

Ю. И. Кудрявцев

КРИСТАЛЛИЗАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ОКЕАНСКОЙ ЛИТОСФЕРЫ С ЛОКАЛЬНЫМ КОНВЕКТИВНЫМ ПОТОКОМ

В кристаллизационной модели формирования океанской литосферы используют различные решения двумерного уравнения теплопроводности в области, на контуре которой заданы определенные температурные условия. Широко применяется решение для четверти пространства, на горизонтальной границе которой задается температура морской воды, а на вертикальной дивергентной границе – температура астеносферы [1–3]. Вытекающие из этого решения неограниченное возрастание мощности литосферы и снижение при этом почти до нуля плотности теплового потока не согласуются с современными данными по тепловым потокам [4].

Численные методы решения уравнения теплопроводности в ограниченной области (например, в прямоугольнике [5]) мало пригодны для теоретических обобщений. Достаточно перспективным оказалось решение в виде ряда для полубесконечной полосы [6–10]. На начальном возрастном интервале оно преобразуется к аналитическому выражению для четверти пространства [9].

Из-за неопределенности выбора ширины полосы и температурных условий на нижней ступенчатой границе возникает неоднозначность решения, которую можно снизить лишь при учете экспериментальных данных. Использование решения уравнения теплопроводности в полубесконечной полосе в качестве аппроксимирующего соотношения, позволяющего объединить теоретические представления и опытные данные, оказалось весьма продуктивным при изучении океанской литосферы [10]. Ниже аппроксимационный подход распространяется на моделирование локального конвективного потока в пространстве между склонами литосферных плит.

Исходные соотношения. Введем координатную систему с началом на дивергентной границе, горизонтальной осью Ox , перпендикулярной этой границе, и вертикальной осью Oz , направленной вниз (рисунок). Предполагается, что двумерное поле температуры T удовлетворяет уравнению теплопроводности

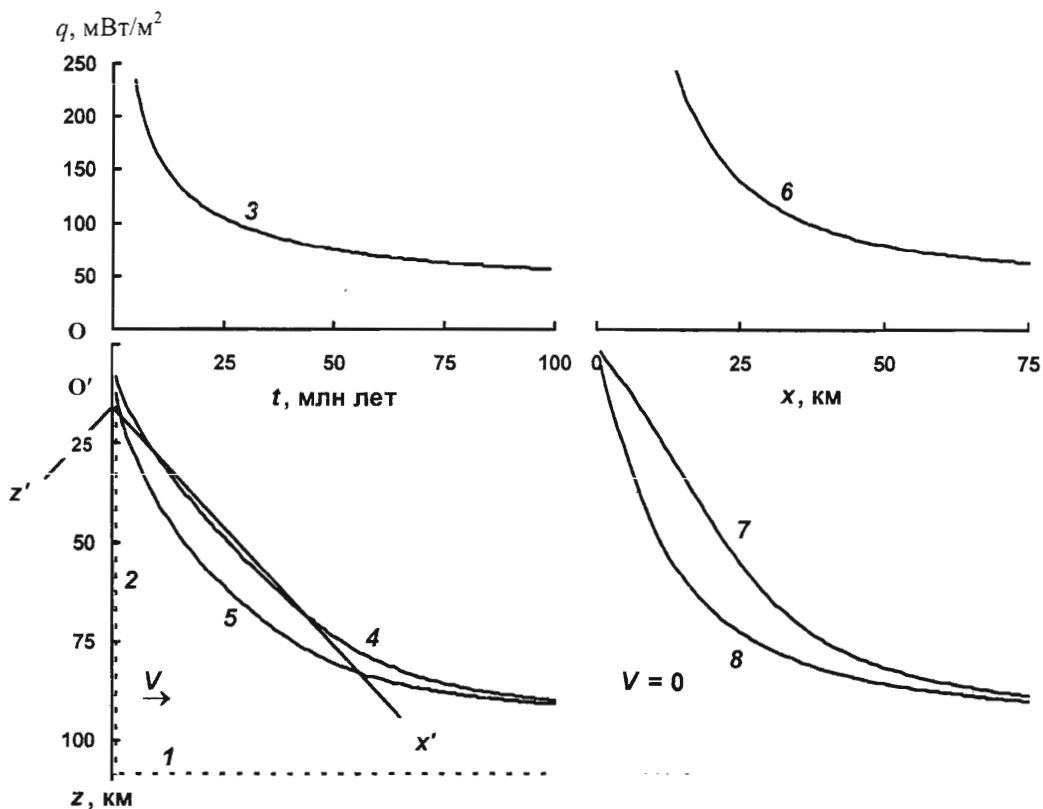
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{V}{a} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (1)$$

где $a = k/(\sigma c_p)$ – температуропроводность; k – коэффициент теплопроводности; c_p – удельная теплоемкость; σ – плотность вещества; V – полускорость раздвижения плит.

Иногда точность моделирования можно улучшить, увеличивая количество параметров путем задания различных температур на сторонах полосы, отмеченных на рисунке пунктиром. При этом появляются уже две точки разрыва температуры ($x = 0, z = 0$) и ($x = 0, z = z_1$), что несущественно ввиду условного характера нагретой ступенчатой границы, приближенно воспроизводящей глубинный тепловой поток в зоне спрединга. Температура T_1 принята для нижней полупрямой 1, а T_2 – для вертикального отрезка 2, определяющего ширину полосы z_1 . В этой задаче лишь ось Ox соответствует (без учета рельефа дна) реальной границе литосферная плита – морская вода с температурой T_0 .

Для таких граничных условий получено решение уравнения (1) в виде [10]

$$T - T_0 = (T_2 - T_0) \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \exp \left[- \left[\sqrt{\left(\frac{n\pi}{z_1} \right)^2 + \left(\frac{V}{2a} \right)^2} + \frac{V}{2a} \right] x \right] \sin \left(\frac{n\pi}{z_1} z \right) + (T_1 - T_2) \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \exp \left[- \left[\sqrt{\left(\frac{n\pi}{z_1} \right)^2 + \left(\frac{V}{2a} \right)^2} + \frac{V}{2a} \right] x \right] \sin \left(\frac{n\pi}{z_1} z \right) + (T_1 - T_0) \frac{z}{z_1}. \quad (2)$$



Результаты моделирования океанской литосферы.

Геометрические условия: 1 – нижняя горизонтальная граница с температурой T_1 , 2 – вертикальная граница длиной z_1 с температурой T_2 . *Расчетные графики:* 3 – плотность теплового потока через дно океана, 4 – глубина подошвы литосферы, 5 – изотерма $T = T_m$, 6–8 – соответственно плотность теплового потока, глубина подошвы литосферы и изотерма $T = T_m$ при $V \rightarrow 0$.

В случае равенства $T_2 = T_1$ формула (2) сводится к известному решению [6–8].

При спрединге кондуктивным механизмом теплопереноса в направлении оси Ox обычно можно пренебречь. Формула (2) при этом после введения возраста литосферы $t = x/V$ на расстоянии x от дивергентной границы приводит к соотношению

$$T - T_0 = (T_2 - T_0) \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \exp \left[- (n\pi)^2 \frac{at}{z_1^2} \right] \sin \left(n\pi \frac{z}{z_1} \right) + (T_1 - T_2) \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \exp \left[- (n\pi)^2 \frac{at}{z_1^2} \right] \sin \left(n\pi \frac{z}{z_1} \right) + (T_1 - T_0) \frac{z}{z_1}. \quad (3)$$

Дифференцируя зависимость (3) и полагая $z = 0$, на основании закона Фурье находим плотность теплового потока через дно океана:

$$q = 2k \frac{T_2 - T_0}{z_1} \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left[- (n\pi)^2 \frac{at}{z_1^2} \right] + 2k \frac{T_1 - T_2}{z_1} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp \left[- (n\pi)^2 \frac{at}{z_1^2} \right] + k \frac{T_1 - T_0}{z_1}. \quad (4)$$

В дальнейшем используем условие $T_0 \cong 0^\circ\text{C}$ и наименьшую плотность теплового потока при $t \rightarrow \infty$

$$q_{\min} = k T_1 / z_1 \quad (5)$$

или

$$q_{\min} = k T_m / z_{s \max}, \quad (6)$$

здесь $z_{s \max}$ – предельная мощность оксидной литосферы, T_m – температура ее подошвы и примыкающей к ней астеносферы, не возмущенной влиянием зоны спрединга. Параметры задачи z_1 , T_1 и T_2 удобно заменить двумя другими характеристиками

$$\tau = z_1^2 / a, \quad \beta = \Delta T / T_1, \quad (7)$$

где $\Delta T = T_2 - T_1$. На основании формул (5) и (7) преобразуются соотношения (4) и (3):

$$q = \left\{ 2(1 + \beta) \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left[- (n\pi)^2 \frac{t}{\tau} \right] - 2\beta \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp \left[- (n\pi)^2 \frac{t}{\tau} \right] + 1 \right\} q_{\min}, \quad (8)$$

$$T = q_{\min} \frac{\sqrt{a\tau}}{k} \left\{ \frac{2}{\pi} (1 + \beta) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \exp \left[- (n\pi)^2 \frac{t}{\tau} \right] \sin \left(n\pi \frac{z}{\sqrt{a\tau}} \right) - \beta \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \exp \left[- (n\pi)^2 \frac{t}{\tau} \right] \sin \left(n\pi \frac{z}{\sqrt{a\tau}} \right) + \frac{z}{\sqrt{a\tau}} \right\}. \quad (9)$$

Параметры задачи z_1 , T_1 , T_2 непосредственного физического смысла не имеют и являются характеристиками фиктивных источников, которые приближенно воспроизводят теплоту, подводимую к склонам литосферных плит реальным конвективным потоком. Благодаря введению в формулы для q и T надежно определяемой предельной плотности теплового потока q_{\min} количество такого рода параметров сократилось до двух (τ и β).

Для каждого возраста необходимо определять глубину подошвы литосферы $z_s = z_s(t)$, на которой достигается температура плавления (солидуса) мантийного вещества T_s . С увеличением глубины и давления она растет примерно по линейному закону [11]

$$T_s = T_{s0} + \alpha z_s, \quad (10)$$

в котором α – вертикальный градиент T_s , T_{s0} – температура солидуса, приведенная к поверхности $z_s = 0$.

Методика определения границы $z_s = z_s(t)$ состоит в следующем [9,10]. Возраст t изменялся с малым шагом Δt . Для каждого фиксированного значения t по формуле (9) вычисляли температуру на трех глубинах z и интерполированием находят глубину z_s , на которой достигается $T = T_s$. При вычислениях T_s по формуле (10) используется глубина z_s , установленная для предыдущего возраста, например $t + \Delta t$.

Расчеты удобно начинать от мощности литосферы, близкой к наибольшей $z_{s \max}$, которой соответствует самая большая температура солидуса $T_s = T_m$. Величину $z_{s \max}$ получаем на основании формул (6) и (10):

$$z_{s \max} = k T_{s0} / (q_{\min} - k\alpha). \quad (11)$$

Расчетные значения мощности литосферы нуждаются в корректировке ввиду наличия изостатически уравновешенной структуры срединно-океанских хребтов. Поэтому к ним целесообразно добавить слой переменной мощности [10]. Если превышение дна с возрастом t под наиболее древней пониженной частью литосферы составляет h , а превышение гребня срединно-океанского хребта – h_{\max} , то перепад уровня рельефа равен $\Delta h = h_{\max} - h$. График Δh приближенно повторяет конфигурацию глубин подошвы литосферы

$$\Delta h = m\tau, \quad (12)$$

с коэффициентом

$$m = (\sigma_l - \sigma_a) / (\sigma_l - \sigma_w), \quad (13)$$

причем σ_l , σ_a , σ_w – средние плотности литосферы, астеносферы и воды соответственно.

Аппроксимация экспериментальных данных. Как и в работе [10], учитывались плотности теплового потока, измеренные в северной части Тихого океана и Северо-Западной Атлантики и усредненные по интервалам в 2 млн лет [4]. Данные по возрастному промежутку до 50 млн лет отсутствуют из-за значительной погрешности определения q по температурному градиенту в областях, примыкающих к рифтовым зонам. Использовались также сейсмические определения мощности литосферы [12], воспроизведенные в монографии [13].

При приближении расчетной кривой плотности теплового потока к экспериментальным точкам можно ограничиться экспериментальным значением q_{\min} и двумя варьируемыми параметрами τ и β . При расчетах температуры и глубин литосферы, помимо этих параметров, приходится подбирать теплофизические коэффициенты k и a из интервалов наиболее вероятных их значений для магматических пород [14–16].

По данным различных авторов, вертикальный градиент температуры солидуса находится на интервале $2 \div 5$ °C/км [17–22]. Приведенную же к поверхности дна океана температуру солидуса мантийного вещества перцолитового состава можно принять равной $T_{s0} = 1100$ °C [11].

Подбор параметров τ , β и q_{\min} , учитывающих влияние внешних по отношению к литосфере эквивалентных источников теплоты, и теплофизических характеристик k , a и α по табличным данным проводился в интерактивном режиме путем приближения расчетных графиков q и z_s к экспериментальным точкам. Качественный уровень при-

ближения вызван значительной дисперсией экспериментальных данных, которым соответствуют большие стандартные отклонения.

В расчетную формулу (8) для плотности теплового потока входят лишь подбираемые параметры τ , β и q_{min} , причем $q_{\text{min}} = 49 \text{ мВт/м}^2$. Формула (9) для температуры, помимо их, содержит также теплофизические характеристики. Коэффициенты k и a выбирались несколько меньшими, чем для перидотита, из-за наличия у лерцолитов межзернового пространства, заполненного легкоплавкой компонентой.

Подбором выбраны значения: $\tau = 380 \cdot 10^6$ лет, $\beta = -0.03$, $k = 3.2 \text{ Вт/(м} \cdot \text{°C)}$, $a = 9.9 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3/\text{с} = 31 \text{ м}^3/\text{год}$ и $\alpha = 3.5 \text{ °C/км}$. Таким образом, ввиду малости значения β другие параметры океанской литосферы практически совпали с установленными ранее [10].

На рисунке представлены расчетные графики 3 и 4 плотности теплового потока и глубины подошвы литосферы. Кривая 4 в интервале от 10 до 50 млн лет выражает почти линейный рост мощности литосферы с возрастом. С последующим увеличением t график z_s выполаживается и приближается к предельной мощности $z_{\text{max}} = 93 \text{ км}$, определенной по формуле (11).

В интервале изменения t до 20 млн лет тепловое влияние полупрямой / мало, и для определения глубин можно использовать уравнение для координатной четверти [9]

$$z_s = 2\sqrt{at} \operatorname{erf}^{-1} \left[\frac{T_{s0} + \alpha z_s}{T_1(1 + \beta)} \right],$$

где erf^{-1} – функция, обратная интегралу вероятностей. В пределах до 10 млн лет вкладом слагаемого αz_s можно пренебречь, и мощность литосферы возрастает здесь пропорционально \sqrt{t} .

Используя предельную мощность z_{max} и значение k , на основании формулы (6) находим невозмущенную влиянием зоны спрединга температуру астеносферы $T_m = 1430 \text{ °C}$.

Расчетная кривая z , по формуле (12) на начальном временном интервале пересчитывается в графики перепадов уровня рельефа для северной части Тихого океана и Северо-Западной Атлантики [4] при использовании коэффициентов m , соответственно равных 0,029 и 0,033. По среднему значению m с помощью формулы (13) при $\sigma = 3,31 \text{ г/см}^3$ и $\sigma_s = 1,0 \text{ г/см}^3$ определена инверсия плотности $\Delta\sigma = \sigma - \sigma_s = 72 \text{ кг/м}^3$, что совпало с прежней оценкой [10].

Переходный слой. В таблице для возраста t , изменяющегося с шагом 5 млн лет на интервале 5 ÷ 80 млн лет, указаны глубины литосферы z_s и производная $\partial z_s / \partial t$. Последняя делением на полускорость спрединга преобразуется в производную $\partial z_s / \partial x$, которая имеет смысл тангенса угла наклона γ касательной кривой z_s к горизонтальной оси Ox :

$$\operatorname{tg} \gamma = (\partial z_s / \partial t) / V. \quad (14)$$

Параметры переходного слоя

$t, 10^6$ лет	$z_s, \text{ км}$	$b_s, \text{ км}$	$\partial z_s / \partial t, 10^{-2} \text{ см/год}$	$T_s, \text{ °C}$	$\partial b_s / \partial t, 10^{-2} \text{ см/год}$	$b_s \partial z_s / \partial t, \text{ м}^3/\text{год}$	$\partial b_s / \partial x / \sin \gamma$
5	17,9	9,8	19,8	1160	6,0	19,4	0,50
10	27,0	12,2	16,5	1190	3,6	20,1	0,30
15	34,4	13,4	14,0	1220	1,7	18,8	0,14
20	41,0	13,9	12,6	1240	0,3	17,5	0,03
25	47,0	13,8	11,7	1260	-0,6	16,1	-0,05
30	52,7	13,3	11,1	1280	-1,4	14,8	-0,12
35	58,1	12,5	10,5	1300	-2,0	13,1	-0,17
40	63,2	11,3	9,8	1320	-2,6	11,1	-0,22
45	67,9	9,9	8,9	1340	-3,0	8,8	-0,25
50	72,1	8,4	7,9	1350	-3,0	6,6	-0,25
55	75,8	6,9	6,8	1360	-2,8	4,7	-0,23
60	78,9	5,5	5,6	1370	-2,4	3,1	-0,20
65	81,4	4,4	4,6	1380	-2,0	2,0	-0,17
70	83,5	3,5	3,7	1390	-1,6	1,3	-0,13
75	85,1	2,8	3,0	1395	-1,3	0,8	-0,11
80	86,4	2,3	2,4	1400	-1,0	0,5	-0,08

Углы падения склона плиты исключительно малы. Например, при $V = 5$ см/год и $t = 5 \cdot 10^6$ лет $\text{tg} \gamma = 0,040$, т. е. $\gamma = 2,3^\circ$, а при $t = 30 \cdot 10^6$ лет $\gamma = 1,3^\circ$.

Каждый фрагмент литосферной плиты, ограниченный соседними трансформными разломами, характеризуется своей линейной скоростью движения. Следовательно, примыкающие друг к другу фрагменты несколько отличаются углами падения, что способствует образованию и существованию трансформных разломов.

Температура солидуса мантийного вещества совпадает с температурой T_m верхней невозмущенной процессом спрединга астеносферы лишь в случае предельной мощности $z_{s\text{max}}$. При $z_s < z_{s\text{max}}$, в силу формулы (10), температура $T_s < T_m$. Таким образом, график глубин литосферы должен проходить выше кривой $z_s^* = z_s^*(t)$ изотермы $T = T_m$. Значения z_s^* изотермы 5 рассчитывались по формуле (9) с использованием той же программы, что и глубины z_s , но при условиях равенства $\alpha = 0$ и замены T_{s0} на T_m в формуле (10). Кривые z_s и z_s^* ограничивают переходный слой астеносферы.

Расстояние между кривыми 4 и 5 в направлении оси Oz обозначим $b_s = z_s^* - z_s$. Касательная к графику 4 образует угол γ с осью Ox ; тот же угол составляет с осью Oz нормаль к этой касательной. Проекция отрезка b_s на эту нормаль равна $b_s \cos \gamma$ мощности слоя. Ввиду исключительной малости угла γ с высокой точностью $\cos \gamma \approx 1$, а поэтому b_s фактически является мощностью переходного слоя. В таблице указаны мощность b_s и производная $\partial b_s / \partial t$, которая может быть пересчитана в производную $\partial b_s / \partial x = (\partial b_s / \partial t) / V$. На большом интервале t и x центральной части склона $b_s \approx 12 \div 13$ км.

Литосферные плиты, раздвигаясь от дивергентной границы на величину V , на столько же сближаются с ней благодаря кристаллизации вещества на их склонах. Профиль сечения литосферных плит при этом примерно сохраняется с течением времени. Скорость приращения мощности литосферы равна проекции V на нормаль к кривой z_s . Касательная к этой кривой составляет угол γ с осью Ox и V , а перпендикуляр к касательной прямой – угол $90^\circ - \gamma$. Потому приращение мощности склона плиты за единицу времени равно $V \cos(90^\circ - \gamma) = V \sin \gamma \approx V \text{tg} \gamma$ (ввиду малости γ). Заменяя тангенс по формуле (14), получаем

$$V \cos(90^\circ - \gamma) = \partial z_s / \partial t. \quad (15)$$

Таким образом, кристаллизационное увеличение толщины плиты за единицу времени не зависит от скорости спрединга.

Как видно из формулы (15) и данных таблицы, утолщение склона плиты происходит исключительно медленно: $\partial z_s / \partial t = 0,2$ и $0,03$ см/год соответственно для возраста $t = 5 \cdot 10^6$ и $75 \cdot 10^6$ лет. Также очень мала плотность $\sigma_i \partial z_s / \partial t$ массы, кристаллизирующейся в единицу времени на единице площади склона. Для тех же моментов времени она составляет $0,66$ и $0,1$ г/(см²·год). Выделяющаяся при кристаллизации теплота весьма мала, тем более, что основная тугоплавкая гранульная составляющая астеносферного вещества не претерпевает фазового перехода.

Формулу (15) умножим на $\sigma_i (dx / \cos \gamma) \approx \sigma_i V dt$ и проинтегрируем по времени. В итоге получим кристаллизирующееся в единицу времени на полосе склона единичной ширины количество вещества, равное $\sigma_i z_{s\text{max}} V$ и пропорциональное скорости спрединга.

Как следует из таблицы, температура кровли переходного слоя T_s монотонно возрастает с увеличением глубины z_s и возраста t . При малых t разность температур $\delta T = T_m - T_s$ изменяется около 200°C , а при $t > 70$ млн лет приближается к нулю. Температура кристаллизации некоторых минералов [23] пластичной составляющей межгранульных промежутков может попасть на температурный интервал $T_m - \delta T, T_m$. Это приведет к возрастанию гра-

нульной составляющей и увеличению плотности переходного слоя. Прогнозная оценка температуры плавления породы по минеральному составу весьма затруднена из-за существенной зависимости ее от присутствия даже очень малого количества свободной воды.

Другой механизм уплотнения переходного слоя проявляется и при средних, и при малых перепадах температуры δT . В процессе кристаллизации на поверхности плиты происходит «усадка» пластической составляющей, дефицит которой компенсируется за счет ее фильтрации из переходного слоя. Из-за оттока этой составляющей тугоплавкие гранулы под действием литостатического давления несколько сближаются, увеличивая плотность переходного слоя.

Избыточная плотность переходного слоя в его верхней части возникает при формировании слоя из тугоплавкой истощенной (деплетированной) мантии. Последняя образуется в условиях пониженного давления под срединным хребтом вследствие выплавления из астеносферного вещества легкоплавкой и менее плотной составляющей (базальтовой магмы).

Избыточная плотность появляется также благодаря термическому сжатию вещества в соответствии с формулой $\sigma_a \beta \delta T$, где β – температурный коэффициент объемного расширения, примерно равный утроенному температурному коэффициенту линейного расширения, приближается к значению 10^{-5} на 1°C . Следовательно, эффект термического сжатия заметно проявляется для мантийного вещества, охлажденного по отношению к температуре T_m на величину δT , составляющей первые сотни градусов.

В результате действия рассмотренных факторов переходный слой обладает избыточной плотностью σ^* по отношению к изотермической астеносфере. Она возрастает от $\sigma^* = 0$ на границе с температурой T_m до значения, близкого к величине инверсии плотности $\Delta\sigma$. Следовательно, склон литосферы, являясь поверхностью фазового перехода, может и не быть заметно выраженной плотностной границей.

Возникновение конвективного потока. Заштрихованный на рисунке переходный слой астеносферы между подошвой литосферы 4 и изотермой 5 обладает повышенной по сравнению с σ_a плотностью и поэтому оказывается гравитационно-неустойчивым. Он скользит вдоль склона литосферной плиты, образуя нисходящую ветвь конвекции. В месте погружения нисходящего потока формируется зона повышенного давления. Восходящий поток конвекции вдоль осевой области спрединга создается более нагретым астеносферным веществом и является общим для обеих плит.

Обозначим плотность переходного слоя $\sigma = \sigma_a + \sigma^*$. Предположим, что избыточная плотность σ^* линейно убывает с глубиной z от наибольшего значения σ_{max}^* на границе $z = z_s$ до нуля при $z = z_s^*$:

$$\sigma^* = \sigma_{\text{max}}^* (z_s^* - z) / (z_s^* - z_s). \quad (16)$$

В качестве оценочной величины σ_{max}^* можно принять инверсию плотности $\Delta\sigma$ при переходе от плиты к астеносфере.

Ввиду малой скорости спрединга структура переходного слоя воспроизводится при сохранении литостатической уравновешенности. Давление в пределах слоя можно получить вычитанием из давления $p(z_{s\text{max}})$ на глубине компенсации $z = z_{s\text{max}}$ давления столба $z_{s\text{max}} - z$:

$$p = p(z_{s\text{max}}) - g \int_z^{z_s^*} (\sigma_a + \sigma^*) dz - g \int_{z_s^*}^{z_{s\text{max}}} \sigma_a dz.$$

Подставляя формулу (16), находим

$$p = p(z_{s\text{max}}) - g\sigma_a(z_{s\text{max}} - z) - g\sigma_{\text{max}}^* \left[z_s^*(z_s^* - z) - \frac{1}{2}(z_s^{*2} - z^2) \right] \frac{1}{z_s^* - z_s}. \quad (17)$$

Определим вертикальную производную давления (17)

$$\frac{\partial p}{\partial z} = g(\sigma_a + \sigma^*). \quad (18)$$

При вычислении горизонтальной производной имеем в виду, что p зависит от x посредством глубин z_s^* и z_s :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -g\sigma^* \frac{\partial z_s^*}{\partial x} + \frac{1}{2} g\sigma^* \frac{z_s^* - z}{z_s^* - z_s} \frac{\partial}{\partial x} (z_s^* - z_s).$$

Исключим $z_s^* = z_s + b$:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -g\sigma^* \left[\frac{\partial z_s}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{z - z_s}{b_s} \right) \frac{\partial b_s}{\partial x} \right].$$

С учетом формулы (18) имеем

$$\text{grad } p = g(\sigma_a + \sigma^*) \mathbf{e}_z - g\sigma^* \left[\frac{\partial z_s}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{z - z_s}{b_s} \right) \frac{\partial b_s}{\partial x} \right] \mathbf{e}_x. \quad (19)$$

Под действием избыточной плотности в переходном слое возникает движение вещества с малой скоростью \mathbf{u} относительно склона плиты. Если пренебречь силой инерции, то уравнение Навье–Стокса [24, 25] выражает равенство нулю всех сил, действующих на единицу объема:

$$\sigma \mathbf{g} - \text{grad } p + \eta \nabla^2 \mathbf{u} = 0.$$

Здесь представлены плотности силы тяжести $\sigma \mathbf{g}$, силы давления $-\text{grad } p$ и силы вязкого трения $\eta \nabla^2 \mathbf{u}$ (η – коэффициент вязкости). Подставим в это уравнение соотношение (19)

$$\sigma \mathbf{g} - g(\sigma_a + \sigma^*) \mathbf{e}_z + g\sigma^* \left[\frac{\partial z_s}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{z - z_s}{b_s} \right) \frac{\partial b_s}{\partial x} \right] \mathbf{e}_x + \eta \nabla^2 \mathbf{u} = 0. \quad (20)$$

Так как ось Oz направлена по вертикали, а плотность в переходном слое $\sigma = \sigma_a + \sigma^*$, то $\sigma \mathbf{g} - g(\sigma_a + \sigma^*) \mathbf{e}_z = 0$. Следовательно, уравнение (20) сводится к виду

$$g\sigma^* \left[\frac{\partial z_s}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{z - z_s}{b_s} \right) \frac{\partial b_s}{\partial x} \right] \mathbf{e}_x + \eta \nabla^2 \mathbf{u} = 0. \quad (21)$$

Введем систему координат $x'O'z'$, ось $O'x'$ которой на интервале t от 10 до 40 млн лет приблизим к табличным значениям z_s по способу наименьших квадратов. Уравнение этой оси в исходной системе координат имеет вид $z = 16 + 1,2t$. Здесь z выражено в километрах, t – в миллионах лет, а начало отсчета O' находится на оси Oz на глубине $OO' = 16$ км. Коэффициент же при t имеет размерность км/(млн лет).

Заменяя $t = x/V$, преобразуем уравнение оси $O'x'$:

$$z = OO' + x \text{ tg } \gamma_0, \quad (22)$$

где тангенс угла наклона этой оси составляет

$$\text{tg } \gamma_0 = 0,12/V. \quad (23)$$

Даже при весьма малом значении $V = 1$ см/год угол $\gamma_0 = 6,8^\circ$, т.е. при всех реальных значениях V можно положить $\cos \gamma_0 \approx 1$, $\sin \gamma_0 \approx \text{tg } \gamma_0$.

Переход к штрихованным координатам производился по формулам

$$x' = x \cos \gamma_0 + (z - OO') \sin \gamma_0, \quad z' = (z - OO') \cos \gamma_0 - x \sin \gamma_0.$$

Последнее равенство выражается также соотношением

$$z' = (z - OO' - x \operatorname{tg} \gamma_0) \cos \gamma_0. \quad (24)$$

Рассмотрим интервал расстояний между точками с возрастом $t_1 = 10$ млн лет и $t_2 = 40$ млн лет и координатами $x_1 = 100 \cdot V$ км и $x_2 = 400 \cdot V$ км. На этом интервале определяемые формулой (22) глубины практически совпадают с z_s , а поэтому из формулы (24) при $\cos \gamma_0 \approx 1$ следует $z' \approx z - z_s$, а максимальная мощность слоя $z'_{\max} = z_s^* - z_s = b_s$. Соотношение же (16) для избыточной мощности преобразуется к виду

$$\sigma^* = \sigma_{\max}^* (1 - z'/b_s). \quad (25)$$

При замене в уравнении (21) орта $\mathbf{e}_x = \mathbf{e}_{x'} \cos \gamma_0 - \mathbf{e}_z \sin \gamma_0$ слагаемыми, содержащими произведения $\sin \gamma_0 \partial z_s / \partial x$ и $\sin \gamma_0 \partial b_s / \partial x$, можно пренебречь как величинами второго порядка малости

$$g\sigma^* \left[\frac{\partial z_s}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{z'}{b_s} \right) \frac{\partial b_s}{\partial x} \right] \cos \gamma_0 \mathbf{e}_{x'} + \eta \nabla^2 \mathbf{u} = 0. \quad (26)$$

Отброшенные слагаемые, однако, характеризуют силу движения, направленную противоположно \mathbf{e}_z и способствующую поэтому динамической стабильности слоя.

Из таблицы видно, что на интервале (x_1, x_2) мощность слоя очень мало изменяется около среднего $b_s = 13$ км, а абсолютная величина производной $\partial b_s / \partial x$ более чем в 4 раза меньше практически постоянных значений $\partial z_s / \partial x \approx \operatorname{tg} \gamma_0$. В пределах этой плоской части слоя возникает ламинарное (слоистое) течение вдоль подошвы плиты со скоростью $\mathbf{u} = u \mathbf{e}_{x'}$, причем величина u от координаты x' почти не зависит: $u = u(z')$. С учетом этих условий и формулы (25) из уравнения (26) следует

$$\eta \frac{d^2 u}{dz'^2} + g\sigma_{\max}^* \sin \gamma_0 (1 - z'/b_s) = 0.$$

После первого и второго интегрирования находим

$$u = -\frac{1}{\eta} g\sigma_{\max}^* \sin \gamma_0 \left(\frac{1}{2} z'^2 - \frac{1}{6} z'^3 / b_s \right) + C_1 z' + C_2.$$

При $z' = 0$ скорость $u = 0$, а поэтому $C_2 = 0$. Скорость на другой границе слоя $z' = b_s$ мала; положим ее также равной нулю и тогда

$$C_1 = \frac{1}{3\eta} g\sigma_{\max}^* \sin \gamma_0 b_s.$$

Следовательно,

$$u = \frac{1}{\eta} g\sigma_{\max}^* \sin \gamma_0 \left(\frac{1}{3} b_s z' - \frac{1}{2} z'^2 + \frac{1}{6} \frac{z'^3}{b_s} \right). \quad (27)$$

Дифференцируя равенство (27), находим координату экстремума $z' = b_s (1 - 1/\sqrt{3})$, а затем максимальную скорость конвекции

$$u_{\max} = 0,064 \frac{1}{\eta} g\sigma_{\max}^* \sin \gamma_0 b_s^2. \quad (28)$$

Положим в формуле (28) $\eta = 10^{19}$ Па·с, $g = 10$ м/с², $b_s = 13 \cdot 10^3$ м, $\sigma_{\max}^* = 72$ кг/м³, т. е. приравняем $\sigma_{\max}^* = \Delta\sigma$, и заменим на основании формулы (23) $\sin \gamma_0 \approx \operatorname{tg} \gamma_0$. Перейдем от единиц метр в секунду к сантиметру в год и получим

$$u_{\max} = 0,30/V,$$

причем численный коэффициент имеет размерность (см/год)². Чрезмерно малое значение u_{\max} , которое более чем на порядок меньше полускорости $V \geq 3$ см/год, обусловлено исключительно пологим падением склона плиты и, возможно, завышенной оценкой коэффициента η . При $\eta = 10^{18}$ Па·с получилось бы u_{\max} в 10 раз большим.

Интегрированием (27) с учетом равенства (28) получим конвективный поток вещества через площадку высотой b_s и единичной ширины:

$$\sigma_l \int_0^{b_s} u dz' = 0,65 u_{\max} b_s \sigma_l.$$

Астеносферное вещество, кристаллизирующееся в единицу времени на полосе склона единичной ширины, составляет $\sigma_l z_{s\max} V$. Это значение многократно превосходит величину конвективного потока

$$z_{s\max} V / (0,65 b_s u_{\max}) = 11 V / u_{\max}.$$

Таким образом, воспроизведение профиля океанской литосферы при спрединге происходит не за счет притока астеносферного вещества, а благодаря смещению температурных границ z_s и z_s^* (без учета очень малого потока пластической составляющей межгранульных промежутков). Указанное условие является необходимой предпосылкой применения кристаллизационной модели.

Сила волочения. Касательная составляющая напряжения трения p_s , приложенная к склону плиты, на основании закона Ньютона составляет $p_s = \eta (\partial u / \partial z')$ при $z' = 0$. Подставляя сюда формулу (27), находим плотность силы волочения

$$p_s = (1/3) g \sigma_{\max}^* b_s \sin \gamma_0. \quad (29)$$

Силу волочения можно оценить, распространяя формулу (29) на любую точку склона плиты. При этом необходимо заменить угол γ_0 на γ . Тогда на элементарную площадку $1 \cdot ds$, где ds – элемент длины подошвы литосферы, действует сила трения

$$p_s ds = \frac{1}{3} g \sigma_{\max}^* b_s \sin \gamma ds.$$

Затем заменим $ds = dx / \cos \gamma$, а затем $\operatorname{tg} \gamma$ выразим по формуле (14):

$$p_s ds = \frac{1}{3} g \sigma_{\max}^* b_s \frac{\partial z_s}{\partial t} \frac{1}{V} dx.$$

Далее положим $x = Vt$ и проинтегрируем по склону плиты

$$\int p_s ds = \frac{1}{3} g \sigma_{\max}^* \int b_s \frac{\partial z_s}{\partial t} dt. \quad (30)$$

Произведения $b_s \partial z_s / \partial t$ указаны в предпоследнем столбце таблицы. Численное интегрирование с использованием элементов этого столбца (при $t = 0$, $b_s = 0$) приводит к соотношениям

$$\int b_s (\partial z_s / \partial t) dt = 8,1 \cdot 10^8 \text{ м}^2 \text{ и } \int p_s ds = 2,7 \cdot 10^8 g \sigma_{\max}^* \text{ Н/м.}$$

Полученный результат легко понять, если рассмотреть фрагмент переходного слоя единичной ширины (в направлении оси спрединга), средней мощности \bar{b}_s и с максимальной глубиной погружения $\bar{z}_s = 80 \cdot 10^3$ м. Преобразованием первого интеграла определяется средняя мощность

$$\int b_s (\partial z_s / \partial t) dt = \int b_s dz_s = \bar{b}_s \bar{z}_s, \text{ т. е. } \bar{b}_s = 10 \cdot 10^3 \text{ м.}$$

С использованием данных обозначений выразим силу волочения (30) этим фрагментом

$$\int p_s ds = \frac{2}{3} g \left(\frac{\sigma_{\max}^*}{2} \right) \bar{b}_s \bar{z}_s.$$

Величина $g(\sigma_{\max}^*/2)\bar{z}_s$ представляет перепад давления в пределах \bar{z}_s ; это давление, умноженное на \bar{b}_s , образует движущую силу, возникающую благодаря средней избыточной плотности $\sigma_{\max}^*/2$. Две трети этой силы компенсируются трением фрагмента о подошву литосферы, а одна треть – трением на другой границе слоя ($z' = b_s$).

Таким образом, численная оценка силы волочения составляет

$$F_{\text{вл}} = 2,7 \cdot 10^8 g \sigma_{\max}^* L_{\text{д}}, \quad (31)$$

где $L_{\text{д}}$ – длина дивергентной границы вдоль оси спрединга.

Сила торможения. Под подошвой практически горизонтальной части литосферной плиты, движущейся с абсолютной скоростью u_0 , скорость астеносферы направлена вдоль оси Ox ($\mathbf{u} = u\mathbf{e}_x$) и зависит в основном от координаты z : $u = u(z)$. Величина скорости удовлетворяет однородному уравнению (21) при $\sigma^* = 0$, поэтому $u = B_1 z + B_2$. Коэффициенты B_1 и B_2 определяются из граничных условий непрерывности скорости. Под подошвой океанской части плиты $u(z = z_{s\max}) = u_0$. На границе Леман $z_{\text{лем}}$, на которой вязкость астеносферы резко возрастает, можно принять, что $u(z = z_{\text{лем}}) = 0$. Отсюда следуют представления скорости

$$u = u_0 \frac{z_{\text{лем}} - z}{z_{\text{лем}} - z_{s\max}}$$

и плотности поверхностной силы торможения плиты

$$p_s = -\eta \frac{u_0}{z_{\text{лем}} - z_{s\max}}. \quad (32)$$

Под континентами мощность части литосферы, отсчитываемой от уровня дна океана, составляет $z_{\text{кн}}$, и формула (32) преобразуется к виду

$$p_s = -\eta' \frac{u_0}{z_{\text{лем}} - z_{\text{кн}}}, \quad (33)$$

где η' – коэффициент вязкости около подошвы континентальной части плиты.

Обозначим площадь плоской части плиты океанской литосферы (без учета ее склона) $S_{\text{ок}}$, а континентальной части – $S_{\text{кн}}$. Сила торможения на основании соотношений (32) и (33) составляет

$$F_{\text{мп}} = -u_0 \left(\frac{\eta S_{\text{ок}}}{z_{\text{лем}} - z_{s\max}} + \frac{\eta' S_{\text{кн}}}{z_{\text{лем}} - z_{\text{кн}}} \right). \quad (34)$$

Если сила торможения превалирует над другими силами, то именно она уравнивает силу волочения: $F_{\text{вл}} + F_{\text{мп}} = 0$. Это условие после подстановки в него соотношений (31) и (34) можно представить в форме равенства для скорости

$$u_0 = \frac{2,7 \cdot 10^8 g \sigma_{\max}^*}{L_{\text{ок}} \left(\frac{\eta}{z_{\text{лем}} - z_{s\max}} + \frac{S_{\text{кн}}}{S_{\text{ок}}} \frac{\eta'}{z_{\text{лем}} - z_{\text{кн}}} \right)}, \quad (35)$$

где $L_{\text{ок}} = S_{\text{ок}}/L_{\text{д}}$ – приведенная длина плоской части океанской плиты.

При оценках скорости примем $\sigma_{\max}^* = 72 \text{ кг/м}^3$, $g = 10 \text{ м/с}^2$, $\eta = \eta' = 10^{19} \text{ Па}\cdot\text{с}$, $z_{\text{лем}} = 400 \cdot 10^3 \text{ м}$. Для океанской литосферы ($S_{\text{кн}} = 0$) с длиной $L_{\text{ок}} = 3500 \cdot 10^3 \text{ м}$ на основании фор-

мулы (35) получим $u_0 = 17 \cdot 10^{-10}$ м/с, т. е. $u_0 = 5,3$ см/год. Если же $L_{ок} = 2000 \cdot 10^3$ м, а соотношение площадей $S_{кн}/S_{ок} = 1$, то скорость $u_0 = 2,3$ см/год.

С другими границами плиты также связаны определенные силы. На трансформной границе действует сила взаимодействия контактирующих плит. На конвергентной границе погружающаяся часть плиты благодаря избыточной плотности увлекает за собой, затягивает всю плиту, что характерно для современных литосферных плит [26].

Таким образом, основная движущая сила плиты образуется суммированием сил волочения и затягивания. Предельный возраст океанской плиты ограничен тем, что с увеличением t возрастают площадь подошвы плиты и сила торможения, а сила затягивания снижается из-за формирования слэбов в зоне субдукции. Полускорость раздвижения контактирующих плит V зависит от абсолютных скоростей вида u_0 как одной, так и другой плиты и от взаимной ориентировки этих скоростей.

Конвекция в случае плоской границы. Рассмотрим конвекцию в плоском полупространстве с переходным слоем, одной границей которого является ось $O'x'$, а другая образуется откладыванием от нее в перпендикулярном направлении значений b_s . Хотя эта задача имеет лишь косвенное отношение к реальной ситуации, на основе ее решения можно подтвердить и дополнить некоторые из полученных ранее результатов.

Положим в уравнении (26) $(\partial z_s / \partial x) = \text{tg } \gamma_0$, примем $\cos \gamma_0 \approx 1$ и используем тождество $\text{rot rot } \mathbf{u} = \text{grad div } \mathbf{u} - \nabla^2 \mathbf{u}$ при условии $\text{div } \mathbf{u} = 0$:

$$\eta \left(\frac{\partial}{\partial z'} \text{rot}_{y'} \mathbf{u} - \frac{\partial}{\partial y'} \text{rot}_{z'} \mathbf{u} \right) = -g \sigma^* \left[\sin \gamma_0 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{z'^2}{b_s^2} \right) \frac{\partial b_s}{\partial x} \right].$$

Отбрасывая в левой части равенства производную по y' ввиду предполагаемой слабой зависимости \mathbf{u} от этой координаты и подставляя равенство (25), после интегрирования получим

$$\text{rot}_{y'} \mathbf{u} = -\frac{g}{\eta} \sigma_{\max}^* \sin \gamma_0 \left[z' - \frac{1}{2} \frac{z'^2}{b_s} + \frac{1}{2} \left(z' - \frac{1}{3} \frac{z'^3}{b_s^2} \right) \frac{\partial b_s}{\partial x} \frac{1}{\sin \gamma_0} + P \right],$$

где P – постоянная, не зависящая от z' . Множитель $(\partial b_s / \partial x) / \sin \gamma_0$ при замене $x = Vt$ и использовании (23) вычисляется по формуле $(\partial b_s / \partial t) / 0,12$. Его значения приведены в последнем столбце таблицы. Как видно, слагаемое с данным множителем много меньше первых двух.

Следовательно, вектор $\text{rot } \mathbf{u}$ имеет лишь эту проекцию: $\text{rot } \mathbf{u} = \zeta$, причем плотность вихревых источников равна

$$\zeta = -\frac{g}{\eta} \sigma_{\max}^* \sin \gamma_0 \left[z' - \frac{1}{2} \frac{z'^2}{b_s} + \frac{1}{2} \left(z' - \frac{1}{3} \frac{z'^3}{b_s^2} \right) \frac{\partial b_s}{\partial x} \frac{1}{\sin \gamma_0} + P \right] \mathbf{e}_{y'}. \quad (36)$$

Второе уравнение $\text{div } \mathbf{u} = 0$ соблюдается, поэтому можно ввести векторный потенциал: $\mathbf{u} = \text{rot } \mathbf{A}$. Ввиду независимости вектора ζ от координаты y' его дивергенция равна нулю, а векторный потенциал определяется интегралом

$$\mathbf{A} = \frac{1}{4\pi} \iiint_{W^*} \frac{\zeta}{R} dx' dy' dz',$$

причем W^* – область, занятая вихревыми источниками. Дифференцируя под знаком интеграла по координатам x_0, y_0, z_0 точки наблюдения, находим

$$\mathbf{u} = \frac{1}{4\pi} \iiint_{W^*} \frac{\zeta \times \mathbf{R}}{R^3} dx' dy' dz',$$

где $\mathbf{R} = \mathbf{e}_{x'}(x_0 - x') + \mathbf{e}_{y'}(y_0 - y') + \mathbf{e}_{z'}(z_0 - z')$.

После интегрирования по y' в пределах $-\infty, +\infty$, имеем

$$\mathbf{u} = \frac{1}{2\pi} \iint_{S^*} \zeta \frac{(x_0 - x')\mathbf{e}_{x'} + (z_0 - z')\mathbf{e}_{z'}}{(x_0 - x')^2 + (z_0 - z')^2} dx' dz', \quad (37)$$

здесь S^* – сечение переходного слоя.

К функции $\mathbf{u} = \mathbf{u}(x_0, z_0)$ можно добавить решение однородных уравнений $\text{rot} \mathbf{u} = 0$ и $\text{div} \mathbf{u} = 0$, учитывающее влияние отрицательных, «отраженных» в плоскости $z' = 0$ источников с координатами элементарной площадки $(x', -z')$. Заменяя также ζ по формуле (36), получим

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = & -\frac{g}{2\pi\eta} \sigma_{\max}^* \sin \gamma_0 \iint_{S^*} \left[z' - \frac{1}{2} \frac{z'^2}{b_s} + \frac{1}{2} \left(z' - \frac{1}{3} \frac{z'^3}{b_s^2} \right) \frac{\partial b_s}{\partial x'} \frac{1}{\sin \gamma_0} + P \right] \mathbf{e}_{y'} \times \\ & \times \left[\frac{(x_0 - x')\mathbf{e}_{x'} + (z_0 - z')\mathbf{e}_{z'}}{(x_0 - x')^2 + (z_0 - z')^2} - \frac{(x_0 - x')\mathbf{e}_{x'} + (z_0 + z')\mathbf{e}_{z'}}{(x_0 - x')^2 + (z_0 + z')^2} \right] dx' dz'. \end{aligned} \quad (38)$$

Таким образом, проекции вектора скорости составляют

$$\begin{aligned} u_{x'} = & -\frac{g}{2\pi\eta} \sigma_{\max}^* \sin \gamma_0 \iint_{S^*} \left[z' - \frac{1}{2} \frac{z'^2}{b_s} + \frac{1}{2} \left(z' - \frac{1}{3} \frac{z'^3}{b_s^2} \right) \frac{\partial b_s}{\partial x'} \frac{1}{\sin \gamma_0} + P \right] \times \\ & \times \left[\frac{z_0 - z'}{(x_0 - x')^2 + (z_0 - z')^2} - \frac{z_0 + z'}{(x_0 - x')^2 + (z_0 + z')^2} \right] dx' dz', \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} u_{z'} = & \frac{g}{2\pi\eta} \sigma_{\max}^* \sin \gamma_0 \iint_{S^*} \left[z' - \frac{1}{2} \frac{z'^2}{b_s} + \frac{1}{2} \left(z' - \frac{1}{3} \frac{z'^3}{b_s^2} \right) \frac{\partial b_s}{\partial x'} \frac{1}{\sin \gamma_0} + P \right] \times \\ & \times \left[\frac{x_0 - x'}{(x_0 - x')^2 + (z_0 - z')^2} - \frac{x_0 - x'}{(x_0 - x')^2 + (z_0 + z')^2} \right] dx' dz'. \end{aligned} \quad (40)$$

Благодаря добавлению предложенного решения однородных уравнений формула (40) удовлетворяет граничному $u_{z'}(z_0 = 0) = 0$. Второе граничное условие $u_{x'}(z_0 = 0) = 0$ следует из равенства (39), если принять, что коэффициент P зависит только от координаты x_0 и равен

$$P = -\iint_{S^*} \left[z' - \frac{1}{2} \frac{z'^2}{b_s} + \frac{1}{2} \left(z' - \frac{1}{3} \frac{z'^3}{b_s^2} \right) \frac{\partial b_s}{\partial x'} \frac{1}{\sin \gamma_0} \right] \frac{z'}{(x_0 - x')^2 + z'^2} dx' dz' / B, \quad (41)$$

$$\text{где } B = \iint_{S^*} \frac{z' dx' dz'}{(x_0 - x')^2 + z'^2}.$$

Рассмотрим бесконечный слой постоянной мощности b_s : $(\partial b_s / \partial x) = 0$. В этом случае в формулах (41) можно проинтегрировать по x' в пределах $-\infty, +\infty$, а затем по z' и получить

$$P = -b_s/3. \quad (42)$$

В случае бесконечного слоя из формулы (40) следует $u_{z'} = 0$. Интегрирование же в формуле (39) по x' приводит к соотношению

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{z_0 - z'}{(x_0 - x')^2 + (z_0 - z')^2} - \frac{z_0 + z'}{(x_0 - x')^2 + (z_0 + z')^2} \right] dx' = \pi \frac{z_0 - z'}{|z_0 - z'|} - \pi. \quad (43)$$

Итак, величина (43) равна нулю при $z' < z_0$ и -2π при $z' > z_0$. Умножим на этот коэффициент результат интегрирования (39) по z' в пределах (z_0, b_s) с учетом условия $(\partial b_s / \partial x) = 0$ и формулы (42). В итоге приходим к соотношению (29)

$$u_{x'} = -\frac{g}{\eta} \sigma_{\max}^* \sin \gamma_0 \left(\frac{1}{2} z_0^2 - \frac{1}{6} z_0^3 / b_s - \frac{1}{3} b_s z_0 \right),$$

хотя условие $u_{x'}(z_0 = b_s) = 0$ при выводе не использовалось, а получилось в качестве следствия.

Учитывая исключительно плавное изменение мощности b_s , в качестве приближенного решения можно использовать проекции скорости (39) и (40) при выборе в качестве коэффициента P его значение (42) для бесконечного слоя.

К подошве переходного слоя с внешней стороны ($z_0 > b_s$) на интервале, где b_s практически постоянно, примыкает застойная зона с нулевой скоростью, вытекающей из формул (39) и (43).

Из соотношений (39), (40) и (42) можно получить предельные формулы для скорости при $z_0 > 2,5b_s$. В этом случае значения $u_{x'}$ получаются отрицательными; проекция же $u_{z'} < 0$ на интервале малых x_0 и $u_{z'} > 0$ при относительно больших x_0 . Такие особенности поля скоростей характерны для обратной, замыкающей ветви конвекции.

Затухание спрединга. Теплопереносом за счет относительного движения плит можно пренебречь, если полускорость спрединга $V \leq 0,05$ см/год. В этом случае в температурной зависимости (2) можно опустить слагаемое $V/2a$ и заменить параметры z_1, T_1, T_2 по формулам (5) и (7) и приравнять $T_0 \approx 0^\circ\text{C}$:

$$T = q_{\min} \frac{\sqrt{at}}{k} \left\{ \frac{2}{\pi} (1 + \beta) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \exp\left(-n\pi \frac{x}{\sqrt{at}}\right) \sin\left(n\pi \frac{z}{\sqrt{at}}\right) - \frac{2}{\pi} \beta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \exp\left(-n\pi \frac{x}{\sqrt{at}}\right) \sin\left(n\pi \frac{z}{\sqrt{at}}\right) + \frac{z}{\sqrt{at}} \right\}. \quad (44)$$

Из формулы (44) следует представление плотности теплового потока

$$q = \left\{ 2(1 + \beta) \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-n\pi \frac{x}{\sqrt{at}}\right) - 2\beta \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp\left(-n\pi \frac{x}{\sqrt{at}}\right) + 1 \right\} q_{\min}. \quad (45)$$

По формулам (44) и (45) рассчитаны представленные на рисунке кривые 6–8. Точка на склоне кривой 7, заглубленная на половину $z_{s\max}$, находится от начала координат лишь на расстоянии $x_{0,5} = 23$ км. Это примерно в 50 раз меньше, чем в случае полускорости $V = 5$ см/год. Как следствие имеет место крутое падение склона литосферы – примерно под углом 60° .

Из-за чрезмерного сближения переходных слоев вертикальный поток в верхней его части блокируется, и пространство между краями плит заполняется продуктом кристаллизации мантийного вещества. Образование застойной зоны между границами переходных слоев может быть начинается уже при V , составляющей первые десятые доли 1 см/год.

При затухании спрединга самая интенсивная кристаллизация начинается под частью дивергентной границы, наиболее приближенной к эйлерову полюсу вращения, где линейные скорости раздвижения малы. Конвективное движение здесь возможно только вниз при условии, что на некотором расстоянии просвет между плитами заполнен вертикальным потоком поднимающегося снизу нагретого мантийного вещества. Вверху восходящего потока может сформироваться вулканический центр (горячая точка). По другую сторону его возникает вторая нисходящая ветвь потока. Таким образом, появляется продольная конвективная ячейка, ориентированная вдоль дивергентной границы. Характерной особенностью этой

ячейки являются относительно высокие скорость и температура восходящего потока из-за малости площади его сечения по сравнению с параметрами нисходящих ветвей. Очевидна также недолговечность ее существования вследствие обуживания нисходящих ветвей и сокращения протяженности дивергентной границы. Появление следующей горячей точки возможно лишь на некотором расстоянии от исчезающего вулканического центра.

Постепенное затухание спрединга от периферийной части срединно-океанского хребта может отмечаться цепочкой вулканических центров, как, например, в случае Гавайского и Императорского хребтов.

Наибольшее количество современных горячих точек приурочено к дивергентным границам с относительно малой полускоростью спрединга и частично к трансформным разломам, а также к местам пересечения этих границ [26]. Вероятно, их появление обусловлено преобразованием фрагментов срединно-океанских хребтов в вулканические центры в процессе перехода к механизму теплопереноса посредством продольных конвективных ячеек.

* * *

Используемое при моделировании океанской литосферы решение двухмерного уравнения теплопроводности в прямоугольной полубесконечной полосе предусматривает предварительное задание как ширины полосы, так и температурных условий на ее нижней ступенчатой границе. Эти параметры задачи конкретного физического содержания не имеют, а являются характеристиками фиктивных источников, приближенно воспроизводящих тепловой режим в зоне спрединга. Потому решение задачи использовалось лишь для аппроксимации экспериментальных определений плотности теплового потока через дно океана и глубин литосферы, полученных сейсмическим методом.

Аппроксимационный подход обеспечил сглаживание и объединение данных различных геофизических методов, обремененных значительными погрешностями, а также их согласованность с теоретическими представлениями о кристаллизации литосферы из астеносферной мантии. Полученные расчетные графики мощности литосферы и плотности теплового потока достаточно хорошо согласуются с преществующими оценками.

Разработанный метод моделирования был применен и для обоснования условий возникновения локального конвективного потока.

Вследствие зависимости температуры солидуса от глубины на склоне литосферной плиты формируется переходный астеносферный слой, ограниченный снизу изотермической поверхностью, которая касается подошвы наиболее древней океанской литосферы. Температура на этой поверхности совпадает с температурой верхней астеносферы. Рассмотрены процессы возникновения в переходном слое избыточной плотности, которая может возрастать от нулевого значения на изотермической поверхности почти до величины инверсии плотности вблизи склона литосферы. Для гравитационно-неустойчивого переходного слоя на основании приближенного решения уравнения Навье–Стокса и строгого решения для «плоской» наклонной границы установлены основные особенности возникающего локального конвективного потока. Оценена сила волочения, приложенная к склону плиты, в сопоставлении с силой торможения, действующей на плоских частях ее подошвы.

Высокотемпературное состояние астеносферного вещества между краями литосферных плит является необходимым условием, способствующим образованию срединно-океанского хребта и существованию самого спрединга. Ввиду интенсивного теплового потока через склоны хребта поддержание температуры вблизи значения T_m возможно лишь при конвективном теплопереносе. Нисходящие ветви химико-плоскостной конвекции на склонах литосферных плит возникают в основном благодаря избыточной плотности деплетированной мантии. Последняя формируется под срединно-океанским хребтом при декомпрессионном плавлении астеносферного вещества в итоге отделения его легкоплавкой компоненты (ба-

зальта). В средней же части межплитового пространства появляется замыкающий горячий мантийный поток.

При очень малой скорости раздвижения плит их переходные слои чрезмерно сближаются, что приводит к блокированию восходящего потока. Некоторое время режим конвекции сохраняется в виде продольных ячеек, сопряженных с вулканическими центрами.

Summary

Kudrjavtsev Yu. I. Crystallization model of the ocean lithosphere with the local convectational flow.

The parameters of a crystallization model of the ocean lithosphere are obtained by approximation of geophysical data using the solution of a two-dimensional equation of heat conductivity in the semi-infinite layer. As follows from this model, a gravitationally unstable transitive layer is formed on the slope of every lithospheric slab and there arises a local convectational flow connected with it. The value of the plate dragging force in comparison with one of braking is estimated.

Литература

1. *Сорохтин О. Г.* Образование литосферных плит и природа срединно-океанских хребтов // *Океанология. Геофизика океана. Т. 2: Геодинамика* / Под ред. А. С. Монины, О. Г. Сорохтина М., 1979. 2. *Городницкий А. М., Сорохтин О. Г.* Карта расчетных значений теплового потока через дно океана // *Проблемы теоретической геодинамики и тектоника литосферных плит.* М., 1981. 3. *Теркот Д., Шуберт Дж.* Геодинамика: Геологические приложения физики сплошных сред / Пер. с англ.; Под ред. В. Н. Жаркова. М., 1985. Т. 1. 4. *Stein C. A., Stein S.* Comparison of plate and asthenospheric flow models for the thermal evolution of oceanic lithosphere // *Geophys. Res. Lett.* 1994. Vol. 21, N 8. 5. *Kusznir N. J.* Thermal evolution of the oceanic crust; its dependence on spreading rate and effect on crustal structure // *Geophys. J. R. astr. Soc.* 1980. Vol. 61. 6. *Mc Kenzie D. P.* Some remarks on heat flow and gravity anomalies // *J. Geophys. Res.* 1967. Vol. 72. 7. *Slater J. G.* New perspectives in terrestrial heat flow // *Tectonophysics.* 1972. Vol. 13. 8. *Slater J. G., Anderson R. N., Bell M. L.* Elevation of ridges and evolution of the central eastern Pacific // *J. Geophys. Res.* 1971. Vol. 76. 9. *Кудрявцев Ю. И.* Связь теплового потока через дно океана с мощностью литосферы // *Рос. геофиз. журн.* 1998. № 11–12. 10. *Кудрявцев Ю. И.* Моделирование океанской литосферы // *Рос. геофиз. журн.* 2000. № 17–18. 11. *Городницкий А. М.* Строение океанской литосферы и формирование подводных гор. М., 1985. 12. *Watts A. B., Bodine J. H., Steckler M. S.* Observations of flexure and the state of stress in the oceanic lithosphere // *J. Geophys. Res.* 1980. Vol. 85. 13. *Kearey P., Vine F. J.* Global tectonics. Tulane, 1996. 14. *Моисеенко У. И.* Теплофизические свойства горных пород и глубинные температуры // *Физические процессы горного производства.* 1982. № 12. 15. *Моисеенко У. И., Смыслов А. А.* Температура земных недр. Л., 1986. 16. *Моисеенко У. И., Негров О. Б.* Теплофизические параметры горных пород // *Петрофизика: Справочник.* Кн. 1. Горные породы и полезные ископаемые / Под ред. Н. Б. Дортман. М., 1992. 17. *Йодер Г. С.* Образование базальтовой магмы / Пер. с англ.; Под ред. А. А. Кадика. М., 1979. 18. *Йодер Г. С., Тилли К. Э.* Происхождение базальтовых магм / Пер. с англ.; Под ред. В. С. Соболева. М., 1965. 19. *Ито К., Kennedy G. C.* Melting and phase relations in a natural peridotite to 40 kilobars // *Amer. J. Sci.* 1967. Vol. 265. 20. *Kushiro I., Syono Y., Akimoto S.* Melting of a peridotite nodule at high pressures and high water pressures // *J. Geophys. Res.* 1968. Vol. 73, N 18. 21. *Ringwood A. E.* Composition and evolution of the upper mantle // *The Earth's crust and upper mantle.* Washington, 1969 (Geophys. Monogr. Amer. Geophys. Union. N 13). 22. *Pollack H. N., Chapman D. S.* On the regional variation of heat flow, geotherms and lithospheric thickness // *Tectonophysics.* 1977. Vol. 38. 23. *Robie R. A., Hemingway B. S.* Thermodynamic properties of minerals and related substances at 298, 15 K and 1 Bar pressure and at higher temperatures // *U.S. Geol. Surv. Bull.* 1995. N 2131. 24. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. М., 1987. 25. *Низаматулин Р. И.* Основы механики гетерогенных сред. М., 1973. 26. *Аглонов С. В.* Геодинамика. СПб., 2001.

Статья поступила в редакцию 12 мая 2005 г.