

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАБОТКИ ГРАВИРАЗВЕДОЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ

В последние годы очень широко применяется компьютерное моделирование измерений и обработки данных «измерений» геофизических полей, что определяется не только экономической целесообразностью, но и большими возможностями в оптимизации параметров применяемых алгоритмов. При моделировании «истинные» значения измеряемых вариаций силы тяжести нам известны, поэтому не трудно определить и точность применяемых алгоритмов. Авторы рассмотрели алгоритм обработки гравirazведочной информации в условиях плавания в закрытых морях — Черном и Каспийском, наиболее интересных с позиций поиска нефтегазоносных структур. Кроме того, предполагается, что судно, на котором установлена гравиметрическая аппаратура, имеет небольшое водоизмещение, что определяет достаточно высокую частоту вертикальных ускорений ( $2 \text{ с}^{-1}$ ).

Выясним, как выбрать частоту среза сглаживающего фильтра и с какой точностью работает этот фильтр. Для этого оставим в стороне проблемы, которые необходимо решить для конкретной реализации алгоритмов математической обработки, в том числе учет таких существенных погрешностей, связанных с системой стабилизации основания гравиметра, эффекта Этвеша и cross-coupling. Иначе говоря, считаем, что гравиметр — линейная система с осью чувствительности, жестко связанной с отвесной линией. Ось чувствительности не возмущается ни вертикальными, ни горизонтальными ускорениями. Эффект Этвеша также не включаем в наше рассмотрение. В качестве входного сигнала гравиметра рассматриваем только аддитивную смесь вариаций силы тяжести и вертикальной компоненты ускорения движения основания.

Выберем базовую систему координат. Их начало (точку 0) совместим с чувствительным элементом измерительной системы (гравиметром), вертикальную ось считаем совпадающей с отвесной линией, а направления двух горизонтальных осей не существенно, хотя для определенности ось  $Ox$  совместим с направлением движения судна, а ось  $Oy$  образует с двумя другими правую тройку. Если  $\Delta g$  — вариация силы тяжести,  $w_z$  — вертикальная компонента ускорения, то оценкой вариации силы тяжести по данным аддитивной смеси сигнала и инерциальной помехи  $\Delta g(t) + w_z(t)$  будет линейное преобразование вида:

$$\Delta \tilde{g}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} w_0(\xi) [\Delta g(t + \xi) + w_z(t + \xi)] d\xi, \quad (1)$$

где  $w_0(\xi)$  — весовая функция сглаживающего фильтра с некоторой частотой среза, которую необходимо определить.

Весовую функцию  $w_0(\xi)$  нужно выбрать так, чтобы средняя квадратическая погрешность оценки  $e(t) = \Delta \tilde{g}(t) - \Delta g(t)$  была минимальной. Эта задача решена в [1, 2]. Авторы на численных примерах показали, что задача отделения измеряемого сигнала (полезного) от ускорения основания (помехи) может быть успешно решена с помощью сглаживающего фильтра с некоторой частотой среза, которую и нужно определить. К виду частотной характеристики алгоритма эта задача не критична. Таким образом, в качестве основного сглаживающего алгоритма можно взять интеграл-свертку с частотной характеристикой, имеющей четко выраженную частоту среза. Именно ее и будем оптимизировать, выполняя компьютерное численное моделирование процедуры сглаживания.

Предположим, что отсчет гравиметра (выходной сигнал) можно определить с помощью обыкновенного линейного дифференциального уравнения с известными параметрами. Предположим, что оно первого порядка с постоянной времени  $\tau$ :

$$\tau \dot{x}(t) + x(t) = \Delta g(t) + w_z(t). \quad (2)$$

Все рассуждения, которые далее следуют, можно в равной степени распространить и на дифференциальные уравнения более высоких порядков.

Итак,  $x(t)$  — выходной сигнал (отсчет) гравиметра, который необходимо обработать. При этом необходимо исключить все динамические погрешности измерения, которые вносят «память» чувствительного элемента гравиметра, пропустить без искажения медленно изменяющийся сигнал (вариацию силы тяжести) и исключить быстроизменяющийся сигнал, ответственный за влияние вертикальной компоненты ускорения основания. Чтобы это преобразование не вносило фазовые искажения сигнала необходимо, чтобы весовая функция была четной:  $w_0(\xi) = w_0(-\xi)$ . Подставим в (1) левую часть уравнения (2):

$$\Delta \tilde{g}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} w_0(\xi) [x(t + \xi) + \tau \dot{x}(t + \xi)] d\xi. \quad (3)$$

Поскольку весовая функция при бесконечных значениях аргумента равна нулю, выражение (3) приводится к виду:

$$\Delta \tilde{g}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} [w_0(\xi) - \tau \frac{dw_0(\xi)}{d\xi}] x(t + \xi) d\xi, \quad (4)$$

т. е. преобразование (4) можно записать в обычной форме:

$$\Delta \tilde{g}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} w(\xi) x(t + \xi) d\xi. \quad (5)$$

Новая весовая функция имеет вид:

$$w(\xi) = w_0(\xi) - \tau \dot{w}_0(\xi). \quad (6)$$

Точка над символом  $w_0(\xi)$  обозначает дифференцирование по переменной  $\xi$ .

При практической реализации этого алгоритма интегрирование в бесконечных пределах заменяют интегрированием в конечных пределах, определяя тем самым ширину «окна», а процедуру интегрирования — суммированием, как это требуется для реализации численного метода. Однако необходимо позаботиться и о том, чтобы не внести статическую ошибку: постоянный сигнал на входе не должен измениться и на выходе алгоритма. Иными словами, требуется нормировка окна.

Что касается выбора формы окна, т. е. весовой функции, то имеется достаточно широкий класс сглаживающих окон, которые подходят по всем параметрам. В частности, неплохой результат дает окно вида [3]:

$$w_0(\xi) = \frac{\omega_0}{8} \exp\left(-\frac{\omega_0|\xi|}{\sqrt{2}}\right) \left[ \frac{3}{\sqrt{2}} \cos \frac{\omega_0 \xi}{\sqrt{2}} + \left(\omega_0|\xi| + \frac{3}{\sqrt{2}}\right) \sin \frac{\omega_0 \xi}{\sqrt{2}} \right]. \quad (7)$$

Частотная характеристика этого окна имеет вид:

$$A(\omega) = \frac{\omega_0^2}{(\omega_0^4 + \omega^4)^2}. \quad (8)$$

Для оптимизации сглаживающего «окна» нам необходимо выбрать частоту среза  $\omega_0$ . На рис. 1 показана средняя квадратическая погрешность оценки  $\Delta \tilde{g}(t)$  после обработки входного сигнала  $\Delta g(t) + w_z(t)$  сглаживающим окном (7), по оси  $Y$  отложена средняя квадратическая погрешность восстановления с помощью нашего «окна», по оси  $X$  — величина, обратная частоте среза. Для частоты среза мы брали значения от  $1/40$  до  $1/70 \text{ с}^{-1}$ .

Наиболее точный результат получился при  $\omega_0 = \frac{1}{60} \text{ с}^{-1}$ . При этом средняя квадратическая погрешность восстановления сигнала

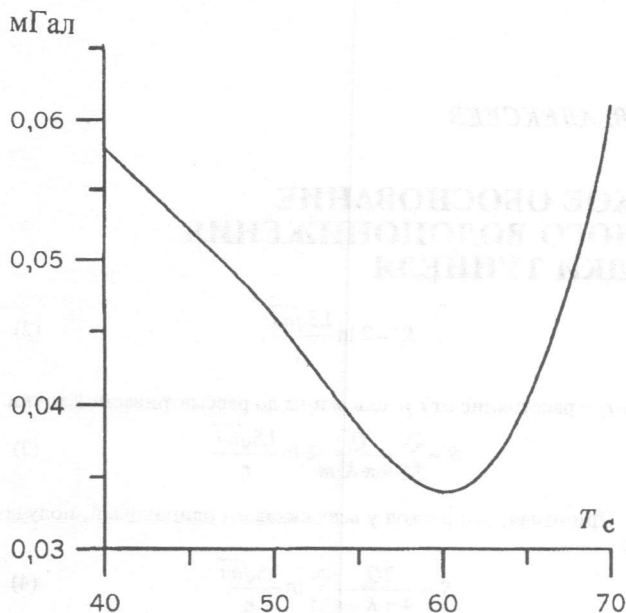


Рис. 1. Зависимость средней квадратической погрешности восстановления вариаций силы тяжести от величины, обратной частоте среза:  $T = 1/\omega_0$

составляет всего 0,03 мГал. Методика численного моделирования стохастических сигналов  $\Delta g(t)$  и  $w_z(t)$  изложена в [4]. Основная идея метода разделения сигнала и помехи при коррекции динамических погрешностей гравиметра приведена в [3].

Модифицированное «окно» сглаживающего фильтра после выполнения процедур, указанных в (2), примет вид:

$$w(\xi) = \frac{\omega_0}{8} \exp\left(-\frac{\omega_0|\xi|}{\sqrt{2}}\right) \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} (3 + \omega_0^2 \tau) \cos \frac{\omega_0 \tau}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} (3 - \omega_0^2 \tau) \sin \frac{\omega_0 \tau}{\sqrt{2}} + \omega_0 (\tau - 2\tau) \sin \frac{\omega_0 \tau}{\sqrt{2}} \right]$$

На рис. 2 показана модельная кривая изменения силы тяжести (кривая 1) и результат ее прохождения через динамическую систему гравиметра с постоянной времени, равной 300 с (кривая 2). После прохождения через динамическую систему гравиметра выходной сигнал значительно отличается от заданного. Эти искажения прежде всего обусловлены большой постоянной времени гравиметра, выбор которой связан с необходимостью обеспечения помехоустойчивости прибора. В этом случае в качестве тестового сигнала выбрана не реальная кривая измене-

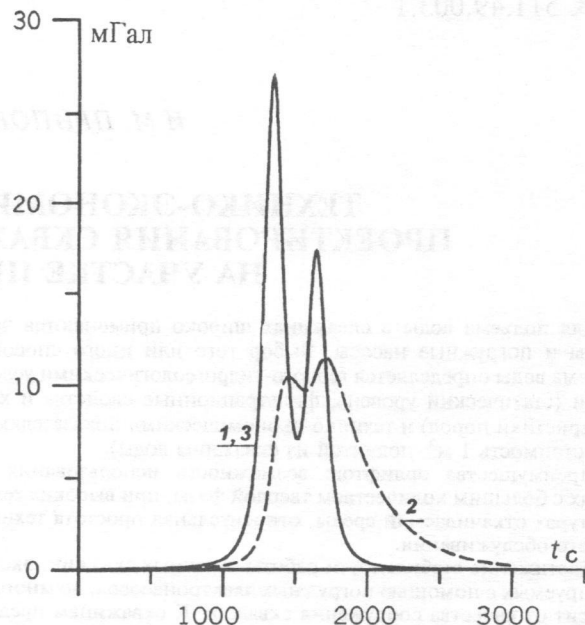


Рис. 2. Модельная кривая вариации силы тяжести (1), отклик гравиметра с постоянной времени 300 с (2) и результат восстановления с помощью корректирующего окна (3)

ния входного сигнала, а модель со значительным горизонтальным градиентом для иллюстрации эффективности работы корректирующего фильтра. Легко видеть, что корректирующее окно практически полностью устраняет динамическую погрешность гравиметра (точность коррекции 0,06 мГал). Кривая 3, полученная после обработки показаний гравиметра корректирующим окном, практически совпала с тестовым сигналом. Справедливости ради нужно отметить, что в последнем случае инерциальная помеха не учитывалась, ускорение полагалось нулевым, а ширина окна определялась частотой среза  $1:10 \text{ с}^{-1}$ , т. е. была достаточно узкой.

Тестовый профиль изменения силы тяжести, взятый для окончательного расчета точности восстановления полезного сигнала рассмотренным алгоритмом, построен как гравитационный эффект неровностей дна моря по фактическим данным эхолотирования на глубинах от 5200 до 5600 м. Величина этих «аномалий» невелика (6–8 мГал). Средняя квадратическая величина возмущающего ускорения равна 65 000 мГал, его период 3 с, отсчеты гравиметра брали через 0,1 с. Сравнение заданных значений вариаций силы тяжести и полученных после обработки «наблюдений» показало, что наш алгоритм выделения полезного сигнала дает точность около 0,035 мГал, что вполне удовлетворяет точности гравиразведочных работ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Пантелеев В.Л. Основы морской гравиметрии. М.: Недра, 1983. 250 с.
2. Пантелеев В.Л., Пантелеева Л.П. Оптимальная фильтрация силы тяжести при воздействии инерциальной помехи // Морские гравиметрические исследования. М.: МГК АН СССР, 1984. С. 22–29
3. Пантелеев В.Л. Алгоритм сглаживания аэрогравиметрических наблюдений, корректирующий динамические погрешности измерителя // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2001. № 3. С. 34–39
4. Пантелеев В.Л., Чеснокова Т.С. Моделирование стохастических сигналов в задачах инерциальной гравиметрии // Изв. вузов. Геология и разведка. 2000. №1. С. 92–104.

ГАИШ МГУ  
Рецензенты — Ю.И. Блох,  
А.А. Никитин