

УДК 550.383

О МЕХАНИЗМЕ НЕСТАБИЛЬНОСТИ ГЕОДИНАМО

© 2004 г. С. Л. Шалимов

Представлено академиком Г.С. Голицыным 25.11.2003 г.

Поступило 02.12.2003 г.

1. Существование инверсий магнитного поля Земли надежно установлено по палеомагнитным данным и с помощью численного моделирования геодинамо. Вместе с тем на временных интервалах между инверсиями, согласно выводам палеомагнитологов, в геомагнитном поле обнаруживаются заметные (по величине и продолжительности) вариации интенсивности, которые отсутствуют в численных моделях. Механизмы этих проявлений неустойчивости геодинамо неизвестны. Ниже предложена простая нелинейная модель, позволяющая связать неустойчивость геодинамо с неустойчивостью в диссипативной системе с трехмерным фазовым пространством (система Лоренца), с помощью которой моделируется процесс эволюции геомагнитного поля.

2. Палеомагнитные исследования интенсивности и направления геомагнитного поля, которые фиксируются в остаточной намагниченности ферромагнитных минералов в процессе их кристаллизации, показывают, что за последние несколько миллионов лет геомагнитное поле много раз (в среднем 2–3 раза за 10^6 лет) нерегулярно меняло свое направление на противоположное (инверсии). Даже при сохранении направления поля его интенсивность, как оказалось, подвержена резким уменьшениям на характерных временах 10^3 – 10^4 лет (экскурсы) [1–4]. Это, по-видимому, свидетельствует о неустойчивости геодинамо. Выяснение этого вопроса важно для теории генерации поля, поскольку неустойчивости могут приводить к подавлению поля быстрее, чем омическая диссипация.

Отметим, что возможность обращения полярности геомагнитного поля в ходе его эволюции в принципе подтверждают трехмерные численные модели, реализованные с помощью суперкомпьютеров [5, 6]. Однако в этих моделях для устойчивости численных схем вводят “гипердиффузию” (зависимость коэффициентов переноса от волнового числа), что, по-видимому, не позволяет моделировать флуктуации интенсивности геомаг-

нитного поля на временных интервалах между инверсиями, хотя эти флуктуации отчетливо регистрируют палеомагнитологи.

Кроме того, численные расчеты конвекции проводящей вязкой жидкости во вращающейся сферической оболочке, помещенной в сильное внешнее магнитное поле, показывают [7], что при достаточно малой вязкости (число Экмана $E = 10^{-6}$ – 10^{-4}) решение может оказаться неустойчивым по отношению к изменению величины полоидальной компоненты поля и что геомагнитное поле, как предполагается, может быть неустойчивым по той же причине. Все эти исследования, однако, ничего не говорят о механизме инверсий и экскурсов поля. Представленный здесь аналитический подход позволяет связать этот механизм с неоднородным распределением геомагнитного поля.

3. В приближении Буссинеска система уравнений магнитной гидродинамики для плоского слоя проводящей вращающейся жидкости (жидкое ядро), ограниченного параллельными плоскостями $z = 0$ (мантия), $z = h$ (мантия сопряженного полушария) и равномерно вращающегося относительно вертикальной оси z с угловой скоростью $\Omega = \text{const}$ была сведена [8] к системе

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = -\frac{\partial(\psi, \omega)}{\partial(x, y)} + \nu \Delta \omega - \frac{1}{4\pi r} \frac{\partial B_{0z}}{\partial z} \frac{\partial \delta B}{\partial y}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \delta B}{\partial t} = -\frac{\partial(\psi, \delta B)}{\partial(x, y)} + \eta \Delta \delta B + \frac{\partial B_{0z}}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (2)$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $\omega = -\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\psi$ – завихренность поля скоростей. Для упрощения задачи течение считалось однородным по оси z (допускалась постоянная скорость вдоль этой оси) и была введена функция тока $\psi(x, y, t)$ такая, что $\mathbf{V} = (\mathbf{e}_z \times \nabla \psi)$, где \mathbf{e}_z – единичный вектор вдоль вертикали. Принималось, что поле имеет медленно и быстро меняющиеся компоненты, $B_{0z}(x, \epsilon t)$, $B_{0x}(z, \epsilon t)$ и $\delta B = \delta B(x, y, t)\mathbf{e}_z$ соответственно.

Система (1), (2) формально совпадает с той, что возникает в задаче о тепловой конвекции в плоском слое идеальной жидкости, подогревае-

мой снизу (см., например, [9]). Используем эту аналогию и ограничимся наиболее простым для анализа случаем свободных границ в горизонтальном направлении, когда $\psi = \delta B = 0$ и $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0$

при $y = 0, d$, где d – характерный горизонтальный масштаб. Заметим, что в численных моделях выбирали разные условия на границе ядра и мантии – движение жидкости без проскальзывания [5] или движения, в которых сдвиговые напряжения равны нулю [6]. Существенно, что в обоих случаях получено обращение полярности геомагнитного поля. Это, в частности, указывает на возможность альтернативы при выборе граничных условий в подобных задачах.

Ищем теперь приближенное решение системы (1), (2) методом Галеркина в виде

$$\psi = \frac{4\eta}{ab} \sqrt{2} X(\tau) \sin \frac{a\pi x}{d} \sin \frac{\pi y}{d}, \quad (3)$$

$$\delta B = \frac{\partial B_{0z}}{\partial x} \frac{d}{r\pi} \left[\sqrt{2} Y(\tau) \cos \frac{a\pi x}{d} \sin \frac{\pi y}{d} - Z(\tau) \sin \frac{2\pi y}{d} \right], \quad (4)$$

где $\tau = t \frac{4\pi^2 \eta}{bd^2}$ – безразмерное время, а константы

$$\text{равны: } b = \frac{4}{1+a^2}, \quad r = \frac{Ra}{Ra_c}, \quad Ra_c = \frac{64\pi^4}{a^2 b^3} \quad \text{и} \quad Ra = \frac{1}{4\pi\rho} \frac{\partial B_{0x}}{\partial z} \frac{\partial B_{0z}}{\partial x} \frac{d^4}{v\eta}.$$

Подставляя выражения (3), (4) в уравнения (1), (2) и пренебрегая всеми гармониками, кроме тех, что учтены в (3), (4), получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= (Y - X)Pr, \\ \frac{dY}{dt} &= rX - Y - XZ, \\ \frac{dZ}{dt} &= -bZ + YX, \end{aligned} \quad (5)$$

где $Pr = \frac{v}{\eta}$ – магнитное число Прандтля.

Система (5) известна в физике и геофизике как система уравнений Лоренца [11]. Она инвариантна относительно замены $(X, Y, Z) \rightarrow (-X, -Y, Z)$. Эта симметрия соответствует двум неустойчивым неподвижным точкам потока и двум направлениям конвективного вращения жидкости (по и против часовой стрелки) в состояниях с противоположным знаком моды $Y(\tau)$, в данном случае пропорциональной быстрой компоненте магнитного поля.

В частности, при $24.74 \leq r = \frac{Ra}{Ra_c} \leq 30.1, Pr = 10,$

$b = \frac{8}{3}, a^2 = \frac{1}{2}$ в системе Лоренца существует странный аттрактор (см., например, [10, 11]). Выше $r = 30.1$ и до $r \approx 214$ диаграмма решений становится достаточно сложной, с чередованием хаотических и периодических режимов [11]. В рассматриваемом случае число Рэлея Ra содержит произведение градиентов медленно меняющихся компонент геомагнитного поля $\left| \frac{\partial B_{0x}}{\partial z} \frac{\partial B_{0z}}{\partial x} \right|$, определяющих уровень превышения порога Ra_c для развития неустойчивости и, следовательно, возможную причину неустойчивости геодинамо. Ограничение неустойчивости происходит за счет нелинейной передачи энергии растущих мод X, Y в затухающую моду Z .

4. Применяя полученную систему уравнений к описанию процесса эволюции магнитного поля Земли, выберем оценки величин, используемые в теории геодинамо [12]: $\eta \approx 1 \text{ м}^2/\text{с}, \rho \approx 10^4 \text{ кг/м}^3$ – массовая плотность, $\frac{\partial B_{0x}}{\partial z} \approx \frac{B_{0x}}{r_c}, B_{0x} \approx 0.001 \text{ Тл}, r_c \approx 3500 \text{ км}$ –

радиус ядра, $B_{0z} \sim \frac{B_{0x}}{8}, d = 10^3 \text{ км}$ – характерный горизонтальный масштаб. Ограничиваясь для величины v оценками, полученными по вариациям магнитного поля и распространению сейсмических волн, имеем $1 \text{ м}^2/\text{с} \leq v < 5 \cdot 10^3 \text{ м}^2/\text{с}$ [13]. Для эффективной величины $v = 20 \text{ м}^2/\text{с}$ и с учетом выбора остальных величин получаем параметры $Pr = 20, r = 28, b = \frac{8}{3}, a^2 = \frac{1}{2}, E \leq 10^{-6}$. Численный анализ системы (5) показывает, что при этих параметрах вывод о существовании аттрактора Лоренца сохраняется. Характерное время имеет порядок $2 \cdot 10^3$ лет, так что для фиксированной медленной компоненты поля (случай внешнего поля) в единицах безразмерного времени τ длительность модельного решения (для переменной $Y(\tau)$; аналогичный вид имеет $X(\tau)$), показанного на рис. 1, составит 10^6 лет. Флуктуации интенсивности и направления быстрой компоненты с характерными временами 10^3 – 10^4 лет, очевидно, связаны с неустойчивостью в системе (5) при данных параметрах.

Если медленная компонента поля не фиксирована, то результат решения системы (5), показанный на рис. 1, можно использовать для интерпретации процессов инверсии и экскурсов геомагнитного поля. Действительно, время диффузии поля в ядре оценивается как $\frac{r_c^2}{\pi^2 \eta} \sim 4 \cdot 10^4$ лет. Следова-

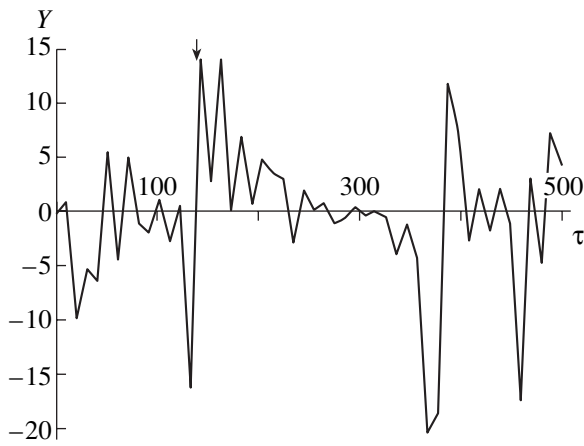


Рис. 1. Зависимость величины $Y(\tau)$, пропорциональной амплитуде быстрой компоненты магнитного поля, от безразмерного времени τ ; стрелкой отмечен момент инверсии.

тельно, процесс полного обращения полярности геомагнитного поля (инверсия) должен соответствовать достаточно продолжительным (не менее 20τ) колебаниям быстрой компоненты около противоположной неустойчивой неподвижной точки. Этого времени достаточно для затухания медленной компоненты поля в ядре, а за счет механизма геодинamo регенерируется поле противоположной полярности. В этом случае система (5) описывает эволюцию поля до момента, включающего первую инверсию (на рис. 1 показан стрелкой).

В отличие от инверсий экскурсы поля в данной модели связываются со сравнительно кратковременными (с временем жизни менее 20τ) перебросами быстро меняющейся компоненты магнитного поля, что и вызывает флуктуации интенсивности геомагнитного поля с характерными временами 10^3 – 10^4 лет.

Ограничиваясь предварительным сравнением с экспериментом, отметим, что с рассмотренным вихревым течением в жидком ядре Земли можно сопоставить так называемый полярный вихрь – регистрируемое на поверхности Земли антициклоническое (для современной эпохи) перемещение структур магнитного поля [14]. В численных моделях геодинamo с полярным вихрем связывается генерация тороидальной компоненты поля [5]. Области неоднородного распределения медленной компоненты поля, определяющие неустойчивость течения, ассоциируются с зарегистрированными по наземным и спутниковым измерениям [14, 15] областями максимумов магнитного потока (по две в каждом полушарии, отстоящие одна от другой приблизительно на 120° по долготе), с которыми связаны и градиенты поля.

Таким образом, предложенная в настоящей работе модель позволяет ответить на вопрос, ко-

торый возникает в свете обнаруженных палеомагнитологами “быстрых” вариаций интенсивности геомагнитного поля и который можно было бы сформулировать следующим образом: Если геодинamo столь “нестабильно”, то каким образом крупномасштабное поле может существовать по меньшей мере десятки тысяч лет (порядка времени диффузии поля)? Модель позволяет связать такое поведение поля с сосуществованием двух его компонент: причина неустойчивости геодинamo обусловлена неоднородным распределением медленных компонент $\frac{\partial B_{0x}}{\partial z}$ и $\frac{\partial B_{0z}}{\partial x}$, произведение которых определяет уровень превышения порога для развития неустойчивости течения жидкости и быстрой компоненты магнитного поля в ядре. Результатом нелинейного взаимодействия последних будет переброс потока жидкости в состояние с противоположным направлением скорости, отвечающее магнитному полю обратной полярности, что и определяет механизм инверсий и экскурсов геомагнитного поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петрова Г.Н., Нечаева Т.Б., Поспелова Г.А. Характерные изменения геомагнитного поля в прошлом. М.: Наука, 1992. 176 с.
2. Гурарий Г.З. Геомагнитное поле во время инверсий в позднем кайнозое. М.: Наука, 1988. 208 с.
3. Langereis C.G., Dekkers M.J., de Lange G.J. et al. // Geophys. J. Intern. 1997. V. 129. P. 75–94.
4. Merrill R.T., McFadden P.L. // Rev. Geophys. 1999. V. 37. № 2. P. 201–226.
5. Glatzmaier G.A., Roberts P.H. // Nature. 1995. V. 377. P. 203–209.
6. Kuang W., Bloxham J. // Nature. 1997. V. 389. P. 371–374.
7. Zhang K., Gubbins D. // Geophys. J. Intern. 2000. V. 140. № 1. P. F1–F4.
8. Шалимов С.Л. // Письма в ЖЭТФ. 2003. Т. 77. С. 633–635.
9. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
10. Гледзер Е.Б., Должанский Ф.В., Обухов А.М. Системы гидродинамического типа. М.: Наука, 1981. 368 с.
11. Берже П., Помо И., Видаль К. Порядок в хаосе. М.: Мир, 1991. 368 с.
12. Fearn D.R. // Repts. Prog. Phys. 1998. V. 61. P. 175–235.
13. Lumb L.I., Aldridge K.D. // J. Geomagn. and Geoelectr. 1991. V. 43. P. 93–110.
14. Olson P., Aurnou J. // Nature. 1999. V. 402. P. 170–173.
15. Gubbins D., Bloxham J. // Nature. 1987. V. 325. P. 509–511.