

УДК 550.34

## АФТЕРШОКИ КАК ИНДИКАТОРЫ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ В СИСТЕМЕ РАЗЛОМОВ

© 2004 г. П. Н. Шебалин

Представлено академиком С.А. Федотовым 29.04.2004 г.

Поступило 03.02.2004 г.

Отклонение убывания числа афтершоков во времени от степенного закона (закон Омори) в начале серии может быть увязано с характеристиками напряженного состояния зоны афтершоков. Совместный анализ большого числа афтершоковых серий от землетрясений средней силы в некоторой сейсмической области позволяет количественно оценить среднюю разность напряжения и прочности в этой области. Показано, что перед сильными землетрясениями наблюдается плавное увеличение этого параметра, а после сильных землетрясений происходит быстрое и значительное его убывание.

Один из немногих достаточно надежно установленных универсальных законов поведения сейсмичности – закон Омори, в соответствии с которым число афтершоков в единицу времени убывает степенным образом [1]. Степенные законы характерны для многих известных критических явлений, аналогичных фазовым переходам и происходящих в сложных системах, часто характеризующихся как детерминистский хаос [2]. Повышенный интерес, проявляемый в последнее время многими исследователями к анализу последовательностей афтершоков, обусловлен во многом именно этим фактом [3, 4]. В афтершоках проявляется существенно нелинейный характер поведения системы разломов, в которых они происходят, а их различные характеристики могут отражать текущее состояние системы. В частности, аномально большое количество афтершоков от землетрясений средней силы, как и другие формы группирования сейсмичности, является предвестником сильных землетрясений [5]. Вместе с тем закон Омори не всегда выполняется [6] или его выполнение ограничено временными рамками [7]. В начале серии число афтершоков практически всегда оказывается меньше ожидаемого в соответствии с законом Омори. Этот хорошо известный (но

не изученный!) факт и является предметом настоящего сообщения. На основе предложенной модели автор увязывает это явление с характеристиками напряженного состояния зоны афтершоков. Совместный анализ большого числа афтершоковых серий в некоторой сейсмической области позволяет количественно оценить среднюю разность напряжения и прочности в этой области. На примере Калифорнии показано, что после сильных землетрясений в большой пространственной области происходит быстрое и сильное убывание этого параметра, что подтверждает исходные теоретические посылки. Наблюдаемое плавное увеличение параметра перед сильными землетрясениями может быть использовано для прогноза землетрясений.

Слабая изученность начальной части афтершоковых последовательностей связана с тем, что на чисто физические причины дефицита числа афтершоков часто накладывается неполнота каталога, вызванная “затенением” на сейсмограммах более слабых афтершоков более сильными и самим основным толчком, а также чисто субъективный фактор, попросту “нехватка рук”, при не полностью автоматизированной обработке данных. Указывая на обе возможные причины дефицита числа афтершоков в начале серии, Т. Утсу смоделировал это явление, введя в закон Омори постоянную сдвиговую добавку  $C$  (модифицированный закон Омори [8]):

$$\Lambda(t) = \frac{A}{(C+t)^p}. \quad (1)$$

Позднее, в подробном исследовании, посвященном 100-летию формулы Омори, Утсу с соавторами [6] пришли к выводу, что положительные значения параметра  $C$  нельзя объяснить только артефактами, однако физический смысл этого параметра до сих пор оставался неясным. Возможная физическая интерпретация может быть дана на основе модели, недавно предложенной автором совместно с К. Нарто и М. Хольшнайдером [7].

В результате землетрясения образуется сильно неоднородное поле повышенных напряжений

на отдельных участках некоторой пространственной области очага землетрясения и его окрестностей; эти напряжения постепенно релаксируют за счет афтершоков. Предположим, что в процессе релаксации эти отдельные участки (потенциальные афтершоки) не взаимодействуют между собой. Время жизни каждого участка до разрушения (момента возникновения афтершока) зависит от “перегрузки”  $\sigma_0$  – параметра, характеризующего соотношение напряжений и прочности. Такая временная задержка является хорошо изученным в лабораторных условиях явлением и следует из природы взаимодействия все возрастающего числа микротрещин и скорости химических реакций, контролирующих рост трещин на атомном уровне (“статическая усталость” [9]) или постепенным разупрочнением в процессе проникновения флюидов (“коррозия напряжения” [2]). Мы рассматриваем только неотрицательные значения  $\sigma_0$ , так как при отрицательных значениях разрушения не происходит бесконечно долго. Такой характер релаксации можно описать марковским процессом со стационарной частотой перехода  $\lambda(\sigma_0)$  [10]. Для любого момента времени  $t$  вероятность разрушения участка, испытывающего перегрузку  $\sigma_0$ , в течение бесконечно малого интервала  $dt$  равна  $\lambda(\sigma_0)dt$ . Пусть  $N(\sigma_0, t)$  – число участков, имеющих в момент времени  $t$  перегрузку  $\sigma_0$ . Поскольку каждый нагруженный участок может дать афтершок лишь один раз и число афтершоков в единицу времени пропорционально  $N(\sigma_0, t)$ , то функция  $N(\sigma_0, t)$  убывает со временем экспоненциально:

$$N(\sigma_0, t) = N(\sigma_0, 0)e^{-\lambda(\sigma_0)t}.$$

Таким образом, суммарное число афтершоков в единицу времени

$$\Lambda(t) = \int_0^{\infty} N_0(\sigma_0)\lambda(\sigma_0)e^{-\lambda(\sigma_0)t} d\sigma_0, \quad (2)$$

где  $N_0(\sigma_0) = N(\sigma_0, 0)$  – распределение перегрузки сразу после основного толчка. Зависимость  $\lambda(\sigma_0)$  имеет, как следует из многочисленных лабораторных и теоретических исследований, ярко выраженный нелинейный характер, и время до разрушения быстро возрастает с увеличением перегрузки [8]. Мы рассмотрим два варианта зависимости: экспоненциальную (3а) и степенную (3б) с показателем степени  $\delta$ :

$$\lambda(\sigma_0) = \lambda_a e^{\sigma_0/\sigma_a}, \quad (3a)$$

$$\lambda(\sigma_0) = \lambda_a \left( \frac{\sigma_0 + \sigma_a}{\sigma_a} \right)^\delta, \quad (3б)$$

где  $\sigma_a \geq 0$  – масштабный параметр. В предположении равномерного распределения перегрузки на отрезке  $[0, s]$  оба варианта приводят к общему выражению

$$\Lambda(t) = A \frac{\gamma(p, \lambda_b t) - \gamma(p, \lambda_a t)}{t^p}, \quad (4)$$

где  $\lambda_b = \lambda(s)$ ,  $A$  – константа,  $\gamma(p, x) = \int_0^x \tau^{p-1} e^{-\tau} d\tau$  – полная гамма-функция. При этом для случая (3а)

$$p = 1, \quad \lambda_b = \lambda_a e^{s/\sigma_a},$$

а для случая (3б)

$$p = 1 + \frac{1}{\delta}, \quad \lambda_b = \lambda_a \left( \frac{s + \sigma_a}{\sigma_a} \right)^\delta.$$

Отметим также, что вариант (3б) в пределе при больших значениях  $\delta$  эквивалентен варианту (3а).

График функции (4) в двойном логарифмическом масштабе имеет вид, показанный на рис. 1. Видно, что в интервале времени от  $t_1$  до  $t_2$  функция (4) фактически не отличается от степенной. Для малых значений времени,  $t < t_1$ , при определенном соотношении параметров  $p$ ,  $\lambda_a$ ,  $\lambda_b$  и  $s$  функции (1) и (4) тоже мало различаются. Это соотношение легко выводится из сравнения пределов функций (1) и (4) при  $t \rightarrow 0$ ; в предположении  $\lambda_a \ll \lambda_b$

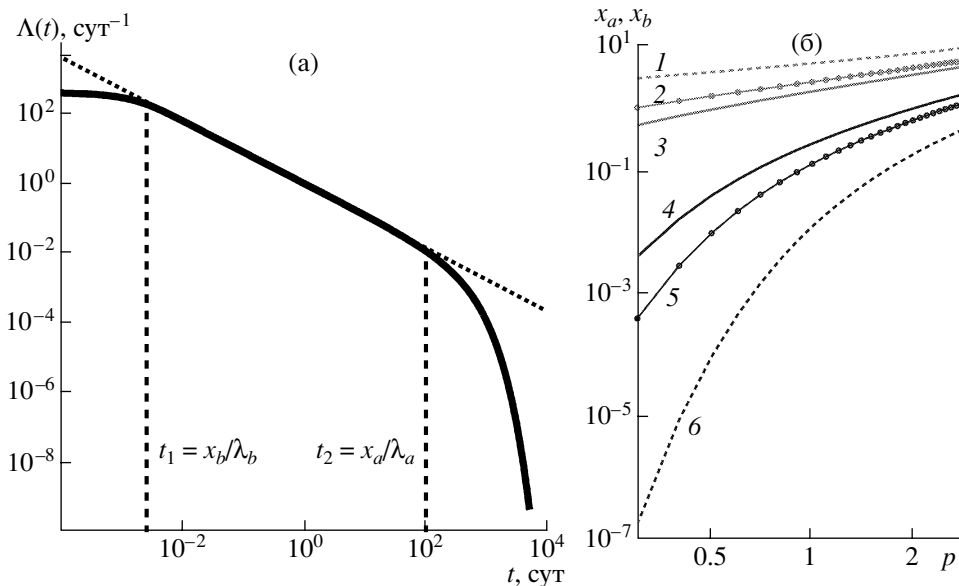
$$C \approx \frac{p^{1/\delta}}{\lambda_b}. \quad (5)$$

Таким образом, предложенная модель дает физическую интерпретацию закона Омори (1), а формула (4) является его обобщением. В соответствии с моделью, чем больше величина  $s$ , т.е. чем большая неоднородность напряжений возникает после основного толчка и чем больших значений достигает перегрузка  $\sigma_0$ , тем раньше начинается степенной характер убывания числа афтершоков. Важно отметить, что характер функции  $\Lambda(t)$  остается аналогичным и для более сложных распределений  $N_0(\sigma_0)$ . Например, в варианте (3а) зависимости  $\lambda(\sigma_0)$  для экспоненциально убывающего распределения

$$N_0(\sigma_0) = N_0 e^{-\sigma_0/\sigma_c}, \quad 0 \leq \sigma_0 \leq s,$$

также справедлива формула (4), при этом  $p = 1 - \frac{s}{\sigma_c}$ .

Это, в частности, объясняет иногда получаемые оценки  $p \leq 1$ . Для закона Омори (1) такие значения физически нереальны из-за отсутствия сходимости последовательности афтершоков. Поскольку в формулу (4) величина  $s$  не входит в явном виде, то  $\lambda_b$  приобретает смысл самостоятельной меры напря-



**Рис. 1.** а – общий вид графика функции  $\Lambda(t)$  (4); наклон графика определяется значением параметра  $p$ ; границы степенного убывания отмечены штриховыми линиями. б – зависимость от  $p$  коэффициентов  $x_a$  (1, 2, 3) и  $x_b$  (4, 5, 6) для 1%- (4), 10%- (5) и 20%-ного отклонения (6) функции  $\Lambda(t)$  от степенной с показателем  $p$ .

женного состояния среды. Модель с равномерным или экспоненциальным распределением перегрузки является, конечно, идеализацией, и реальная форма распределения может сказываться на получаемой оценке параметра  $p$ . Оценки же параметра  $\lambda_b$  для разных значений параметра  $p$  трудно сопоставимы. Поэтому целесообразно оценивать параметр  $\lambda_b$  при фиксированном значении  $p$ . Получаемая таким образом оценка  $\lambda_b$  будет соответствовать некоторой эффективной ширине распределения  $N_0(\sigma_0)$ .

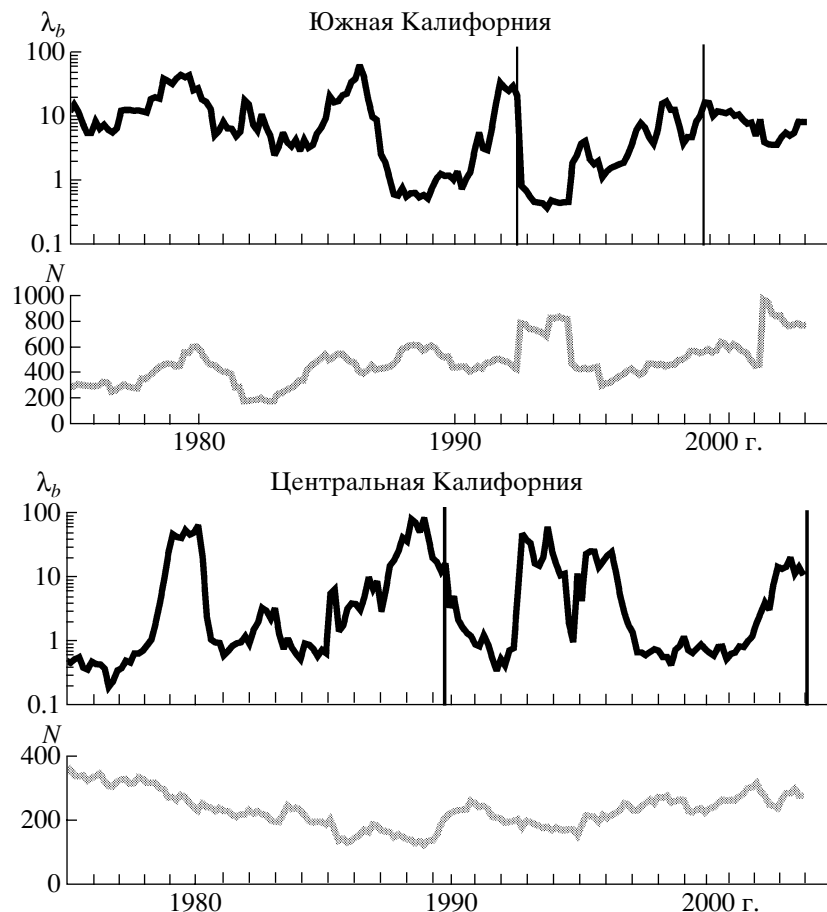
Как можно проверить адекватность модели? К сожалению, прямые оценки перегрузки  $\sigma_0$  недоступны, поскольку локальные значения как напряжений, так и прочности могут сильно варьировать под влиянием многих факторов [2]. Для косвенного подтверждения модели наиболее бесспорно ожидаемым фактом явилось бы уменьшение значений  $\sigma_0$  (и, соответственно, оценок  $\lambda_b$ ) после сильных землетрясений в достаточно большом объеме вокруг очага, которое должно происходить за счет очевидного сброса напряжений в этом объеме.

Параметры  $A$ ,  $C$ ,  $p$  формулы (1) и параметры  $A$ ,  $\lambda_a$ ,  $\lambda_b$ ,  $p$  формулы (4) могут быть оценены по фактическим наблюдениям афтершоков методом максимального правдоподобия. Пусть в интервале времени  $[T_1, T_2]$  имеется  $N$  наблюдений афтершоков с моментами времени  $t_j, j = 1, 2, \dots, N$ . Тогда функция правдоподобия для распределений (1) и (4) имеет вид [11]:

$$L = \left\{ \prod_{i=1}^N \Lambda(t_i) \right\} \exp \left\{ - \int_{T_1}^{T_2} \Lambda(t) dt \right\}. \quad (6)$$

В программном коде для численных расчетов оценок параметров по формуле (6) мы использовали метод непрерывной минимизации с моделируемой нормализацией (Continuous Minimization by Simulated Annealing) [12]. Преимущество этого метода состоит в большей надежности нахождения глобального максимума, а не случайного попадания в максимум локальный.

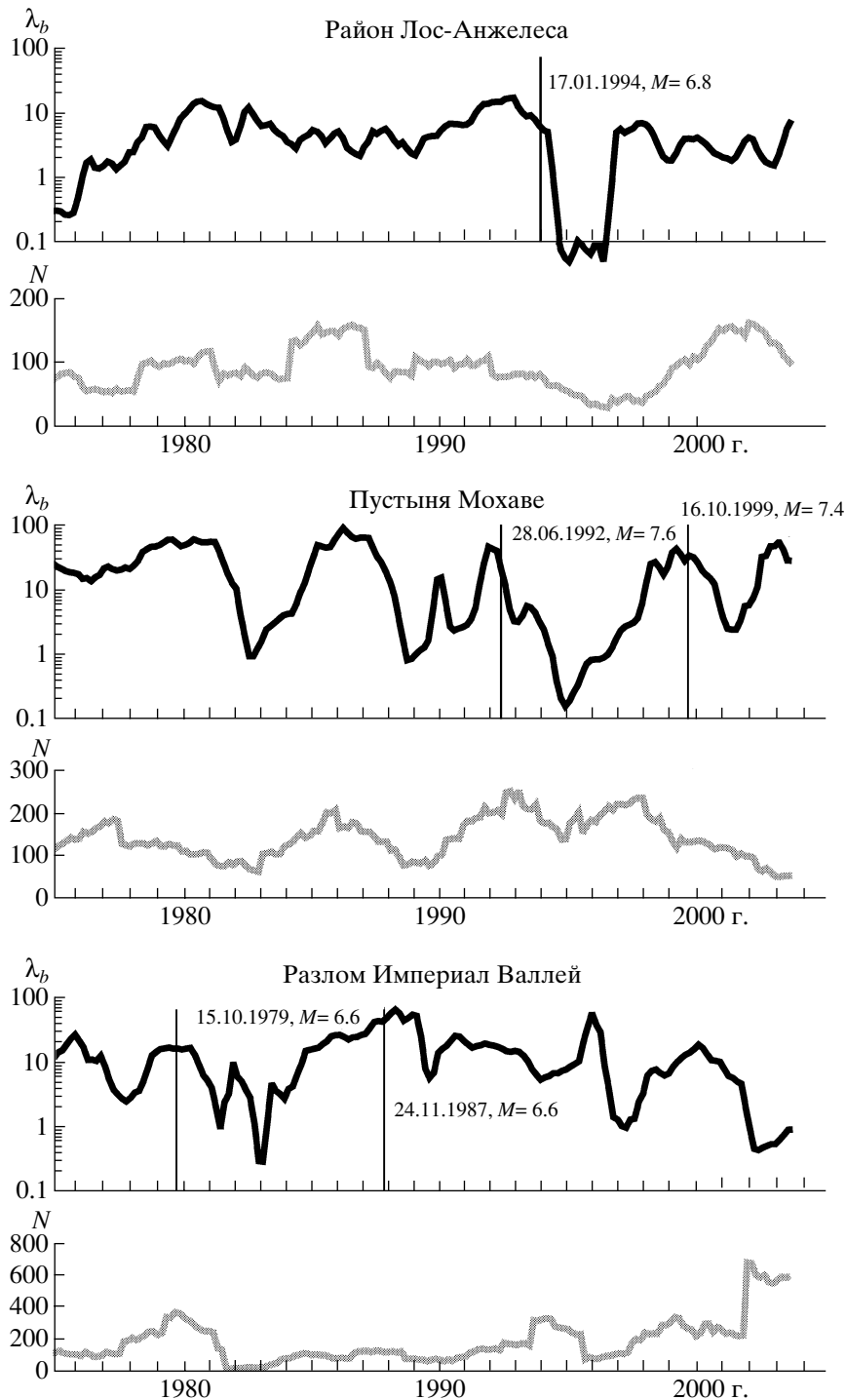
Если предположить постоянство зависимости  $\lambda(\sigma_0)$  в рассматриваемом пространственном объеме, то вполне закономерным окажется совместный анализ нескольких афтершоковых последовательностей (“стеков”) с совмещением времени соответствующих основных толчков, так как с точки зрения модели безразлично, в каком объеме рассматривается распределение  $N_0(\sigma_0)$  – вблизи одного основного толчка или вблизи некоторой совокупности основных толчков. В последнем случае получаемая оценка  $\lambda_b$  будет интегральной характеристикой напряженного состояния всего рассматриваемого пространственного объема. При использовании стеков мы можем исключить из рассмотрения серии афтершоков от сильных основных толчков, так как суммарное число афтершоков в небольших сериях может оказаться достаточным для надежных оценок. Это позволит избавиться от искажения оценок за счет описанных выше артефактов.



**Рис. 2.** Региональные временные зависимости оценок параметра  $\lambda_b$  и соответствующего числа афтершоков  $N$ , использованных для оценки параметра. Вертикальными линиями показаны моменты сильнейших землетрясений в регионе: с магнитудой  $M \geq 7$  в Южной Калифорнии (Ландерс, 28.06.1992,  $M = 7.6$  и Гектор Майн, 16.10.1999,  $M = 7.3$ ) и с магнитудой  $M \geq 6.5$  в Центральной Калифорнии (Лома Приета, 18.10.1989,  $M = 7.0$  и Сан Симеон, 22.12.2003,  $M = 6.5$ ).

С целью косвенной проверки модели мы рассмотрели афтершоки землетрясений южной Калифорнии в пределах  $31^\circ\text{--}35^\circ$  с.ш.,  $120^\circ\text{--}114^\circ$  з.д. и центральной Калифорнии в полосе шириной 150 км вдоль системы Сан-Андреас в пределах  $35^\circ\text{--}39^\circ$  с.ш. Для анализа был использован композитный каталог Современной национальной сейсмической системы США (Advanced National Seismic System, ANSS), который находится в открытом доступе на интернет-странице <http://quake.geo.berkeley.edu/anss>. Каталог полон для магнитуды  $M \geq 2$  в Калифорнии приблизительно с 1975 г. Мы исследовали афтершоки в течение первых 10 дней после соответствующего основного толчка. Сначала был сделан предварительный отбор основных толчков по методике [13]. Из этого списка исключены события вне интервала магнитуд от 2.5 до 4.5, а также события, для которых в течение 10 дней и на расстоянии 50 км в каталоге имеется землетрясение равной или большей магнитуды. Затем в скользящем временном окне 2 года с шагом 2 месяца выбирали основные толчки из окончательного списка и формировали список их афтершо-

ков, который упорядочивали по возрастанию времени от соответствующего основного толчка; по нему рассчитывали оценку параметра  $\lambda_b$  (в предположении  $p = 1$ ). В качестве афтершоков принимались все события в радиусе 20 км от основного толчка в течение 10 дней после него. Результат, дающий яркое косвенное подтверждение модели, показан на рис. 2. Ожидаемое резкое уменьшение  $\lambda_b$  после трех сильнейших за рассматриваемый период землетрясений ( $M \geq 7$ ) действительно есть. На рис. 2 виден и другой ожидаемый, но менее очевидный факт: оценки  $\lambda_b$  плавно возрастают перед сильными землетрясениями и землетрясения происходят на максимуме значений  $\lambda_b$ . Это наблюдение может иметь важное значение для прогноза землетрясений. Аналогичное поведение параметра  $\lambda_b$  наблюдается и для более локальных оценок (рис. 3). Интересно отметить, что увеличение параметра  $\lambda_b$  перед таким сильным землетрясением, как Ландерс (28 июня 1992 г.,  $M = 7.6$ ), наблюдается в каждой из рассмотренных малых областей. Землетрясение же 24 ноября 1987 г. ( $M = 6.6$ ) произошло на минимуме оценок для



**Рис. 3.** Локальные временные зависимости оценок параметра  $\lambda_b$  и соответствующего числа афтершоков в Южной Калифорнии. Обозначения как на рис. 2. Указаны даты и магнитуды сильных землетрясений ( $M \geq 6.5$ ). Рассмотрены три области, приблизительно в центр которых попадают эти землетрясения: район Лос-Анжелеса ( $33.5^\circ$ – $35^\circ$  с.ш.,  $119.8^\circ$ – $117.4^\circ$  з.д.), район пустыни Мохаве ( $33.5^\circ$ – $35^\circ$  с.ш.,  $117.4^\circ$ – $115.5^\circ$  з.д.) и район разлома Империял Валлей (многоугольник с вершинами  $33.5^\circ$  с.ш.,  $117.4^\circ$  з.д.;  $33.5^\circ$  с.ш.,  $115.5^\circ$  з.д.;  $32.3^\circ$  с.ш.,  $114.5^\circ$  з.д.;  $31.7^\circ$  с.ш.,  $115.5^\circ$  з.д.).

всей Южной Калифорнии, но на максимуме локальной оценки параметра. Оценки в Южной и Центральной Калифорнии не коррелированы.

В заключение отметим, что при фиксированном значении  $p$ , как следует из соотношения (5), в

качестве оценки  $\lambda_b$  может использоваться величина  $\frac{1}{C}$ . Как показали численные эксперименты,

оценки очень близки, несмотря на формальное различие формул правдоподобия. Это делает

предложенную здесь методику широко доступной благодаря общеизвестности способов оценки параметров закона Омори (1).

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке ИНТАС (грант 01–0748), Программы Президента РФ по поддержке научных школ (НШ-1269.2003.5) и Российского фонда фундаментальных исследований (проект 02–05–65231).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Omori F.* // J. Colloid Sci. Imp. Univ. Tokyo. 1894. V. 7. P. 111–200.
2. *Keilis-Borok V.I.* // Annu. Rev. Earth and Planet Sci. 2002. V. 30. P. 1–33.
3. *Голицын Г.С.* // ДАН. 1996. Т.346. № 4. С. 536–539.
4. *Тюпкин Ю.С.* // ДАН. 2000. Т. 373. № 5. С. 684–687.
5. *Kossobokov V., Shebalin P.* Nonlinear Dynamics of the Lithosphere and Earthquake Prediction. B.: Heidelberg: Springer-Verlag, 2003. P. 141–207.
6. *Utsu T., Ogata Y., Matsu'ura R.S.* // J. Phys. Earth. 1995. V. 43. P. 1–33.
7. *Narteau C., Shebalin P., Holschneider M.* // J. Geophys. Res. 2002. V. 107. № B12. P. 2359–2372.
8. *Utsu T.* // Geophys. Mag. 1961. V. 30. P. 521–605.
9. *Mould R.E., Southwick R.D.* // J. Amer. Ceram. Soc. 1959. V. 42. P. 582.
10. *Scholz C.* // Bull. Seismol. Soc. Amer. 1968. V. 58. P. 1117–1130.
11. *Ogata Y.* // J. Phys. Earth. 1983. V. 31. P. 115–124.
12. *Press W.H., Teulosky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P.* Numerical Recipes in C. N.Y.: Cambridge Univ. Press, 1992.
13. *Keilis-Borok V., Knopoff L., Rotwain I., Sidorenko T.* // J. Geophys. Res. 1980. V. 85. P. 803–811.