon E^{-2/3}}{h(cp)^{1/3}} = \frac{c_3\varepsilon}{hp}V^{-2/3}. \quad (12)$$

Таким образом, мы объяснили эмпирическую зависимость (1), хотя и не очень коротким путем. Качественно же показатель степени $\frac{2}{3}$ объясняется весьма просто: это соотношение между поверхностью, через которую реализуется энергия, пропорциональная объему, так как $S \sim V^{2/3}$.

Оценим еще величину $c_3\varepsilon$, определяющую скорость набора энергии в магматическом очаге. Примем, просто для определенности, значения, не представляющиеся неразумными: $h = 10^4$ м, $p = 10^7$ Па = 100 атм, $V = 1$ км^3 = 10^9 м^3, $N(\geq V)$ = 0.1 год$^{-1}$ = $3 \cdot 10^{-9}$ с$^{-1}$, что следует из упомянутого в начале статьи графика. Тогда из (12) получаем, $c_3\varepsilon = 3 \cdot 10^8$ Вт. Можно оценить размеры очага, куда поступает такая мощность, если принять плотность потока тепла, подводимого к нему, в 0.15 Вт/м^2. Это вдвое больше средней плотности геотермического потока и соответствует областям вулканизма (вне территории самих вулканов [9]). Тогда $3 \cdot 10^8$ Вт соберутся с площади $2 \cdot 10^9$ м^2, круга диаметром 50 км. Такой размер очага магмы кажется реалистичным.

Распределения типа (1) имеют так называемые “тяжелые хвосты”. Это значит, что основная энергия выделяется в самых крупных событиях, что хорошо известно для ЗТ. Автор в [3] оценил, что в среднем (за последние 20 лет) на сейсмическую активность тратится несколько процентов полного геотермического потока. Рисунок 9.13 из [1] содержит сведения о двух извержениях объемом $V = 100$ км^3 за 200 лет. При тех же значениях $h = 10$ км, $p = 10^2$ атм мы получим энергию E = $3 \cdot 10^7$ Дж/м^3 $\cdot$ 10^{11} м^3 = $3 \cdot 10^{18}$ Дж согласно (4), что можно сопоставить с энергией тайфуна большой силы или с ЗТ магнитуды $m = 9.1$. Мощность, затрачиваемая за 200 лет на два события такого рода, будет 10^9 Вт, что должно быть сопоставлено с полной мощностью геотермического потока $4 \cdot 10^{13}$ Вт. Таким образом, Земля как планета тратит на вулканическую деятельность лишь порядка четверти процента своего теплового потенциала.

Аналогичную зависимость типа (1) с $n = \frac{1}{3}$ следует ожидать и для лавовых извержений, исходя из общих закономерностей стохастического роста энергии в сложных системах. Остается надеяться, что количественные оценки объема извергаемой лавы появятся не в столь отдаленном будущем.

Автор выражает благодарность С.А. Федотову за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Turcotte D.L.* Fractals and Chaos in Geophysics. Cambridge: Cambridge Univ. Press. 1997. 398 p.
2. *Голицын Г.С.* // ДАН. 1997. Т. 354. № 4. С. 535–538.
3. *Голицын Г.С.* // ДАН. 1996. Т. 346. № 4. С. 536–539.
4. *Голицын Г.С.* // Вычисл. сейсмология. 2001. В. 32. С. 138–161.
5. *Касахара К.* Механика землетрясений. М.: Физматгиз, 1985. 324 с.
6. *Голицын Г.С.* Белый шум как основа объяснения многих статистических закономерностей в природе. Тр. зимней школы “Нелинейные волны и хаос”. Н. Новгород, 2002.
7. *Баренблатт Г.И.* Подобие, самоподобие и промежуточные асимптотики. Л.: Гидрометеоиздат, 1978. 256 с.
8. *Монин А.С., Обухов А.М.* // Тр. Геофиз. ин-та АН СССР. 1954. № 24(151). С. 163–187.
9. *Монин А.С.* История Земли. М.: Наука, 1977. 228 с.