

УДК 551.21

## ФРАКТАЛЬНАЯ СТРУКТУРА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ВУЛКАНИЧЕСКИХ ИЗВЕРЖЕНИЙ МИРА: ПОРЯДКОВОЕ ГРУППИРОВАНИЕ СОБЫТИЙ И ЭПИЗОДИЧНОСТЬ ВЫНОСА МАТЕРИАЛА

© 2014 г. А. А. Гусев<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт вулканологии и сейсмологии ДВО РАН

<sup>2</sup>Камчатский филиал Геофизической службы РАН

683006 Петропавловск-Камчатский, бульвар Пийпа, 9,

e-mail: gusev@emsd.ru

Поступила в редакцию 22.05.2012 г.

Для изучения временной структуры вулканической активности Земли на масштабах от месяцев до столетий изучены три последовательности событий: две выборки из “Смитсоновского каталога”, и выборка из каталога “вулканического индекса ледовых колонок” (IVI). Для отбора данных были тщательно выбраны: (1) нижние пороги по размерам событий и (2) временные интервалы; в результате отобранные подмножества данных можно принять однородными. Далее был проведен анализ временной структуры. Он показал наличие трех видов тенденции к группированию событий. (1) Плотность потока событий неоднородна во времени: их даты образуют активные эпизоды. Это — “обычное” группирование. (2) В упорядоченном по времени последовательном списке размеров извержений более крупные события формируют тесные группы. Это новое явление названо “порядковым группированием”. (3) Темп выноса продуктов извержений демонстрирует эпизодическое, всплескообразное поведение. Во всех трех случаях тенденция к группированию имеет многомасштабный фрактальный (самоподобный) характер: последовательности извержений ведут себя как импульсные шумы типа  $1/f$ .

Результаты наводят на мысль, что должен существовать механизм глобального характера, ответственный за синхронизацию всплесков активности на планете.

DOI: 10.7868/S0203030614010027

### ВВЕДЕНИЕ

Изучение временной структуры вулканических процессов интересно само по себе, давая, по крайней мере, феноменологическое описание наблюдений. Если же удастся установить закономерности временной структуры, то они могут пролить свет на механизмы, которые скрыты под наблюдаемым разнообразием вулканических явлений. К тому же, вероятное влияние вулканизма на климат может быть существенно иным в случае, когда формирование вулканического аэрозоля систематически организовано во времени. Еще одна интересная область, для которой понимание временной структуры может быть полезно — это исследование вулканической опасности.

В ряде исследований было отмечено, что проявления вулканизма неоднородны, эпизодичны во времени для таких процессов: как вулканизм океанических хребтов, вулканизм горячих точек, эксплозивные извержения в островных дугах и вулканизм траппов [Макаренко, 1982; Kennett et al., 1977; Rea, Scheidegger, 1979; Cambray, Cadet, 1996; Sigurdsson, 2000; Prueher, Rea, 2001]. Однако

эти исследования анализировали эпизодичность в качественных терминах. Не было предложено формального описания эпизодичной временной структуры этих вулканических процессов. Интересно, что названные исследования не обнаружили специфических характерных времен для длительностей эпизодов или для интервалов между ними. Это может означать, что активные эпизоды возникают во времени статистически самоподобным образом, демонстрируя фрактальное поведение. Для исторических масштабов времени подобное поведение последовательностей вулканических извержений действительно было обнаружено [Dubois, Cheminee, 1988, 1991; Telesca et al., 2002]. Детальные исследования фрактальной пространственно-временной структуры формирования интрузий в геологическом времени были выполнены Pelletier (1999).

Для большей ясности дадим краткое качественное описание понятия фрактальной или самоподобной структуры временного ряда [Mandelbrot, 1982]. Чтобы заслуживать такое название, временная структура должна быть неоднородной, но при этом не иметь ни преимущественных ха-

рактерных времен (типичных длительностей всплесков или типичных длительностей периодов низкой активности), ни предпочтительных периодичностей (длительностей циклов). Такая структура называется многомасштабной. Бывает при этом, что подходящее изменение масштаба может сделать историю событий на любом отрезке рассматриваемого временного ряда качественно идентичной и количественно неотличимой от ряда в целом или от другого его отрезка. Это уже случай самоподобного (фрактального) поведения: любая часть объекта может служить моделью для объекта в целом (после подходящего перемасштабирования). Когда процессы с такими свойствами развиваются во времени, они называются фрактальными временными последовательностями или шумами типа  $1/f$  [Mandelbrot, 1999]. Фрактальное поведение природных и искусственных явлений привлекло большое внимание в последние годы во многих областях науки.

Общее представление о самоподобию относится к идеальному случаю. С реальными процессами возникают сложности разного рода. Во-первых, ряд редко удается проанализировать в большом диапазоне характерных времен. Например, данные VI в принципе не позволяют работать с временами менее 2–3 лет, а детальные данные Смитсонского каталога обладают полнотой с уровня  $VEI = 3$  и выше только после появления первых искусственных спутников Земли. Во-вторых, для случая событий-импульсов изучение структуры их последовательностей невозможно на малых временах, захватывающих менее 5–10 импульсов, из-за помех флуктуационной природы, связанных просто с дискретностью ряда. В-третьих, в пределах доступного для изучения диапазона характерных размеров могут оказаться поддиапазоны с разными свойствами. Иначе говоря, многомасштабность как качественное свойство налицо, однако самоподобие в более строгом смысле отсутствует. Такая возможность не придумана искусственно: именно для извержений в [Dubois, Cheminee, 1993] обнаружился случай, когда изученный интервал масштабов распался на два подинтервала, в каждом из которых присутствует фрактальное поведение со специфическими параметрами.

Имеются, однако, и другие точки зрения и подходы при анализе последовательности вулканических извержений. Некоторые исследования [Wickman, 1966; Ho et al., 1991; De la Cruz-Reina, 1991; Jones et al., 1999] предполагают или доказывают, что извержения конкретного вулканического центра или зоны возникают чисто случайным образом, как пуассоновский процесс. Сущность модели пуассоновского процесса в том, что для любого расположения интервала заданной длины на временной оси вероятность попадания события в такой интервал одна и та же. Пуассоновский про-

цесс характеризуется плотностью потока, то есть средним числом событий в единицу времени. Понятие пуассоновского потока является базовым, именно с ним ведется сравнение, если нужно проверить гипотезу о наличии группирования, или периодичности, или другого рода систематической неравномерности во временной структуре событий.

В ряде случаев предлагались модели неоднородных пуассоновских процессов, с переменной плотностью потока событий, причем эта плотность может либо меняться систематическим образом (детерминистически), либо сама быть случайной, [Ho, 1991; Connor, Hill, 1995; Jaquet, Carniel, 2001]. Бебингтон и Лай [Bebbington, Lai, 1996] обнаружили, что пуассоновская модель справедлива для одного из двух изученных ими вулканов, но была отвергнута для другого, который проявлял краткосрочное группирование извержений. Однако ни один из этих двух вулканов не показывал долговременной памяти и тем самым не проявлял фрактального поведения. Подобным же образом Годано и Чиветта [Godano, Civetta, 1996] обнаружили, что корреляция извержений Везувия, хотя наблюдается при коротких запаздываниях, по существу исчезает на больших временах. Жаке и Карниэль [Jaquet, Carniel, 2001] также, анализируя сейсмическую активность Стромболи, обнаружили, что имеет место лишь краткосрочная память или корреляция. В других работах выявлялись и тенденции к периодичности извержений. Например, Викман [Wickman, 1966] обнаружил циклическое поведение индивидуальных вулканов [Mason et al., 2004], установили годовой цикл эруптивной активности, а Амманн и Наво [Ammann, Naveau, 2003], выявили выраженный 76-летний цикл вулканической активности в тропическом поясе Земли с 1400 года.

В общем, многомасштабное группирующееся поведение является обычной, но отнюдь не обязательной тенденцией, и его наличие для каждого конкретного набора данных требует особого анализа. В подобном анализе специфически важной и серьезной является проблема полноты данных. Надо сказать, что предлагались подходы для исследования данных с пропусками [Guttorg, Thompson, 1991]. Однако по-настоящему убедительные результаты могут быть получены, если только имеется в наличии вполне однородный набор данных.

Несколько видов временной структуры последовательностей вулканических событий упоминались выше. Чтобы обсуждать их детальнее, нужна более аккуратная терминология. Рассмотрим сначала подход, когда игнорируется информация, касающаяся размера событий. В этом случае о тенденции к формированию эпизодических максимумов плотности или частоты событий мы будем далее говорить как об обычном группировании. Этот термин необходим для того, чтобы

отличать такой род поведения от другого рода группирования, который будет называться “порядковым группированием”. Чтобы увидеть этот второй род группирования, нужно анализировать размеры событий совместно с временами. Наблюдая последовательность событий разных размеров, можно отметить, что бывает тенденция к появлению групп именно *крупных* событий [Gusev et al., 2003]. Эти группы непосредственно видны в списке событий, упорядоченных во времени, и наличие их можно выявить, *игнорируя точные времена событий*. Важно понимать, что это явление — “порядковое группирование” — полностью независимо от обычного группирования, когда *размеры событий игнорируются*. Эти два типа закономерностей качественно различны и их не следует путать. Явление порядкового группирования впервые было обнаружено в глобальных и региональных каталогах землетрясений [Ogata, Abe, 1991; Гусев, 2005].

Как обычное, так и порядковое группирование может реализовываться исключительно на коротких временах или на небольших интервалах номеров в списке. Такое явление надо называть *краткосрочным* группированием; его время корреляции ограничено. Также группирование может проявляться одновременно на нескольких временных масштабах, включая самые длинные среди тех, которые удастся изучить. В этих последних случаях мы говорим о *долгосрочном* группировании или долгосрочной памяти процесса. В простейшем случае тенденция к группированию качественно одна и та же на всех изучаемых временных масштабах. Именно тогда мы говорим о самоподобном или фрактальном группировании.

Выше было перечислено несколько исследований, которые позволяют предполагать, что формирование фрактально организованных групп может быть разумной исходной гипотезой при исследовании вулканических последовательностей. По этой причине в дальнейшем анализе фрактальное группированное поведение рассматривается как основная альтернатива по отношению к однородному поведению без формирования каких-то групп или периодичностей.

Когда даты извержений и их размеры объединены в каталог событий, они определяют временную структуру процесса поступления продуктов извержения на поверхность Земли. Будем далее говорить о расходе продуктов извержений (РПИ), имея в виду объем, выносимый в единицу времени. В ходе накопления вулканического материала и формировании вулканогенной последовательности слоев горных пород именно РПИ определяет в большой мере геологический эффект вулканизма. Анализ тенденций поведения РПИ представляет особый интерес в плане возможных сравнений с геологической историей, потому что

индивидуальные извержения редко могут быть идентифицированы в геологической летописи.

В целом, поведение параметра РПИ во времени может быть однородным или демонстрировать какое-нибудь специфическое поведение, например, быть периодическим или, напротив, эпизодическим. Упомянутые выше исследования, основанные на стратиграфии вулканических пород, часто демонстрируют эпизодичность в поведении вулканизма во времени. Интересно выяснить, может ли такое поведение наблюдаться в датированных последовательностях вулканических событий. Возможная эпизодичность и возможная фрактальная структура РПИ могут быть проанализированы параллельно с исследованием группирования индивидуальных событий.

В последнее время оказались доступными уточненные варианты двух важных наборов данных, которые представляют глобальную вулканическую активность. Они далее используются, чтобы достичь лучшего понимания временной структуры глобального вулканизма на временных масштабах от месяцев до сотен лет.

Организация статьи следующая: она начинается с общего обсуждения видов временных структур и их особенностей, которых можно ожидать для вулканических последовательностей. Далее описываются исходные данные и их предварительная обработка и выделяются три подмножества данных для анализа. Затем, для каждого из этих подмножеств анализируются обычное группирование, порядковое группирование, эпизодичность РПИ и вариации параметра “b”. Реальность (статистическая значимость) всех этих видов поведения будет продемонстрирована для каждой или, по меньшей мере, для двух из трех анализируемых последовательностей. Наконец, проводится суммарный анализ результатов, покрывающий все анализируемые свойства и все анализируемые группы данных.

## 1. ИЗВЕСТНЫЕ И ВОЗМОЖНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ВРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ВУЛКАНИЧЕСКИХ СОБЫТИЙ

Перед тем, как рассмотреть возможные черты временного поведения последовательности вулканических событий, следует обсудить критерии отбора данных. Можно отметить, что стандарты по отбору данных в данной области науки пока не установились, и исследования сейсмичности могут брать за образец в этом плане. В сейсмологии, как для исторических, так и для современных инструментально изучаемых событий, в качестве меры используется значение магнитуды. Чтобы гарантировать, что подмножества данных являются однородными, полная длительность каталога делится на субпериоды приблизительно

постоянной степени полноты. Для каждого такого субпериода определяется магнитудный порог таким образом, что для событий выше этого порога каталог можно рассматривать как полный или приблизительно полный. Такой подход делает данные о сейсмичности приемлемыми для статистического анализа. В случае данных о вулканических извержениях их однородность может нарушаться пропусками в каталогах, неаккуратной квалификацией размера события, меняющимися во времени критериями отбора данных и т.п. Если набор данных об извержениях, которые подвергаются анализу, не приведен предварительно к однородному состоянию, легко обнаружить и статистически обосновать наличие кажущихся свойств и особенностей временной структуры, которые в природе не существуют, а являются не более чем артефактами – псевдо-явлениями, имитирующими реальность. Примеры подобных исследований в вулканологии нетрудно отыскать. Дополнительное требование к данным, специфическое для использованного ниже подхода к анализу, заключается в том, что история вулканической активности считается представимой как последовательность событий с определенными датами, а длительность самих событий считается пренебрежимо малой. Это приемлемо для эксплозивных извержений, которые преобладают в числе; для лавовых извержений использовалась дата начала извержения по каталогу. Вообще говоря, такой путь может порождать определенные неточности. Однако, как будет видно далее, примененный анализ вообще игнорирует фактор длительности события, если эта длительность составляет два года и менее. Искажениями, связанными с извержениями, чья длительность превышает два года, пренебрегли.

Чтобы выполнить перечисленные требования, сначала нужно определить дату и параметр размера для каждого события-извержения. Мы полагаем, что этот очень важный шаг уже выполнен составителями каталога. Во-вторых, должен быть задан нижний порог для размера события, чтобы обеспечить полноту данных. Применительно к реальным данным оба эти требования могут быть выполнены лишь приблизительно образом, потому что аккуратность оценок масштаба события извержения – ограниченная, и потому, что чем событие мельче, тем больше шансов, что оно может быть пропущено. Хотя можно установить относительно высокий порог для отбора по размеру события, это неизбежно приведет к снижению объема данных и часто может сделать статистический анализ невозможным. Таким образом, при выборе порога необходим определенный компромисс. Одно важное практическое требование заключается в том, что порог должен быть неизменным во времени в течение периода анализа. Если порог не определен, не устойчив или зависит от време-

ни, количественный анализ данных становится в лучшем случае бессмысленным, но скорее просто вводящим в заблуждение.

Чтобы проверить, хотя бы приблизительно образом, полноту набора данных, можно применить два следующих теста. Первый тест, который следует практике исследований сейсмичности [Gusev et al., 2003], основан на предположении, что распределение событий по размеру (“закон повторяемости для извержений”) следует закону Парето (степенному) [Turcotte, 1992; Simkin, 1993]. Этот закон может быть записан либо в дифференциальной форме для гистограммы  $n(\cdot)$ , либо в интегральной форме для кумулятивной суммы  $N(\cdot)$ :

$$n(10^{-0.5}V < V' < 10^{0.5}V) = a_d - b \lg(V) \quad (1a)$$

$$N(V' > V) = a_c - b \lg(V). \quad (1b)$$

Здесь  $V$  – определенная мера количества продуктов извержения, которая является мерой масштаба события. В дальнейшем эта мера будет называться объемом, однако и другие меры (масса, энергия и пр.) могут оказаться более адекватными. Наблюдаемое значение показателя  $b$  в уравнениях (1a) и (1b) обычно находится в диапазоне от 0.6 до 0.8. Конечно, этот закон не является строгим: но, когда для определенного набора данных он явно нарушается, например, гистограмма не спадает монотонно с ростом размера извержения, такой факт дает сильные основания подозревать неполноту набора данных.

Другой способ убедиться в полноте данных – это проверить, является ли плотность потока событий приблизительно однородной во времени. В очень обычном случае, когда плотность потока событий систематически нарастает с приближением к текущему моменту, можно сильно подозревать дрейфующий снижающийся нижний порог размера события или, что примерно, то же самое, постепенный рост степени полноты в отношении событий меньшего размера. Следует отметить, что оба предложенных способа контроля данных являются неформальными. Во-первых, природные последовательности событий могут отклоняться от идеального закона (1). Во-вторых, стабильность плотности потока событий может быть не более чем приблизительно; ведь именно ее естественные вариации во времени формируют те самые кластеры или группы, о которых, собственно, и идет речь в данной работе. Только когда набор данных проходит описанные проверки, можно попытаться проанализировать его временную структуру. С реальными данными это практически означает, что приблизительно полное подмножество данных может быть отобрано для анализа путем фиксации определенного временного окна и определенной нижней граница размера события.

Обсудим теперь тенденции, которые возможно ожидать в реальных каталогах. Наиболее известный род временной структуры — это неоднородная плотность числа событий во времени, что проявляется, например, как систематический дрейф среднего числа событий в единицу времени. В других случаях подобного очевидного тренда нет, в то время как отклонение от чисто случайного распределения событий во времени присутствует. Эти отклонения могут иметь различную форму, например, как тенденция к периодичности или как тенденция к образованию групп или всплесков, или, как случайно меняющаяся во времени плотность числа событий. Тенденция дат извержений формировать плотные группы на временной оси или, эквивалентно, тенденция к плотности числа событий формировать выраженные максимумы далее называется “обычным группированием”.

Другая, менее известная, тенденция может проявляться в последовательном списке размеров событий, когда учитывается только порядок их возникновения, а аккуратные даты игнорируются. В таком списке события различного размера могут быть распределены чисто случайным образом по своим порядковым номерам или же они могут проявлять определенную структуру. (Чисто искусственный пример такого рода — это возникновение событий в порядке размера: самое маленькое, второе по размеру и т.д.). Род структуры, который был фактически выявлен в последовательностях землетрясений и извержений вулканов — это “порядковое группирование”, или внутренняя тенденция крупнейших событий оказываться “слишком часто” близкими соседями в списке, упорядоченном по времени (“слишком часто” означает “существенно чаще, чем можно ожидать для случайно перетасованного списка событий”). Точная привязка по времени не имеет значения для порядкового группирования в отличие от случая обычного группирования, когда частота событий меняется во времени, в то время как их размер не имеет значения. При этом формируются максимумы плотности числа событий или плотные группы (“кластеры”). В работе [Gusev et al., 2003] приводится пример порядкового группирования извержений, там же имеется детальное обсуждение данного явления.

При имеющихся малых объемах наборов данных, из 100–300 событий, изучать группирование и, в частности, порядковое группирование, затруднительно. Поэтому был развит специальный подход, основанный на следующем наблюдении: в течение интервала времени, который занимает порядковая группа, доля крупных событий среди всех событий должна быть необычно большой. Этот факт наводит на мысль, что “порядковые группы” могут проявляться как вариации распределения событий по размерам. Для многих сортов

естественных, а также социальных явлений распределение размеров событий близко к степенному закону (закону Парето), и этот вид распределения уже отмечался для размеров извержений [Turcotte, 1992; Simkin, 1993] равно как и для энергий или сейсмических моментов землетрясений. По отношению к последовательностям землетрясений обычный подход заключается в том, чтобы наблюдать за распределением событий по размерам, определяя показатель упомянутого степенного закона, который обычно обозначается латинской буквой “ $b$ ”. Можно ожидать, что подобный подход может быть применен и к вулканическим последовательностям. В самом деле, интервал времени, когда количество крупных событий необычно велико, будет иметь необычно пологий график распределения по размерам, то есть необычно низкое значение  $b$ . Тесная связь между порядковым группированием и вариациями значений  $b$  дает удобный способ изучать временные соотношения между обычным и порядковым группированием; при этом удастся избежать неприятной проблемы идентификации конкретных индивидуальных групп. Когда и обычное, и порядковое группирование присутствуют в данных, можно спросить, появляются ли группы двух сортов в согласии друг с другом (“в фазе”), либо в противофазе, либо, наконец, корреляция между появлением групп названных двух типов отсутствует. Для того чтобы провести подобный анализ, обычно данные временной последовательности нарезают на интервалы и оценивают для каждого интервала параметр, значение которого позволяет каждому из интервалов приписать степень обычного и порядкового группирования. Естественным инструментом для изучения обычного группирования является локальная оценка плотности числа событий. Чтобы измерить степень порядкового группирования, можно использовать локальную оценку параметра  $b$ .

Существенный аспект временной структуры вулканических последовательностей — это ход выноса на поверхность вулканических продуктов (РПИ). Подобно плотности событий, РПИ может вести себя во времени различным образом: быть однородным, колеблющимся, монотонно-дрейфующим, и т.п. В частности, он может иметь эпизодический характер, что и будет далее показано. Но сначала надо уточнить терминологию. Когда мы говорим об эпизодическом (перемежающемся) поведении РПИ, следует четко различать три фактора, которые определяют его нерегулярный характер. Во-первых, это наличие коротких периодов самого процесса извержения на фоне длительных периодов покоя. Во-вторых — это тяжелохвостое распределение событий по размерам (уравнения 1а и 1б); этот факт имеет своим результатом то, что в распад, осредненный по большому периоду времени, основной вклад вносят

наиболее крупные события. Наконец, в-третьих, нерегулярность процесса проявляется в эпизодическом временном поведении самом по себе. Исключительно последний фактор нерегулярности исследуется в данной работе.

Перечисленные черты временной структуры вулканических последовательностей не являются взаимно независимыми. Например, рассмотрим действие факторов: эпизодичности плотности потока событий и порядкового группирования. Каждый фактор, если бы он действовал независимым образом, повлиял бы на эпизодичность РПИ. Если же оба фактора имеются в наличии, результат менее определенный. Если порядковые группы возникают синхронно с максимумами плотности числа событий, оба явления будут усиливать одно другое, и в результате эпизодичность РПИ проявится более выражено. Напротив, если порядковые группы соответствуют минимумам плотности числа событий (два типа группирования антикоррелированы), тогда эпизодичность вулканического расхода может быть снижена или даже полностью подавлена. Таким образом, параметры временной структуры следует анализировать совместно.

## 2. ИСХОДНЫЕ НАБОРЫ ДАННЫХ И ПОСТРОЕНИЕ ПРИБЛИЗИТЕЛЬНО ОДНОРОДНЫХ ПОДМНОЖЕСТВ ДАННЫХ НА ИХ ОСНОВЕ

### 2.1. Исходные наборы данных

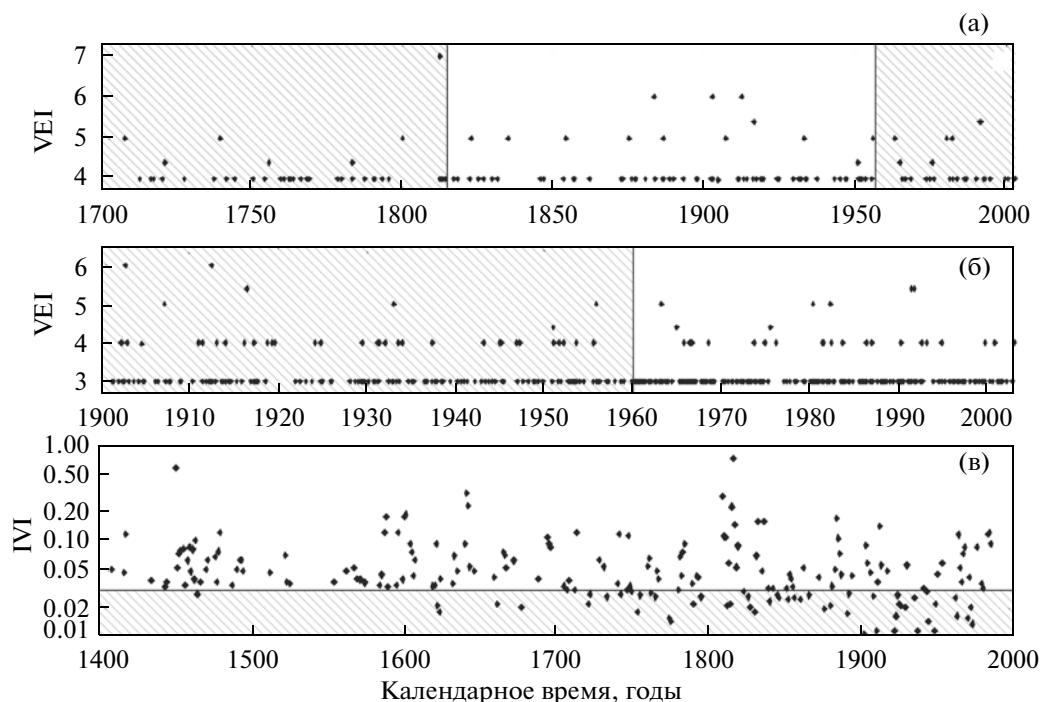
Первый набор данных, который был проанализирован в данной работе – это хорошо известный каталог извержений мира, созданный в Смитсоновском институте, [Siebert and Simkin, 2002]. Профессор Зиберт (Siebert) предоставил для анализа последнюю версию каталога, которая далее обозначается SMI. Набор данных SMI включает дату извержения, точность которой различна, и параметр размера извержения VEI (“volcanic explosivity index”). VEI отражает количество выброшенных продуктов. Это – логарифмическая мера, напоминающая магнитуду землетрясения.

Другой набор данных, который анализируется – это запись вулканической активности последних столетий, которая выражена в виде “вулканического индекса ледовых колонок” (IVI), который был предложен и собран в [Robock, Free 1996; Robock, 2000]. Профессор Робок предоставил для анализа последнюю версию этого набора данных. Для определения IVI используются датированные ежегодные слои льда, которые извлекаются из скважин в больших ледниках. Некоторые из этих слоев содержат  $H_2SO_4$  предположительно вулканического происхождения. Список значений IVI был создан путем критической компиляции последовательности кислотных слоев, обнаруженных в некотором наборе пунктов на покровных

ледниках в Северном и Южном полушариях. Кислотные слои формируются за счет следующего механизма: взрывное извержение формирует эруптивную колонну, которая проникает в стратосферу и внедряет туда  $SO_2$ , который окисляется до  $SO_3$  и формирует, в конце концов, микрокапли серной кислоты; этот аэрозоль разносится по планете стратосферными ветрами не вполне однородным образом, сначала по “своему” (Южному или Северному) полушарию, и, в меньших количествах, также и по противоположному полушарию. Аэрозоль медленно оседает, и при этом местные осадки в виде снега оказываются содержащими увеличенное количество  $H_2SO_4$ . Этот снег накапливается и захороняется в форме слоя в леднике. Характерные времена составляют недели или месяцы для разнесения аэрозоля и около года для его оседания. В результате действия ряда факторов местное содержание  $H_2SO_4$  нельзя считать вполне однозначным индикатором вулканической активности. Из этих факторов два главные – это нестабильное соотношение между размером извержения и количеством вброшенной в стратосферу  $H_2SO_4$ , а также неоднородность разноса аэрозоля, и его накопления по поверхности планеты. Второй фактор частично удается преодолеть путем сопоставления колонок из географически удаленных ледников.

Что касается физического смысла IVI, это оценка средней оптической длины поглощения в атмосфере (она является мерой поглощения света, связанной с взвешенным в воздухе вулканическим аэрозолем). В идеальных условиях значения IVI должны быть пропорциональны количеству оптически активного аэрозоля. Важная черта данных по IVI – это то, что они абсолютно независимы от данных SMI. Несмотря на определенную ограниченную точность в представлении мировой активности взрывного вулканизма, IVI является важным и ценным индикатором вулканической активности, и поэтому он был выбран как один из объектов настоящего исследования.

Следует отметить, что ни VEI, ни IVI не являются вполне совершенными мерами размера извержения. В частности, IVI в принципе не может отразить даже большие лавовые извержения: они вовсе не производят или производят небольшое количество стратосферного аэрозоля. Кроме того определение “explosivity”, которое включено в определение параметра VEI, может быть не вполне совершенным индикатором полного количества продуктов конкретного извержения. Даже в хорошо задокументированных случаях до сих пор окончательно не разрешен вопрос между определениями размера извержения, основанными на массе или объеме продуктов. Тем не менее, наборы данных, которые мы используем, – это лучшее, что сегодня доступно.



**Рис. 1.** Исходный материал и выбор сегментов данных, для которых приблизительно обеспечена полнота. а – источник данных – SMI, приведены данные с 1700 г. с  $VEI \geq 4$ , выбранный для анализа период – 1820–1960 гг., можно заметить, что брешь в данных возникла в течение Наполеоновских войн; б – источник данных – SMI, приведены данные с 1900 г. с  $VEI \geq 3$ , выбран период 1960–2003 гг.; в – набор данных IVI с 1400 г., отобраны данные с  $IVI \geq 0.33$  за весь период.

## 2.2. Подготовка квазиоднородных подмножеств набора данных SMI

Набор данных SMI включает дату извержения и параметр его масштаба – VEI. Чтобы сформировать численное представление размера извержения, мы используем параметр  $V = 10^{VEI}$ . Чтобы представить численно случай, когда данные VEI приводятся как “4+” или “5+”, параметр  $V$  удваивался. Для событий, в которых не указывался месяц, дата приписывалась 1 июля. На рисунках 1а и 1б можно видеть текущий уровень полноты глобальных вулканических данных. Рассмотрение рисунка наводит на мысль, что можно выбрать приблизительно следующие однородные наборы данных: набор данных с  $VEI \geq 3$  после 1960 года (число таких событий  $N = 226$ , и дальше этот набор данных обозначается SMI3), и набор данных с  $VEI \geq 4$ , начиная с 1820 года. Чтобы иметь независимые наборы данных, набор данных с  $VEI \geq 4$  был ограничен временным интервалом 1820–1960 г. Этот набор содержит  $N = 72$  события и дальше обозначается SMI4. Распределения по размерам для периодов 1960–2002 и 1850–1960 гг. (рис. 2) достаточно близки к степенному закону и подтверждают корректность выбора именно таких наборов данных.

Выбор начальной даты 1820 г. для каталога SMI связан со следующими обстоятельствами. Срав-

нение периодов 1790–1820 гг. по каталогам SMI и IVI дает неожиданный результат. По каталогу IVI (неисторическому, вроде бы более объективному) после 1805 г. виден выраженный кластер, в то время как по SMI этот период почти пуст, а для событий с  $VEI = 4$  – полностью пуст в 1790–1814 гг. Предположительно, это различие связано с событиями в Европе, резко снизившим и объем судоходства ведущих колониальных держав – Англии, Франции, Голландии и Испании, и относительный интерес к событиям в природе. Поэтому было сочтено целесообразным отсечь этот период для каталога SMI, даже несмотря на то, что при этом было отсечено крупнейшее событие последних столетий – извержение Тамбора 1815 г.

## 2.3. Предварительная обработка набора данных IVI

Исходная версия каталога IVI состоит из двух списков ежегодных значений IVI для периода 1400–1986 гг. для каждого полушария, которые далее обозначаются  $IVI_{NH}$  и  $IVI_{SH}$ . Чтобы сформировать набор данных для земного шара, эти два списка были слиты. В ряде случаев имеется непустая запись в обоих полушариях; это может соответствовать либо одиночному извержению, которое имело эффект в обоих полушариях (случай типичен для вулканов в тропиках), либо к случаю

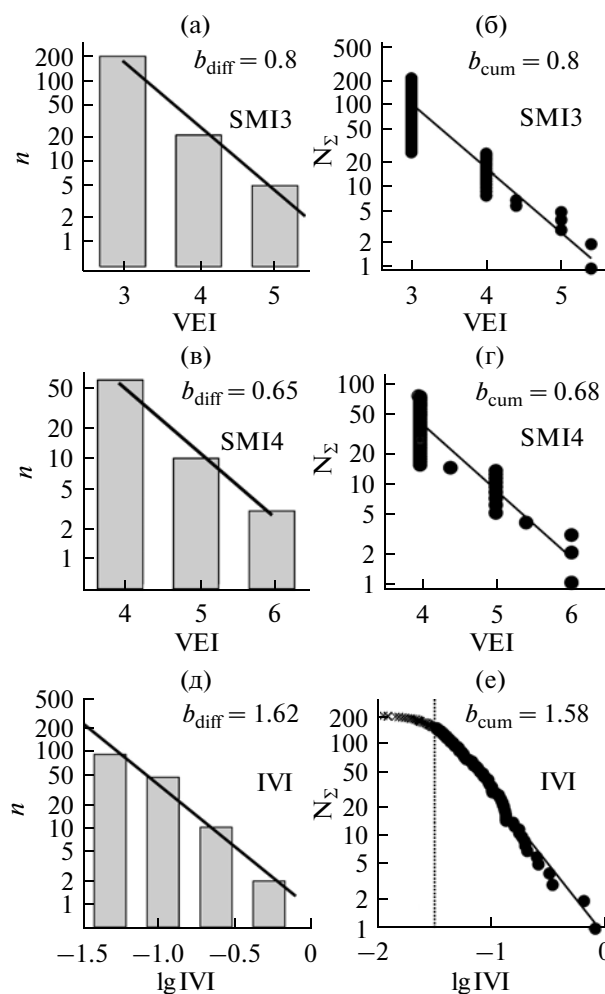
синхронных извержений в каждом полушарии. Для таких случаев нужно каким-то образом скомбинировать два значения. Два очевидных способа сделать это следующие: взять максимум из двух величин или взять сумму. Первый способ, должен, по-видимому, давать недооценку, а второй, наоборот, может порождать завышенные оценки. В качестве компромиссного решения для построения глобального индекса была использована следующая схема (подчеркнем, что она не имеет физического смысла, но решает ограниченную задачу разумного комбинирования данных по двум полушариям):

$$IVI_{GL} = (IVI_{NH}^2 + IVI_{SH}^2)^{0.5}. \quad (2)$$

На рис. 1в видно, как меняются во времени данные  $IVI_{GL}$ . Отсутствие временной однородности данных легко заметить как переменную густоту точек в нижней части графика (при  $IVI_{GL}$  около 0.25–0.5 и менее). Рис. 2 дает представление распределения событий по размерам в форме гистограммы и в виде кумулятивного графика. Можно видеть, что уравнения 1а и 1б приблизительно справедливы в диапазоне от максимальных значений  $IVI_{GL}$  вниз до значения  $IVI_{GL} = 0.03–0.04$ , затем имеется явная тенденция к насыщению, которая показывает, что исходный каталог  $IVI$  здесь теряет полноту. Весьма любопытно численное значение для параметра  $b$  набора данных  $IVI_{GL}$ . Оно отличается от аналогичного значения для данных  $SMI$  более чем вдвое. Точности наших оценок  $b$  – порядка 10%, так что различие вполне реально. Гипотетически этот факт может означать, что относительной содержание  $SO_2$  в эксплозивной колонне резко падает с ростом масштаба извержения.

В дальнейшем анализировалось подмножество списка  $IVI_{GL}$  со значением  $IVI_{GL} \geq 0.033$ ; эта последовательность далее обозначается просто  $IVI$ . Она содержит  $N = 146$  ненулевых годовых значений  $IVI$ . В качестве меры размера события используется непосредственно значение  $IVI$ . Несомненно, что в действительности в ряде случаев не одно, а несколько индивидуальных извержений вносит вклад в одиночное значение  $IVI$ : такого рода искажения были неизбежны для данных этого рода.

Многие из годовых значений  $IVI$  образуют пары и непрерывные цепочки, которые протягиваются в течение более двух лет. Некоторые пары могут быть связаны с медленным осаждением аэрозоля, в то время как другие пары, а также цепочки, длительность которых превышает три года и более, скорее всего, отражают реальные серии извержений в последовательные годы. Чтобы результаты были более надежными, для обработки данных применяли спектральный анализ, который позволяет аккуратно отсечь вклад в оценки параметров группирования от событий, форми-



**Рис. 2.** Соотношение размер–частота для наборов данных  $IVI$  (а, б),  $SMI3$  (в, г) и  $SMI4$  (д, е).

слева данные представлены в виде гистограмм (а, в, д) с высотой вертикальной колонки, пропорциональной логарифму числа событий в соответствующем интервале логарифмической оси размеров (см. уравнение 1б). Справа, также в билогарифмической шкале, приведены графики (б, г, е) суммарного числа событий  $N_{\Sigma}$ , связанные с дополнительной кумулятивной функцией распределения (см. уравнение 1а). Прямые линии – это подгонка наименьшими квадратами; наклоны этих прямых линий дают оценки параметра  $b$ , приведенные на графиках. Вертикальный пунктир указывает значение отсечки для параметра  $lg IVI$ , равное 0.033. Только значения  $IVI$  выше этого порога были включены в гистограмму и в расчет параметра  $b$ . Имеющееся здесь распределение неплохо аппроксимируется законом (1).

рующих группы на коротких временных интервалах. Конкретное кратчайшее допустимое значение запаздывания, которому разрешается влиять на наши результаты, составляет три года. Поскольку время осаждения аэрозоля не превышает 1.5–2 лет, выбор порога, равного 2.5 года, позволяет надежно отсечь фиктивное группирование за счет неполного осаждения аэрозоля.



### 3. ВАРИАЦИИ ПЛОТНОСТИ ПОТОКА СОБЫТИЙ И ОБЫЧНОЕ ГРУППИРОВАНИЕ

#### 3.1. Процедура анализа

Существует несколько возможностей изучать многомасштабные вариации плотности потока событий, например, анализ вариограмм [Jaquet, Carniel, 2001] или мультифрактальный анализ [Godano, Civetta, 1996]. Нам необходим такой способ, который позволил бы обойти проблему коротких временных интервалов, которая затрудняет анализ набора данных IVI. Присутствие корреляции для коротких временных интервалов в этом случае может являться результатом конечного времени осаждения аэрозоля; этот сигнал нужно подавить. По этой причине применялся спектральный анализ данных, так что спектральные компоненты с возможными искажениями можно было просто отфильтровать.

Последовательность дат событий была представлена как функция времени, состоящая из идентичных выбросов (дельтаобразных импульсов) *единичной* амплитуды. Это представление данных символически обозначается как  $l(t)$ . В случае однородной плотности потока событий (чисто случайный или Пуассоновский процесс), средний спектр мощности  $P(f)$  функции  $l(t)$  является постоянной, иначе говоря, это — белый шум. В случае периодичности возникают спектральные пики. В случае автомобильных всплесков плотности событий  $P(f)$  — это степенная функция  $P(f) \sim f^\alpha$ , где значение  $\alpha$  в типичных случаях находится в интервале от 0 до 1.5. Этот случай известен под названием “импульсный шум типа  $1/f$ ”, или “розовый шум” (“розовый”, потому что усилены низкие частоты). В мультифрактальном контексте величина  $1 - \alpha$  совпадает с корреляционной размерностью  $D_c = D_2$ .

Чтобы выявить наличие розового спектра в реальных данных, надо проверять гипотезу “ $\alpha > 0$ ” против нулевой гипотезы “ $\alpha = 0$ ”, что соответствует случаю плоского (“белого”) спектра  $P(f)$ ,  $D_c = 1$  и отсутствию фрактального группирования. Обычный подход заключается в том, чтобы выбрать набор конкретных частот  $f_i$  и, путем осреднения наблюдаемого степенного спектра  $P_0(f_i)$ , найти для каждой  $f_i$  оценку  $P_e(f_i)$  спектральной плотности  $P(f)$  в окрестности  $f_i$  (т.е. в сущности, периодограммы данных) по частотному окну, центрированному на  $f_i$ . В этом случае для выявления именно степенного поведения спектра может быть выполнена линейная регрессия  $\lg P_e(f_i)$  как функции от  $\lg(f_i)$ , и наклон соответствующей линии регрессии дает нам оценку параметра  $-\alpha$ . Но такой подход плохо работает для самых низких частот, где расположена важная информация, касающаяся масштабирования спектра. Альтернативный подход [Pisarenko, Pisarenko, 1991], заключается в том, чтобы инте-

грировать  $P_0(f_i)$  численным образом, причем получается интеграл от спектра мощности  $IP_0(f_i)$ . В случае степенного хода  $P(f)$ , функция  $IP(f)$  ведет себя как  $f^{-\alpha+1} = f^{-\beta}$ . Когда анализируется автомобильное поведение спектра, полезно уравнивать относительные вклады в результат от различных частотных полос, которые перекрывают логарифмическую ось частот. В ряде случаев используют октавные полосы. Мы используем более плотную сетку частот: три точки на октаву или десять точек на декаду. В идеале мы хотели бы оценить проинтегрированный спектр  $IP_0(f)$  в точках  $f_j$  таких, чтобы они формировали геометрическую прогрессию  $f_{j+1} = af_j$ , причем отношение  $a = 1.259 = 10^{0.1}$ . Эту цель, однако, нельзя реализовать буквально, потому, что наши первоначальные спектральные оценки  $P_0(f_i)$  расположены в определенных точках оси частот  $f_i$ , которые расположены с постоянным шагом  $1/T$  по частоте, и тем самым формируют *арифметическую* прогрессию. Таким образом, из набора точек  $f_i$  мы должны выбрать подмножество  $f_j$  такое, которое близко к геометрической прогрессии. В этом случае линейную регрессию можно выполнить, используя пары  $\{\lg f_j, \lg IP(f_j)\}$ . Фактический набор спектральных точек, который был использован в работе, можно записать следующим образом:  $f_j = (1/T)\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 25, 32, 40, \dots\}$ . В результате регрессионного анализа получается оценка  $\beta = \alpha - 1$  и, таким образом, оценка  $\alpha$ . Надо отметить, что в эмпирической дискретной функции  $IP(f_j)$  точность первых одной-двух точек чрезвычайно низкая, и это неизбежно. Поэтому даже заметные отклонения этих точек от прямолинейной линии регрессии терпимы и не должны рассматриваться как указание на низкую надежность результата линейной регрессии.

Оценка  $\alpha$  должна сопровождаться характеристикой точности, например, доверительным интервалом. Еще удобнее оценить функцию распределения, на основе которой можно было бы формально проверить гипотезу “ $\alpha > 0$ ”. Задача построения параметров точности аналитическим путем не вполне хорошо поставлена даже в асимптотическом случае набора данных большого размера; в случае же реального небольшого набора данных это — трудная задача. Чтобы обойти эту проблему (которая имеет отношение не только к оценке именно параметра  $\alpha$ ), выполнялись Монте-Карловские оценки распределения анализируемых параметров для случая нулевой гипотезы, и этот подход систематически используется в дальнейшем. Чтобы получить такие оценки, фактическая временная структура событий заменяется на много экземпляров рандомизированной структуры. Набор искусственных дат событий (“суррогатные данные”) генерируется как реализация Пуассоновской последовательности, и каж-

дый суррогатный набор данных обрабатывается с использованием той же самой процедуры, что и та, которая применяется к реальным данным. Эмпирическая функция распределения оценок  $\alpha$ , определенная с использованием 1000–10000 реализаций последовательности данных с истинным значением  $\alpha = 0$ , является приближением к распределению значений  $\alpha$  для случая нулевой гипотезы. Чтобы определить уровень значимости для гипотезы  $\alpha > 0$ , наблюдаемое значение  $\alpha_{ob}$ , полученное из наблюдаемых данных, используется как граничное значение и эмпирическая функция распределения интегрируется от  $\alpha_{ob}$  до бесконечности. В результате получается оценка вероятности распределения события  $\alpha > \alpha_{ob}$  при условии, что нулевая гипотеза верна; по определению результат и является уровнем значимости  $Q$  для гипотезы, которая рассматривается, а именно “ $\alpha > 0$ ”. Традиционно выбирают круглые критические значения для  $Q$ , например, 1%, 2.5% и т.д.: в нашем случае значения  $Q$  являются результатом расчета и не принимают заранее заданных предпочтительных значений. Дополнительная польза Монте-Карловского моделирования заключается в том, что определяется смещение численной оценки  $\alpha$ , которое является результатом использования выборки малого объема (оно может достигать 0.07–0.09 для случая SM14, когда всего 74 события); результирующие оценки  $\alpha$  были подправлены для компенсации этой систематической ошибки. Более детально это описано в работе [Гусев, 2005].

В общем, спектральный анализ данных является стандартным инструментом для выявления периодичности. Четкий 76-летний цикл был выявлен Амманом и Наво [Ammann, Naveau, 2003]) после специальной предварительной обработки, которая была применена к тем же самым наборам данных ( $IVI_{NH}$  и  $IVI_{SH}$ ). Выполняемый здесь анализ не обнаружил никакой заметной периодичности.

После этого введения рассмотрим индивидуальные наборы данных.

### 3.2. Набор данных SM13

На графике зависимости размера события от времени, построенном для этих данных (рис. 3а), можно видеть, в частности, последовательность дат событий. Эти данные на глаз распределены не вполне однородно, но не вполне ясно, насколько маловероятным является получить такого рода последовательность путем чисто случайного разбрасывания точек вдоль временной оси. Для выполнения спектрального анализа с целью выделения возможного обычного группирования была использована дискретная дробная временная шкала, в которой был выбран произвольный малый шаг по времени, равный  $T/2048$ , после чего

применялось дискретное преобразование Фурье для набора из 2048 точек. На рис. 4а виден проинтегрированный спектр  $IP(f)$ , который можно аппроксимировать прямой линией с наклоном 0.92. Это соответствует слабо окрашенному розовому шуму и показывает, что некоторая тенденция к кластеризации дат событий имеет место. Оценка  $\alpha$  равна 0.08. Далее выполнялась проверка значимости для частотного диапазона 0.25–10 г.<sup>-1</sup> (диапазон периодов 40–0.1 г., причем кратчайший период выбран в соответствии с типичной точностью данных SM13 по времени).

Формальный уровень значимости  $Q$  был получен с помощью Монте-Карловского моделирования для гипотезы “ $\alpha > 0$ ”, которое описано выше. В табл. 1 приводятся значения уровня значимости для всех сортов спектрального анализа. Среди 5000 суррогатных наборов данных 686 дали значения  $\alpha > 0.08$ : это означает, что средний уровень значимости приблизительно составляет  $Q = 686/5000 \approx 14\%$ . Таким образом, хотя плотность событий показывает определенную качественную тенденцию к группированию, о реальности этой тенденции невозможно сделать ясного суждения.

### 3.3. Набор данных SM14

На графике время – размер события (см. рис. 3в) можно заметить группы точек, но формальный анализ, который иллюстрируется на рис. 4г, показывает, что тенденция к группированию не проявляется уверенно. Ниже пояснено, почему мы используем верхнюю частоту анализа равную 0.1 г.<sup>-1</sup> (период 10 лет). Для гипотезы “ $\alpha > 0$ ” получено значение уровня значимости  $Q = 27\%$ , так что данная гипотеза не может быть признана достоверной. Качественно полученная оценка  $\alpha = 0.16$  согласуется с идеей наличия группирования.

### 3.4. Набор данных IVI

На графике время – размер события (см. рис. 3е) можно увидеть довольно заметную неоднородность дат событий. На рис. 4ж приводится линия регрессии для интегрированного спектра, она изображена и анализируется только для частот ниже 0.333 г.<sup>-1</sup>. Таким путем отсекаются всевозможные вклады таких интервалов между событиями, которые были бы короче, чем 3 года. В результате, даже если аэрозоль находится в атмосфере в течение 2-х лет, это явление не может исказить наши результаты и породить фиктивную эпизодичность. Можно видеть, что проинтегрированные спектры соответствуют слегка розовому шуму, с оценкой  $\alpha = 0.13$ . Монте-Карловская оценка уровня значимости  $Q$  для гипотезы “ $\alpha > 0$ ” соответствует 10%, указывая на определенную тенденцию к “обычному” группированию.

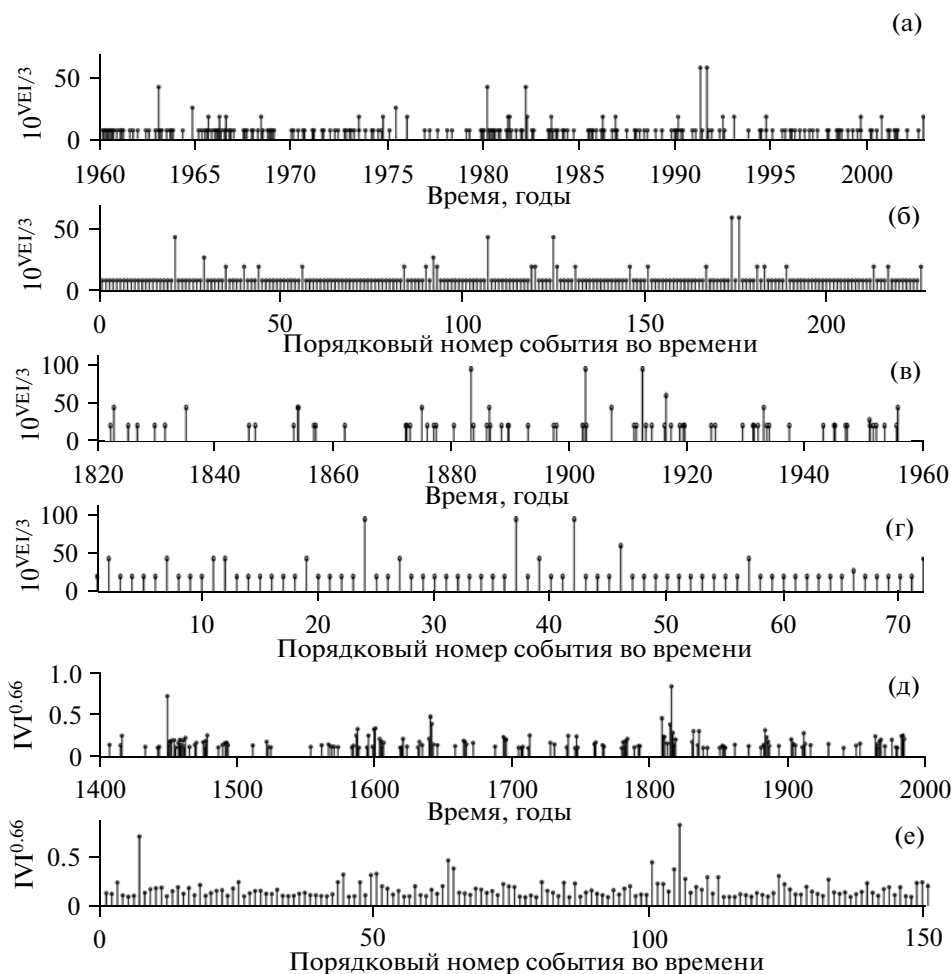


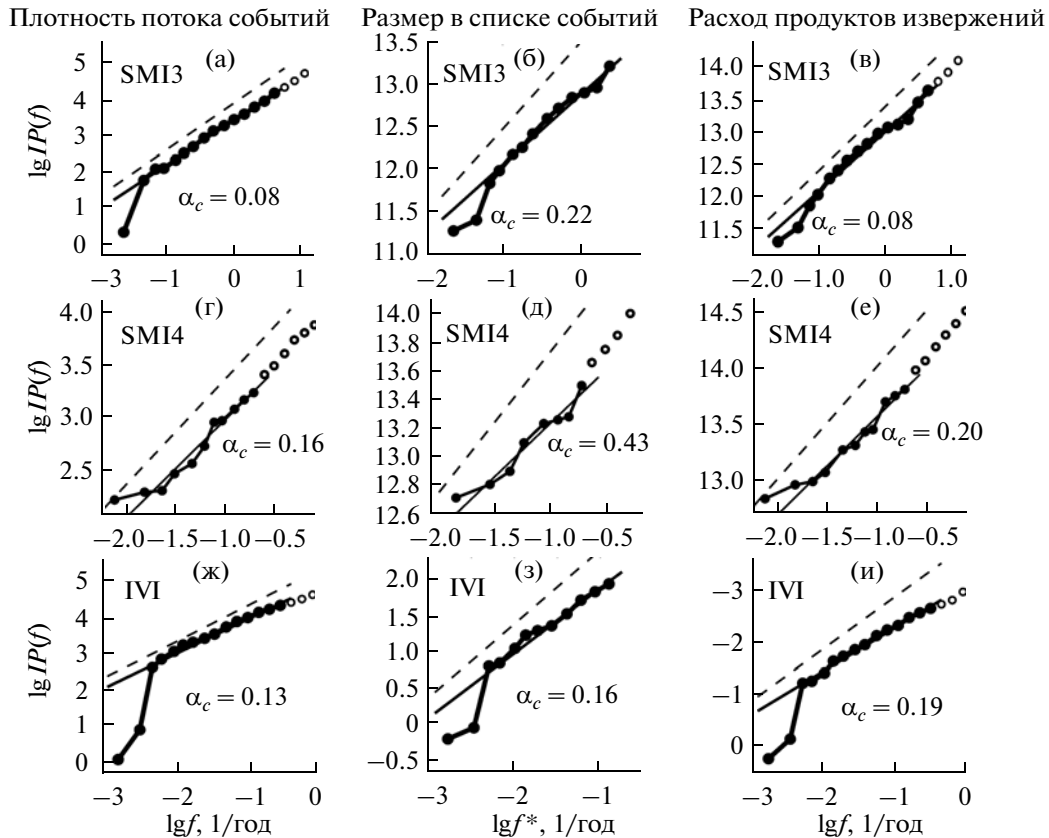
Рис. 3. Размер события как функция времени (на графике а, в, д) и как функция последовательного номера события (графики б, г, е). Приведены графики для наборов данных SMI3 (а, б), SMI4 (в, г) и IVI (д, е).

#### 4. ПОРЯДКОВОЕ ГРУППИРОВАНИЕ

##### 4.1. Процедура анализа

Как объяснено выше, “порядковое группирование” — это тенденция к группированию, которая наблюдается в упорядоченном по времени списке размеров событий. Этот список рассматривается как дискретная функция от порядкового номера события в списке; эта функция далее будет обозначаться как  $V(i)$ . Снова к этой функции применяется спектральный анализ. Чтобы сделать частотные шкалы на спектральных графиках приблизительно сопоставимыми, целые значения дат, которые выше обозначены  $i$ , умножаются на величину искусственного временного шага, равного среднему интервалу между событиями. (Для анализа значимости подобная модификация не имеет значения). Результирующая временная шкала обозначается как  $t^*$ . Аргумент преобразования Фурье  $V(t^*)$  обозначается  $f^*$ . Рассмотрим теперь функцию  $V(i)$  (или  $V(t^*)$ ). Когда последовательность размеров является случайной,  $V(t^*)$

является белым шумом, в то время как при наличии порядкового группирования  $V(t^*)$  является перемежающейся функцией. Более того, если группы не имеют предпочтительного масштаба по оси  $t^*$  (что весьма вероятно), то  $V(t^*)$  может иметь характер розового шума. Чтобы обнаружить присутствие такого шума, можно применить тот подход, который выше уже применялся по отношению к плотности числа событий. При этом необходимо сделать следующие небольшие модификации. При анализе  $V(i)$  используется дискретное преобразование Фурье на  $N$  точках, где  $N$  — число событий. (Это изменение — чисто технического характера). Затем применяется аналитическая техника, описанная выше для случая  $P(f)$ :  $V(f^*)$  интегрируется и дает интегральный спектр  $IV(f^*)$ ; после чего оценивается параметр  $\alpha$  в соотношении  $IV(f^*) \sim f^{-\alpha+1}$ . Оценка параметров зависимости  $\lg IV(f^*)$  как функции  $\lg(f^*)$  проводится с помощью линейной регрессии. На последнем шаге оценивается уровень значимости для гипотезы “ $\alpha > 0$ ” путем Монте-Карловского



**Рис. 4.** Проинтегрированные спектры мощности  $IP(f)$ , вычисленные для наборов данных IVI, SMI3 и SMI4 (изображены жирными точками).  
 Левая, средняя и правая колонки соответствуют последовательностям данных “ $I(t)$ ”, “ $V(i)$ ” и “ $V(t)$ ”, соответственно. Средняя колонка соответствует графикам “время–размер” (см. рис. 3б, 3г, 3е). Правая колонка соответствует последовательностям, изображенным на рис. 3а, 3в, 3д. Штриховые линии с наклоном 1 – это опорные случаи “белых” спектров мощности ( $P(f) = \text{const}$ ,  $IP(f) \sim f^1$ ), когда временная структура отсутствует. Прямые линии – это подгонка вычисленных спектров с помощью степенных законов. Кружки – это точки, которые при подгонке были исключены, пояснения в тексте. Спектральные плотности, логарифмы которых отображены по вертикальной шкале – в произвольных единицах.

подхода с использованием большого числа наборов суррогатных данных. В этом случае, для того, чтобы генерировать суррогатные данные, в которых нет временной структуры, совершенно бесполезно возмущать даты событий, потому что даты событий отброшены; вместо этого перетасовывается случайным образом упорядоченный по времени список размеров событий.

#### 4.2. Набор данных SMI3

Чтобы определить уровень значимости порядкового группирования, только что описанная процедура выполняется для данных SMI3, см. рис. 3б, для соотношения размер–частота, и рис. 4б, где приведен график  $\lg IV(f^*)$  от  $\lg(f^*)$ . Форма проинтегрированного спектра хорошо описывается прямой линией, и ее наклон  $0.78 < 1$  указывает на ясную тенденцию к кластеризации. Отклонение первых двух точек можно спокойно проигнорировать, как было отмечено выше. В от-

ношении численных результатов см. табл. 1. Полученное значение уровня значимости  $Q = 2.1\%$  наводит на мысль, что гипотеза многомасштабного порядкового группирования хорошо согласуется с данными наблюдений.

Любопытно, что такой, выглядящий достаточно убедительно, уровень значимости получается в существенной мере за счет того, что обоим событиям дублета извержений 1991 г. (извержения Пинатубо и Серро Леон), было в Смитсоновском каталоге приписано именно значение  $VEI = 5+$  (а не 5). Эта примечательная тесная группа 1991 г. представляет собой единственную пару извержений максимального для периода 1960–2002 гг. размера  $VEI = 5+$ . Если бы этим двум событиям была бы приписана оценка  $VEI = 5$  (так, что всем пяти сильнейшим извержениям обсуждаемого периода был бы приписан идентичный масштаб), тогда уровень значимости изменился бы и стал намного менее впечатляющим (17%).

**Таблица 1.** Параметр наклона спектра  $\alpha$  и связанные с ним параметры, оцененные путем интегрирования наблюдаемых спектров мощности

Способ обработки	$\alpha$	$D_c$	$\sigma(\alpha)$	$Q$ (%)	$Q_{st}$ (%)
Данные: SMI3, N = 226, $V = 10^{VEI}$ , $f_{up} = 10 \text{ г}^{-1}$					
$1(t)$	0.08	0.92	0.06	14	15
$V(i)$	0.22	0.78	0.09	2.1	2.5
$V(t)$	0.08	0.92	0.05	5.9	10
Данные: SMI4, N = 72, $V = 10^{VEI}$ , $f_{up} = 0.2 \text{ г}^{-1}$					
$1(t)$	0.16	0.84	0.23	27	—
$V(i)$	0.43	0.65	0.30	11	15
$V(t)$	0.20	0.80	0.20	16	—
Данные: IVI, N = 146, $V = IVI$ , $f_{up} = 0.33 \text{ г}^{-1}$					
$1(t)$	0.13	0.87	0.09	6.7	10
$V(i)$	0.16	0.84	0.12	8.9	10
$V(t)$	0.19	0.81	0.09	1.7	2
Среднее по наборам данных					
$1(t)$	0.09	0.91	0.050		
$V(i)$	0.20	0.80	0.072		
$V(t)$	0.11	0.89	0.044		

Примечание.  $\alpha$  — оценка показателя степенного закона в спектре мощности;  $D_c = 1 - \alpha$  — оценка корреляционной размерности;  $\sigma(\alpha)$  — среднеквадратическая ошибка для оценки  $\alpha$ ;  $Q$  — вычисленный уровень значимости для гипотезы “ $\alpha > 0$ ” против нулевой гипотезы “ $\alpha = 0$ ”;  $Q_{st}$  — то же самое значение, округленное до традиционного уровня значимости; курсив — случай  $Q > 15\%$ , значимость недостоверна; прочерк — случай незначимых данных.

#### 4.3. Набор данных SMI4

График  $V(i)$  (см. рис. 3г) показывает один ясный, но относительно длинный кластер в период 1883–1907–1912 гг. (включающие извержения Кракатау, Санта-Мария и Катмаи), компактных кластеров не заметно. Форма спектра (см. рис. 4д) отклоняется от единицы только ниже частоты  $0.2 \text{ г}^{-1}$  (т.е. когда “периоды”  $1/f^*$  превышают 5 лет). На более высоких “частотах” спектр белый, а общая форма спектра в билогарифмическом масштабе криволинейна. Таким образом, в этом случае можно проверить только наличие группирования: однако предположение *самоподобного* группирования не поддерживается этим набором данных. Чтобы проверить гипотезу группирования, анализ был ограничен только “частотами”  $f^* < 0.2 \text{ г}^{-1}$ . Для этой частотной полосы была получена оценка  $\alpha = 0.43$ , примечательная по величине, но обладающая весьма низкой точностью. Значение уровня значимости  $Q = 11\%$ ; таким образом, хотя имеется определенная качественная тенденция к порядковому группированию, о реальности этой тенденции невозможно сделать вполне четкого суждения.

#### 4.4. Набор данных IVI

На рис. 3е видно, что график  $V(i)$  показывает явные всплески, наводящие на мысль о присутствии порядкового группирования. Зависимость  $\lg IV(f^*)$  от  $\lg f^*$  на графике (см. рис. 4з) анализируется для диапазона частот от  $f^* = 0.33 \text{ г}^{-1}$  и ниже; таким образом, отсекаются возможные искажения, связанные с малыми временными интервалами. В пределах этого диапазона частот (а на самом деле в еще более широкой полосе) форма спектра хорошо аппроксимируется прямой линией (с наклоном  $1 - \alpha = 0.84$ ), что делает разумным предположение о самоподобии группирования. На основе полученного уровня значимости  $Q = 9\%$  можно сделать заключение, что гипотеза самоподобного порядкового группирования поддерживается данными.

### 5. ВСПЛЕСКООБРАЗНЫЙ ХАРАКТЕР РАСХОДА ПРОДУКТОВ ВУЛКАНИЧЕСКИХ ИЗВЕРЖЕНИЙ (РПИ)

#### 5.1. Процедура анализа

Чтобы исследовать РПИ, последовательность данных была представлена как временная функ-

ция, состоящая из импульсов (дельтаобразных импульсов) таким же образом, как при обычном группировании, однако с тем естественным изменением, что размер импульса теперь имеет амплитуду, равную размеру события, а не единице. Результат обозначается  $V(t)$ . Чтобы при генерации суррогатных данных разрушить временную структуру, будут применяться обе ранее упомянутые рандомизации: а именно, реальные даты подменяются Пуассоновской последовательностью дат, а упорядоченный во времени список размеров событий случайным образом перетасовывается. Остальные шаги анализа выполняются так же, как и ранее.

### 5.2. Набор данных SM13

На рис. 3а приведены исходные данные на временной оси, на рис. 4в — формы спектров и линии регрессии зависимости  $\lg IV(f)$  от  $\lg(f)$ . Наблюденный спектр хорошо описывается прямой линией с наклоном 0.92, таким образом, сигнал имеет характер розового шума со значением  $\alpha = 0.08$ . Значение  $Q$  составляет 6%, наводя на мысль, что автомобильное эпизодическое поведение РПИ является вполне приемлемой гипотезой для данных SM13.

### 5.3. Набор данных SM14

Для этого набора данных (см. рис. 3в) подобно тому, что имеет место для анализа  $V(i)$ , эпизодический характер РПИ подтверждается формой спектра (см. рис. 4е) только для достаточно низких частот (для периодов длиннее, чем 5 лет). Уровень значимости не убедительный, недостаточно низкий (около 16%). В данном случае заключение об эпизодическом характере процесса не является достоверным, несмотря на определенную качественную тенденцию.

### 5.4. Набор данных IV1

На рис. 3д видна исходная временная структура данных. Наблюденный спектр изображен на рис. 4и, и он хорошо описывается прямой линией с наклоном, который указывает на наличие розового шума со значением  $\alpha = 0.19$ . Значение  $Q$  ниже 2%, таким образом, реальность эпизодического поведения РПИ в данном случае подтверждается достаточно надежно.

## 6. КОРРЕЛЯЦИЯ ВО ВРЕМЕНИ МЕЖДУ ОБЫЧНЫМ И ПОРЯДКОВЫМ ГРУППИРОВАНИЕМ

### 6.1. Общий подход

Выше было отмечено, что соотношение между степенью выраженности обычного группирования (т.е. вариации плотности числа событий), порядкового группирования и вариациями РПИ на-

водит на мысль, что первые два явления могут действовать согласованно с тем, чтобы третье было относительно усилено. Было также отмечено, что идею согласованного действия можно проверить путем рассмотрения зависимости между плотностью числа событий и вариациями параметра  $b$ . В этом случае, максимумы плотности числа событий должны совпадать с группами событий относительно большого размера, а появление таких групп должно вызывать *низкие* значения локальной оценки параметра  $b$ . Таким образом, гипотеза “согласованности” предсказывает *отрицательную* корреляцию во времени между плотностью числа событий и параметром  $b$ .

Чтобы проверить описанную идею, используется следующая техника обработки данных. Упорядоченный во времени список  $N$  событий нарезается на последовательность  $K$  пакетов, причем каждый пакет содержит одинаковое фиксированное число событий  $M$ , в то же время длительность пакета — переменная. Несколько событий в конце списка, которые не образуют целого пакета, отбрасываются. Длительность  $i$ -го пакета равна  $dt_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, K$ . Для  $i$ -го пакета локальная оценка плотности числа событий, очевидно, равна  $\lambda_i = M/dt_i$ , а локальная оценка параметра  $b$  по методу максимального правдоподобия [Аки, 1965] это:

$$b_i = \ln \left[ \frac{\left( \sum_j \lg V_j \right)}{M} - \lg V_0 \right]^{-1} \equiv \ln [\bar{m} - \lg V_0]^{-1}, \quad (3)$$

где  $V_j$  обозначает размер  $j$ -го события,  $V_0$  — нижний порог, используемый при отборе событий  $V_j$ , а  $\bar{m}_i$  — средний логарифм размера события в  $i$ -том пакете данных; далее  $\bar{m}_i$  называется “средней магнитудой”. При анализе корреляции между  $\lambda_i$  и  $b_i$  обнаруживается необходимость компромисса. С одной стороны, желательна хорошая точность оценок  $\lambda_i$  и  $b_i$ , для этого нужно, чтобы значения  $M$  были велики; однако при этом число таких оценок  $K$  будет мало. С другой стороны, желательно получить аккуратную оценку коэффициента корреляции  $\rho$ ; с этой целью нужно увеличивать  $K$ , что неизбежно влечет снижение  $M$ . В этой ситуации близоптимальный выбор заключается в том, чтобы выбрать как  $K$ , так и  $M$  — порядка  $N^{0.5}$ .

Поскольку объемы данных очень невелики, результаты подобного анализа подвержены большим статистическим флуктуациям. Чтобы снизить их эффект, вводятся две модификации. Во-первых, число оценок  $\lambda_i$  и  $b_i$  удваивается путем использования 50% перекрытия временных окон или пакетов. Так, если принято иметь, например,  $M = 8$  последовательных событий в пакете, то последовательные пакеты включают события с номерами  $i = (1, 2, \dots, 8), (5, 6, \dots, 12), (9, \dots, 16), (13, \dots, 20)$

**Таблица 2.** Параметры корреляции между временными рядами плотности потока событий и “средней магнитуды”  $\bar{m}$

Набор данных, их объем	Размер пакета $M$	$\rho$	$Q$ (%)
SM13, N = 226	30	0.22	—
SM14, N = 72	4	0.17	—
IVI, N = 146	6	0.53	0.3
»	8	0.46	2.6
»	10	0.33	13
»	12	0.45	7.2
»	14	0.26	23
»	16	0.46	11

и т.д. Во-вторых, тот же самый анализ повторяется для набора вариантов параметра  $M$ . В дополнение к сказанному было обнаружено, что для малых наборов данных предпочтительнее использовать непосредственно статистику  $\bar{m}$  и не преобразовывать ее в параметр  $b$ . Отрицательная корреляция между  $\lambda_i$  и  $b_i$  означает положительную корреляцию между  $\lambda_i$  и  $\bar{m}_i$ . (Интуитивно это очевидно: высокая плотность числа событий коррелирует с высоким средним логарифмическим размером события.) Таким образом, анализируется корреляция между временными рядами  $\lambda_i$  и  $\bar{m}_i$ , во-первых, визуально, а во-вторых, путем статистического анализа. Мы ожидаем, что значение  $\rho > 0$ , и проверяем эту гипотезу против нулевой гипотезы “ $\rho = 0$ ”. Для анализа значимости снова применяется техника Монте-Карло с суррогатными последовательностями данных; они формируются из точек, равномерно распределенных по времени, у которых порядок размеров событий перетасован.

Хотя этот род анализа данных является достаточно прямолинейным и интуитивно привлекательным, его способность обнаружения оказалась недостаточной для работы с фактическими малы-

ми объемами данных. Поэтому применяли также менее прозрачную, но более чувствительную технику, а именно: значение  $b$  определяли для двух специальным образом выбранных подмножеств событий, а затем сравнивали эти значения друг с другом. Первое подмножество включало события, которые располагаются в пределах плотно населенных интервалов временной оси; другое, наоборот, включает события из относительно редко населенных интервалов. Чтобы отсортировать события в соответствии с типом населенности их интервала, с каждым событием ассоциируется оценка плотности. Для  $i$ -го события плотность оценивается как обратное значение временного интервала  $t_{i+2} - t_{i-2}$  между соседними событиями. После приписывания плотности каждому событию, события разделяются на два множества одинакового объема, включающие популяции низкой и высокой плотности. Значение  $b$  вычисляется для каждого из двух таких подмножеств. Затем проверяется гипотеза о различии двух полученных оценок  $b$ , относящихся к более плотно заселенным и менее плотно заселенным интервалам временной оси. Для установления уровня значимости снова применяли суррогатные последовательности, построенные по Монте-Карло.

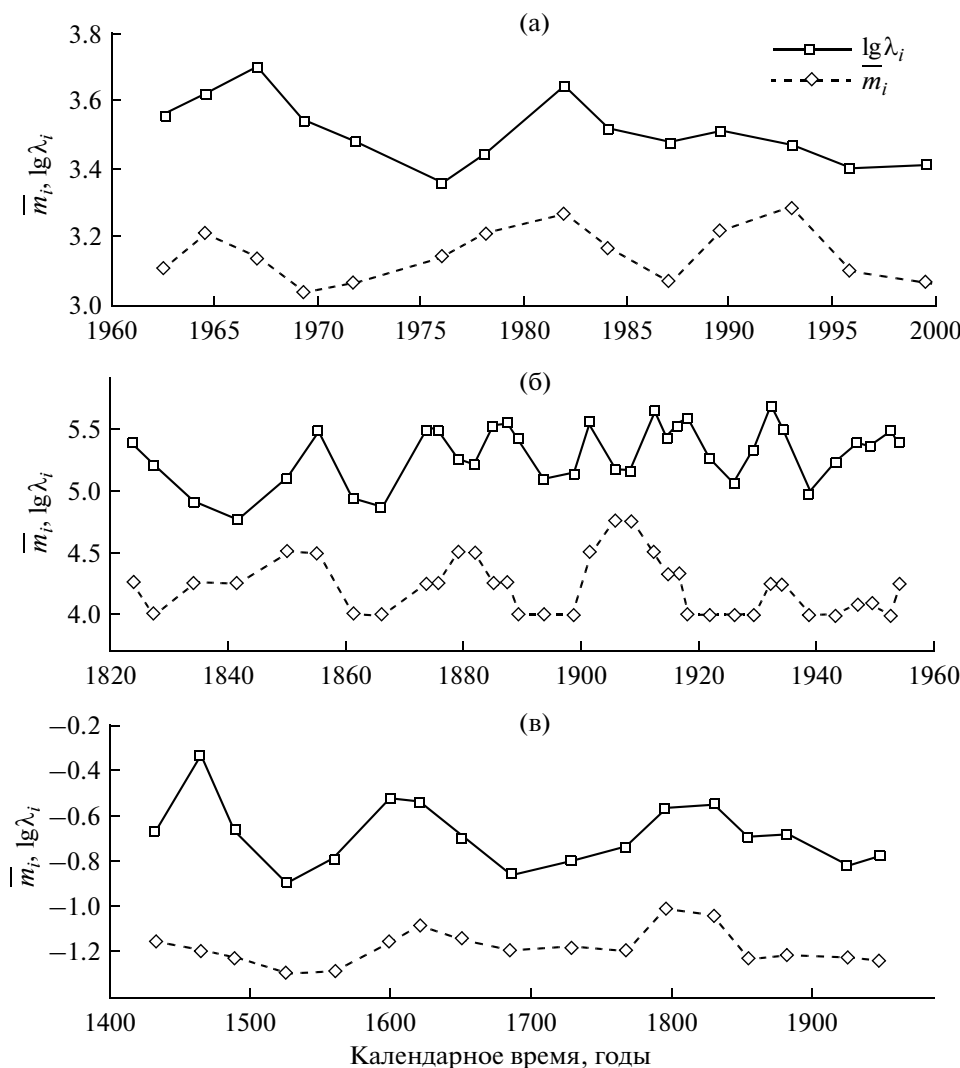
### 6.2. Набор данных SM13

На рис. 5а изображены последовательности  $\lambda_i$  и  $\bar{m}_i$ , полученные для пакетов, которые извлечены из наборов данных SM13. Последовательности изображены как функции времени, причем пакету приписывается время, соответствующее медианному времени событий пакета. График приведен для случая  $M = 30$ . Визуально видна нерезко выраженная положительная корреляция между  $\lambda_i$  и  $\bar{m}_i$ . Вычисленная оценка  $\rho$  действительно является положительной (табл. 2), однако, она значительно не отличается от нуля. Альтернативная техника сравнения для густо и редко заселенных участков временной оси (рис. 6а, табл. 3) показывает, что она обладает лучшей эффективностью и ука-

**Таблица 3.** Сравнение оценок параметра  $b$  между подмножествами данных, извлеченных из временных интервалов с высокой и низкой плотностью событий

Набор данных	$n_{0.5}$	$dt_1$	$b_1$	$dt_h$	$b_h$	$\sigma(b)$	$Q$ (%)
SM13	113	0.27	0.73	0.11	0.63	0.064	5.8
SM14	36	2.8	0.66	1.01	0.55	0.10	13
IVI	73	6.08	1.84	1.89	1.18	0.18	0.04

Примечание.  $n_{0.5}$  — объем каждого из двух наборов данных;  $dt_1$  и  $b_1$  — средний интервал между событиями (в годах) и средняя оценка параметра  $b$  для интервалов с низкой плотностью;  $dt_h$  и  $b_h$  — то же для интервалов с высокой плотностью;  $\sigma(b)$  — стандартное отклонение оценки параметра  $b$ ;  $Q$  — уровень значимости для гипотезы  $b_l > b_h$ , полученный путем моделирования методом Монте-Карло.



**Рис. 5.** Сравнение временного хода логарифмов плотности числа событий (непрерывные линии и квадратики) и “средних магнитуд”  $\bar{m}$  (штриховые линии и ромбы) для наборов данных SM13 (а), SM14 (б), и IVI (в), которые оценены с использованием пакетов событий постоянного объема 30, 4 и 16 событий (см. табл. 2). Графики  $\bar{m}$  смещены по вертикали для визуальной ясности. Горизонтальный пунктир указывает приблизительные коридоры  $\pm\sigma$  в предположении, что временные вариации отсутствуют.

зывает наличие значимой отрицательной корреляции между значением параметра  $b$  и плотностью числа событий, при умеренном уровне значимости  $Q = 6\%$ .

### 6.3. Набор данных SM14

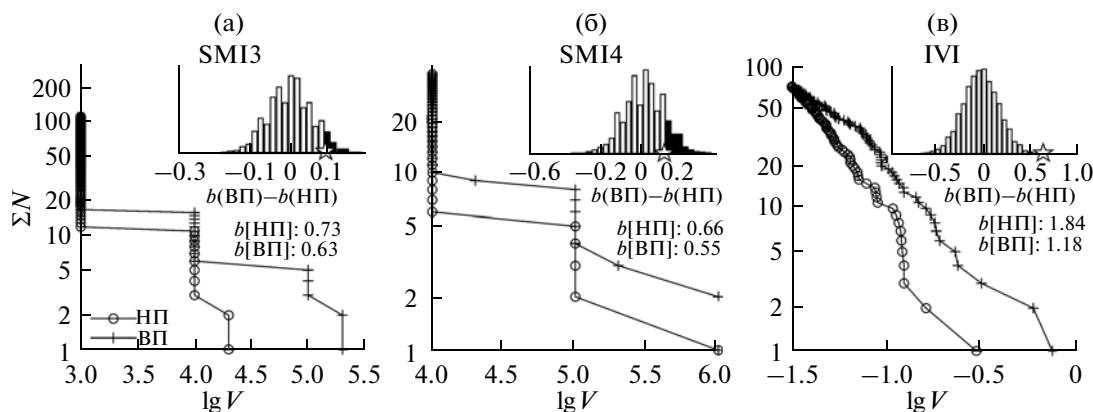
Результат корреляционного анализа показан на рис. 5б и в табл. 2. Хотя для случая  $M = 4$  была обнаружена корреляция на грани значимости, результат неустойчив при варьировании вариантов выбора параметра  $M$ , и его следует считать ненадежным. Проверка сравнения густо и редко заселенных участков (рис. 6б) дает уровень значимо-

сти 13%. Таким образом, хотя имеется качественная тенденция к положительной корреляции между  $\lambda_i$  и  $\bar{m}_i$ , о реальности этой тенденции невозможно сделать уверенного суждения.

### 6.4. Набор данных IVI

Результаты показаны на рис. 5в для значения  $M = 16$ . В этом случае получена пара оценок ( $\rho = 0.46$ ,  $Q = 11\%$ ); в табл. 2 приводятся также результаты для нескольких других значений  $M$ . Видно, что неравенство  $\rho < 0$  имеет место в широком диапазоне значений  $M$ , что делает реальность





**Рис. 6.** Кумулятивные графики распределения по “объему”  $V$  для наборов данных SMI3 (а), SMI4 (б), и IVI (в), приведенные по отдельности для событий на временных интервалах с высокой (+) и низкой (о) плотностью событий (см. рис. 2 для аналогичного графика с нерасщепленными данными). На врезках даны гистограммы (результат Монте-Карловского моделирования) для разности параметра  $b$  между интервалами с высокой и низкой плотностью событий, полученные в 10000 прогонов случайных суррогатных последовательностей, в которых корреляция между  $\lambda$  и  $b$  отсутствует. Звездочка – это положение фактической разности, полученное по реальным данным. Сумма по зачерненным колонкам дает уровень значимости (см. табл. 3).

данной гипотезы достаточно правдоподобной. Все же значения  $Q$  сильно варьируют. Путем сравнения значений  $b$  для плотной и разреженной популяции (см. рис. 6в) этот результат подтверждается весьма надежно при убедительном значении  $Q = 0.04\%$  (см. табл. 3).

## 7. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ, ПОЛУЧЕННЫЙ РАЗЛИЧНЫМИ МЕТОДАМИ

Рассмотрим теперь результаты различных способов анализа данных. Начнем с применения трех видов спектрального анализа данных к трем наборам данных, что видно на рис. 4 и в табл. 1. Первое очевидное наблюдение заключается в том, что результаты для набора данных SMI4 в целом являются наименее убедительными. Этого, однако, и следует ожидать, поскольку этот набор данных самый маленький по объему и содержит более старые данные, более подверженные проблемам калибровки и полноты. Таким образом, результатам, полученным на основе этого набора данных, можно приписывать меньший вес. Перейдем теперь к более интересным обобщениям.

Первый интересный факт, который следует отметить, это различие в степени выраженности обычного и порядкового группирования. Выраженность обычного группирования самая низкая, она наблюдается на уровнях значимости 14% и 7% только в двух случаях из трех. Значение  $\alpha$ , осредненное по трем случаям составляет  $\alpha_{ccl} = 0.09$ . (Поясним, что осреднение значения  $\alpha$  выполняется с использованием весов, основанных на стандартных отклонениях оценок, приведенных в табл. 1; дополнительный понижающий вес 0.25 был ис-

пользован для набора данных SMI4, которые получены по узкому частотному окну.) Порядковое группирование выражено заметно четче, оно явно выражено в каждом из трех случаев на уровнях значимости 2.1%, 11% и 9%. Значение  $\alpha$ , осредненное по трем случаям, равно  $\alpha_{ocl} = 0.20$ . Что касается эпизодичности РПИ, эта черта выражена приблизительно так же хорошо, как и порядковое группирование: на уровне значимости 6%, 16% и 1.7% со средним значением  $\alpha_{рпи} = 0.11$ .

В целом, каждый из двух видов группирования может сам по себе вызвать существенную эпизодичность расхода вулканических продуктов РПИ. Их предполагаемое согласованное действие (которое можно предположить на основе анализа параметра  $b$ ) могло бы проявиться в том, что  $\alpha_{рпи}$  было бы больше, чем любое из значений  $\alpha_{ccl}$  или  $\alpha_{ocl}$ . Такое неравенство, в самом деле, наблюдается для набора данных IVI, но для набора данных SMI3 и SMI4 столь четкой картины не обнаружено. Скорее всего, это – результат статистической флуктуации в наших наборах данных малого объема. Для достаточно больших объемов данных, по-видимому, можно было бы ожидать соотношений типа  $\alpha_{ccl} < \alpha_{ocl} < \alpha_{рпи}$ .

Тенденция к отрицательной корреляции между значением параметра  $b$  и плотностью числа событий, когда эта тенденция анализируется с использованием коэффициента корреляции между средней магнитудой и плотностью числа событий, выясняется ненадежно, она относительно четко видна лишь в одном из трех изученных случаев (см. табл. 2 и рис. 5). Специальным образом сконструированная статистическая методика сравнения параметров  $b$  в плотных и разреженных популяциях (см. табл. 3) функционирует намного лучше, и показы-

вает наличие корреляции на уровнях значимости 6%, 14% и 0.03%. Эти взаимно согласующиеся результаты, полученные по трем независимым наборам данных, уверенно указывают на реальность корреляции между временным ходом обычного и порядкового группирования. Такая корреляция дает основания предполагать, что и обычное, и порядковое группирование управляются одним и тем же фактором, вариации которого во времени проявляются в параллельном ходе двух независимых параметров.

## 8. ОБСУЖДЕНИЕ

### 8.1. Фрактальная эпизодичность и альтернативные модели

Результаты, перечисленные выше, позволяют сделать вывод, что группирование (кластеризация, эпизодическое всплески) действительно существует в глобальных вулканических последовательностях, причем это явление имеет многомасштабный и, более того, самоподобный (фрактальный) характер. Более ясно такое поведение выражено для РПИ и для порядкового группирования, менее четко — для группирования плотности числа событий. Вообще, плотность числа событий — это наиболее изученная область исследований, где выдвигалось много альтернативных моделей (смотри обсуждение во Введении). Можно рассматривать наблюдаемые вариации плотности числа событий как проявление точечного процесса с плотностью, меняющейся во времени (детерминистическим или случайным образом). Для случаев, когда предполагается случайная коррелированная временная структура, можно также сделать различные конкретные предположения. Например, здесь неявно предполагается, что вариограмма анализируемого процесса имеет характер степенного закона. Возможны, конечно, и другие модели вариограмм. При ином подходе можно показать, что временные интервалы между событиями распределены по степенному закону или по закону Вейбулла. В целом, существует много способов анализировать одни и те же данные, и их нетривиальная временная структура может быть выражена различными путями. Насколько единственным является тот способ описания данных, который предлагается здесь, и почему он является предпочтительным?

Различить разные альтернативные модели может быть чрезвычайно сложно, и, в сущности, практически безнадежно в изучаемом случае, когда объемы данных составляют 100–300 событий. Таким образом, нет надежды получить единственную модель. И чтобы выбрать конкретную модель как основу для анализа наборов данных типа тех, которые здесь изучаются, неизбежно приходится делать субъективный выбор, основанный на какой-либо априорной концепции.

Чтобы оправдать фактический сделанный выбор модели, следует отметить, что она основана на очень общем фрактальном подходе и имеет только один подгоночный параметр (а именно  $\alpha$ ). Причем в терминах именно этого единственного параметра (при его различных численных значениях) можно описывать структуру не только для плотности числа событий (“ $1(t)$ ”), но также и для двух других родов данных — для списка размеров событий (“ $V(t)$ ”) и для функции РПИ (“ $V(t)$ ”). Следует понимать, что наш выбор модели не может быть доказан, объем данных этого не позволяет. Однако успешное описание данных путем использования данной модели дает ей определенное оправдание.

### 8.2. Отсутствие общего взгляда на явление фрактальных или временных шумов

До того как обсудить возможное вулканическое значение результатов, надо сделать некоторые предварительные замечания. Несмотря на тот факт, что фрактальные объекты были и предметом весьма интенсивных исследований в последние 20 лет, практически все такие исследования имели своей целью *описание* наблюдений; только ограниченные и не всегда плодотворные усилия были направлены на *объяснение* подобного поведения. Это замечание справедливо и по отношению к фрактальному временному поведению, то есть к шумам типа  $1/f$ .

Одной из попыток объяснить такие явления, которая весьма широко пропагандировалась, была концепция “самоорганизованной критичности” и ее воплощение в популярной модели “песчаной кучи” [Bak et al., 1987; Bak, 1997]. К сожалению, первоначальная надежда, что математическая песчаная куча генерирует лавины, которые представляют собой импульсный шум типа  $1/f$ , оказалась преждевременной: спектральное представление выходного сигнала простой песчаной кучи — это белый шум [Miloti, 2002].

Конечно, в широкой области исследований по самоорганизованной критичности и фракталам можно найти модели, которые генерируют шум типа  $1/f$ , но эти модели в типичных случаях либо включают специальные предположения, которые вносят в систему память, не характерную для первоначальной модели самоорганизованной критичности, либо они обнаруживают наличие шума типа  $1/f$  в эволюции внутренних параметров песчаной кучи, а не в выходном сигнале системы. Возникновение шума типа  $1/f$  на выходе естественной системы продолжает быть первоклассной загадкой современной физики. И было бы необычайной удачей обнаружить объяснение наблюдаемого фрактального группирования в узкой специфической области вулканических явлений. К сожалению, предложить такое объяснение не удалось.

### 8.3. “Глобальная система магматического питания”: ее существование и иерархия

Сигурдсон [Sigurdsson, 2000] предполагает, что эпизодичность РПИ (на геологической временной шкале) является важным фактом, однако, не предлагает никакого объяснения. Как видно из предыдущих разделов, опыт из других областей науки тоже не вселяет больших надежд. Тем не менее, вероятно, оправданы определенные предположительные рассуждения. Обнаруженные факты можно обсуждать на языке свойств гипотетической “глобальной системы магматического питания” (ГСМП), рассматривая эту систему как определенную систему потока вещества. Эта система имеет выход в форме извержений, и гораздо менее понятный вход, который мог бы включать такие факторы как инъекция флюида за счет субдукции, входящий поток силикатной жидкости из больших глубин и т.п. Предположение, которое следует из представленных выше результатов, заключается в том, что, несмотря на тот факт, что ГСМП состоит из многих пространственно разделенных и, по-видимому, гидравлически совершенно изолированных подсистем, она, эта система, способна синхронизировать действия своих подсистем. Если это так, имеются, по крайней мере, две общих возможности: либо названная синхронизация является проявлением некоторого общего “центрального управляющего фактора” или единственного унифицирующего механизма; или же эта синхронизация является распределенной чертой, которая связана с неким положительным взаимодействием между вулканическими районами или подсистемами. Любой из этих двух вариантов может проявлять себя вовне как “кооперативное” (“эпидемическое”) поведение.

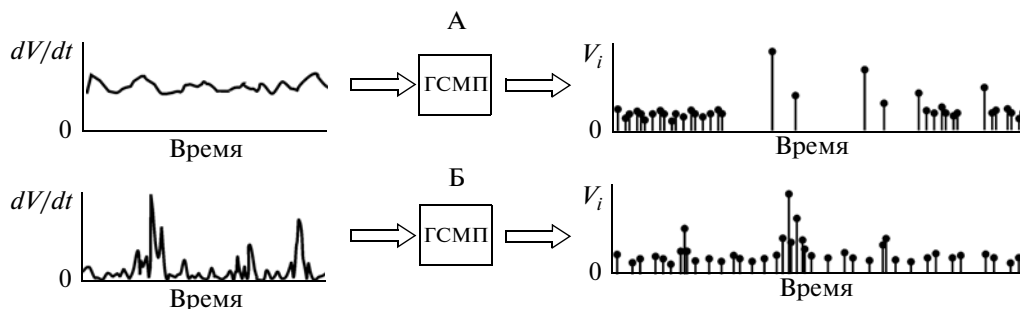
В рамках концепции фракталов можно ожидать, что на региональном уровне можно найти масштабированную уменьшенную копию глобальной системы, которая должна демонстрировать “кооперативное” поведение вулканических центров в пределах региона. Недавно для региона Камчатки был обнаружен неплохой пример такого рода [Gusev et al., 2003]. Все три вида поведения, которые здесь обсуждаются для глобальных данных, а именно: обычное и порядковое группирование, и эпизодичность РПИ были обнаружены для каталога эксплозивных извержений Камчатки за последние 10000 лет. Более того, и для этих данных порядковое группирование оказалось более четко выраженным, чем обычное группирование. Пеллетье [Pelletier, 1999] предположил определенные механизмы, действующие в “корнях вулканов”, которые могли бы иметь своим результатом пространственно-временное группирование вулканизма на локальной или региональной шкале. Однако, его модели едва ли применимы для случая глобальной активности.

В качестве альтернативной статистической модели можно вообразить, что свойства группирования глобальных последовательностей событий являются кажущимся результатом суммирования независимых, но *внутренне группирующихся* последовательностей от индивидуальных вулканов. Такое объяснение формально корректно, например, для случая последовательности событий, которая представляется как неоднородный Пуассоновский процесс со случайной плотностью событий  $\Lambda(t)$ . В самом деле, допустим, что  $\Lambda(t)$  — это сумма множества независимых компонент  $\lambda_i(t)$ , каждая из которых является независимым шумом типа  $1/f$  с определенным показателем  $\alpha$ . Каждый такой шум можно рассматривать как белый шум, который прошел через фильтр с передаточной функцией  $f^{-\alpha/2}$ . (Предполагаем, что параметр  $\alpha$  — общий для всех компонент.) Рассмотрим теперь длинный интервал времени  $T$ , намного более, чем  $\max(1/\lambda_i(t))$ . Выполним преобразование Фурье над  $\Lambda(t)$  и  $\lambda_i(t)$  и получим спектры  $\Lambda(f)$  и  $\lambda_i(f)$ . Тогда можно записать формулу:

$$\Lambda(f) = \sum \lambda_i(f) = \sum f^{\alpha/2} w_i(f) = f^{\alpha/2} \sum w_i(f) = f^{\alpha/2} W(f), \quad (4)$$

где  $w_i(f)$ ,  $W(f)$  — это преобразования Фурье от белых шумов. Мы видим, что  $\Lambda(t)$  — это снова шум типа  $1/f$ . Таким образом, проявление неравномерности во времени на уровне отдельных составляющих просачивается и в суммарный сигнал. Модели такого рода можно сконструировать также для случая порядкового группирования и группирования РПИ, а также и для коррелированного поведения порядкового и обычного группирования.

Следует, однако, понимать, что вышеизложенная модель является попыткой объяснить через совпадение очень четкое явление. Например, в течение всего 5-ти месяцев 1991 года произошли два крупнейших ( $VEI = 5+$ ) извержения периода 1960–2002 гг. — Пинатубо и Серро Леон, причем согласно каталогу между ними произошло только одно событие с  $VEI = 3$ . Таким образом, значение параметра  $b$  в какой-то период времени очень низкое. Объяснить такой факт через случайное совпадение максимумов в двух ненаблюдаемых независимых функциях  $b(t)$  для этих удаленных вулканов не выглядит правдоподобным. Подобным же образом, чтобы объяснить глобальную корреляцию между обычным и порядковым группированием, следует ввести коррелированные вариации  $\lambda_i(t)$  и  $b_i(t)$  для каждого вулкана. Хотя эта удивительная тенденция, по-видимому, существует глобально, сомнительно, что она имеет место для индивидуального вулкана: это означало бы, что как раз в те периоды, когда на этом одиночном вулкане систематически происходят большие извержения, частота извержений (всех — больших и малых) необычно велика. В целом, концепция суммирования множества независимых шумов ти-



**Рис. 7.** Иллюстрация двух гипотетических моделей поведения глобальной системы магматического питания (ГСМП). Вверху: случай умеренно варьирующего входного потока материала и ограниченного объема самой системы магматического питания: выходные импульсы материала являются частыми, когда они малы, и разреженными, когда они становятся более крупными. В результате возникает порядковое группирование *отрицательно коррелированное* с плотностью потока событий, что не согласуется с результатами выполненного анализа. Внизу: случай очень сильных вариаций потока входного материала и снова система с ограниченным собственным объемом. В согласии с наблюдениями импульсы на выходе системы велики тогда же, когда они являются более частыми, таким образом, возникает *положительная* корреляция между порядковым и обычным группированием.

па  $1/f$  выглядит искусственной. Однако, это вопрос мнения. Более существенный контраргумент заключается в том, что хорошо установленные факты группирующегося поведения не являются чисто временным явлением, это на самом деле пространственно-временное явление, которое было показано на пространственных шкалах от десятков до нескольких тысяч километров [Condit, Connor, 1996; Pelletier, 1999]. Наблюдаемая пространственно-временная корреляция явно противоречит идее независимых потоков событий, которая не предсказывает никакой корреляции между временными рядами для непересекающихся подобластей. Таким образом, объяснение наблюдаемых результатов на основе случайного совпадения внутренне кластеризованных последовательностей для одиночных вулканов, хотя формально и допустимо, выглядит мало правдоподобным; далее этот вариант не обсуждается.

**8.4. “Глобальная система магматического питания”: что можно сказать о ее свойствах**

Рассмотрим теперь некоторые простые варианты возможного поведения ГСМП. Вообразим гипотетическую ГСМП, чей средний входной поток материала является определенной и непрерывной постоянной или слабо меняющейся функцией времени. Что же касается выхода ГСМП, то мы знаем, что он состоит из коротких импульсов — извержений. Допустим также, что полный объем системы ГСМП ограничен. Тогда средняя пропускная способность системы (в рамках предполагаемого стационарного режима работы) должна быть мало меняющейся. Допустим теперь, что по некоторой причине средняя выходная плотность событий системы варьирует во времени (т.е. допустим, что имеется обычное группирование). Чтобы выполнить огра-

ничение на постоянную пропускную способность, в периоды времени, когда плотность (частота) событий повышена, средний размер события должен быть относительно низким. Напротив, когда события являются редкими, их размер обязательно должен быть большим. Это схематически указано на рис. 7 как случай А. В таком случае крупные события не возникают в случайном порядке, они неизбежно образуют группы. Однако, группы *крупных* событий совпадают с периодами *низкой* плотности числа событий. Таким образом, в этом случае автоматически возникает порядковое группирование, но оно имеет характер, прямо противоположный наблюдаемому в природе, так как порядковые группы возникают в *противофазе* к обычным.

Для альтернативной идеальной модели (см. рис. 7, случай Б) мы допустим, что вход ГСМП (объем которого снова предполагается мал), сам по себе является в высокой степени нерегулярной, “всплескообразной”, но все же непрерывной функцией времени. Близкоповерхностные вулканические аппараты должны в этом случае пропускать через себя эти всплески, превращая их в индивидуальные импульсы извержения. Вообще говоря, эти аппараты могут использовать следующие стратегии, чтобы пропускать прибывающий импульс материала: во-первых, они могли бы увеличивать плотность числа (частоту) событий, сохраняя постоянным средний размер извержения, во-вторых, они могли бы увеличить средний размер извержения, а плотность числа событий сохранять постоянной; и, наконец, в третьем варианте они могли бы комбинировать стратегии (1) и (2). Наиболее правдоподобной является, конечно, стратегия (3), которая приводит к тому, что обычные и порядковые группы возникают *в фазе*. И это именно то, что мы наблюдаем в каталогах вулканических извержений: “средняя магнитуда” положительно кор-

релирована с плотностью числа событий. Это рассуждение показывает, что реальная ГСМП на входе должна иметь нерегулярный, всплескообразный поток материала.

Можно также вообразить, что ГСМП имеет, в сущности, практически бесконечный объем и поэтому способна преобразовывать входной приблизительно стационарный поток материала (с приблизительно постоянным расходом) в эпизодический всплескообразный выходной поток. Этот способ рассуждать так же допустим, как и предыдущий, но он, в сущности, не дает нам ничего нового. Такая “очень большая” ГСМП может быть логически разделена на последовательность двух компонент: первую, имеющую очень большой объем, и генерирующую всплески, и вторую компоненту ограниченного объема, которая эквивалентна цельной ГСМП, обсужденной в предыдущем разделе.

Конечно, данное рассуждение не ведет нас особенно далеко, но отсюда все же следуют два интересных вывода. Первый вывод заключается в том, что, по-видимому, ГСМП *существует*, это важное заключение, которое отнюдь не очевидно.

Второй вывод заключается в том, что вся система, которая состоит из ГСМП и ее входов, как целое обладает всплескообразным поведением. И она ведет себя так, как если бы ее объем был бы ничем не ограничен. Этот последний вывод, конечно, не следует понимать буквально: существует верхний предел для объема ГСМП [Mason et al., 2004]. Когда размер группы приближается к этому верхнему пределу, группирующееся поведение должно исчезнуть.

### 8.5. О долгосрочной памяти

Поведение типа шума  $1/f$  или “розовые” спектры мощности с  $\alpha > 0$  часто рассматриваются как процессы с долгосрочной зависимостью или длинной памятью, потому что корреляция имеет место для произвольно больших запаздываний. Другими словами, во временном ходе присутствуют группы или всплески любой длительности, включая очень большую. (Часто фрактальные процессы с длинной памятью характеризуются параметром Херста (Hurst)  $H = (1 + \alpha)/2$ ). На временных шкалах, которые анализируются здесь (1–500 лет), приводимые результаты можно действительно интерпретировать на этом языке: глобальный вулканический процесс имеет, в самом деле, длинную память. Комбинируя эти результаты с другими опубликованными данными, можно прийти к выводу, что они могут быть обобщены и на много более длинные временные масштабы (например, до  $10^8$  лет, следуя Пеллетье [Pelletier, 1999]).

### 8.6. Прикладные аспекты результатов: влияние на климат, вулканическая опасность

Полученные результаты весьма существенны для понимания возможного влияния вулканизма на климат. Простейший подход в анализе этого влияния — это предположение, что индивидуальные извержения различного размера возникают во времени чисто случайно, как Пуассоновская последовательность. Качественно близкий случай — когда в последовательности присутствует группирование, но размеры групп ограничены во времени (случай конечного времени корреляции). Если же принять во внимание фрактальный характер группирования, с длинной или даже очень длинной памятью, то выводы и оценки могут существенно измениться. Необходимо осознание того факта, что всплески планетарной вулканической активности принципиально многомасштабны, и следует предполагать существенную неравномерность воздействия на атмосферу вулканического аэрозоля на *любых* (до  $10^8$  лет) конкретных временных интервалах. Другой важный пункт здесь тот, что легко воспринимаемое явление обычного группирования (группирование дат) может быть намного менее существенно для климатических изменений, чем порядковое группирование (т.е. группирование размеров), которое к тому же выражено более ярко.

Явление фрактального группирования является существенным также для оценки вулканической опасности. Допустим, что для определенного вулканического центра можно ожидать фрактального группирования или формирования нерегулярных эпизодов активности. На качественном уровне предположение о фрактальном поведении означает, что даже если имеются хорошо обоснованные эмпирические оценки частоты событий или РПИ по прошлому, такие оценки нельзя уверенно экстраполировать в будущее и использовать как надежные оценки будущей активности. Надо предусматривать возможность существенных изменений активности вулканического центра во времени относительно текущего уровня активности. С точки зрения вулканической опасности, наиболее неприятный сценарий — это существенное повышение уровня активности. Иначе говоря, вся установленная история вулкана может соответствовать “мирному периоду”, как бы фону, на котором в ближайшем или более отдаленном будущем может появиться всплеск или активный эпизод. Термин “фон” здесь сугубо условный. При наличии многомасштабного группирования в принципе трудно корректно определить, что такое фон, и еще меньше надежды на то, что удастся с приемлемой точностью оценить уровень этого “фона”. Ничуть не менее вероятно, хотя и менее опасно, реализация противоположного сценария, когда известный нам период исто-

рии вулканического центра соответствует всплеску или эпизоду активности, а в ближайшем или более отдаленном будущем активность существенно снизится. Часто нет серьезных оснований считать активность вулканического центра устойчивой во времени, стационарной. В таких случаях при выработке прогнозных оценок вулканоопасности всегда следует принимать в качестве реалистических альтернативных сценариев варианты существенного роста или снижения активности по сравнению с эмпирически установленным “фоном”. На основе моделирования эволюции фрактальных временных рядов могут быть развиты количественные подходы к формулированию названных прогнозных оценок.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По материалам трех независимых приблизительно однородных наборов данных о вулканических извержениях были построены временные последовательности трех сортов: 1) событий как датированных точек единичной массы на временной оси, 2) размеров извержений как функции порядкового номера события в упорядоченном по времени списке (без точных дат), 3) событий переменного размера с датами как точек разной массы на временной оси. Последовательности всех трех родов демонстрируют наличие группирующегося поведения, для которого в этих трех случаях используются названия: 1) обычное группирование, 2) порядковое группирование и 3) эпизодичность временного хода выноса или расхода вулканических продуктов (РПИ).

Для двух наборов данных из трех группирующегося поведения можно считать самоподобным или фрактальным. Спектральный анализ показал, что последовательности из этих двух наборов данных можно рассматривать как шумы типа  $1/f$ . Для трех перечисленных сортов последовательностей средние значения показателя степени в спектре шума равны соответственно  $-0.09$ ,  $-0.19$  и  $-0.11$ .

Гипотеза положительной корреляции во времени между обычным и порядковым группированием проверялась путем выявления отрицательной корреляции между временным рядом плотности событий и параметром  $b$ , т.е. показателем в степенном законе распределения событий по размеру. Использовались две техники статистического анализа корреляций. Первая из них интуитивно более привлекательная, но менее эффективная как статистический инструмент. Другая сложнее, но она неплохо выявила указанную корреляцию для всех трех проанализированных наборов данных. В результате сформулированная гипотеза была подтверждена. Грубо говоря, в периоды, когда события возникают чаще, они одновременно и крупнее.

Сравнивая полученные здесь результаты с литературой вопроса, можно заключить, что порядковое группирование, эпизодический, всплескообразный РПИ и, в меньшей степени, обычное группирование, могут являться характерными свойствами вулканического процесса как на глобальной, так и на региональной шкале. Для этих типов поведения, по-видимому, характерна многомасштабная фрактальная (самоподобная) структура.

Полученные результаты дают неплохое описание данных, но не дают явных указаний касательно причин обнаруженных особенностей. Одно относительно надежное заключение, не очень четкое в деталях, но все же достаточно радикальное, заключается в том, что для того, чтобы координированное поведение временных рядов на Земле в целом могло иметь место, должен существовать какой-то глобальный механизм, обеспечивающий такую координацию.

### БЛАГОДАРНОСТИ

Автор искренне благодарен Ли Зиберту (Lee Ziebert) и Алану Робоку (Alan Robock) за любезное предоставление уточненных версий Смитсоновского каталога [Siebert and Simkin, 2002; Simkin and Siebert, 1994] и каталога IVI (Robock and Free, 1996; Robock, 2000)

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гусев А.А. Многомасштабное порядковое группирование в последовательности землетрясений Земли // Физика Земли. 2005. № 10. С. 30–45.
- Макаренко Г.Ф. Вспышки траппового вулканизма в мезозое и кайнозое // Вулканология и сейсмология. 1982. № 4. С. 65–77.
- Aki K. Maximum likelihood estimates of  $b$  in the formula  $\lg N = a - bM$  and its confidence limits // Bull. Earthquake Res. Inst. Univ. Tokyo. 1965. V. 43. P. 237–239.
- Ammann C.M., Naveau P. Statistical analysis of tropical explosive volcanism occurrences over the last 6 centuries // Geophys. Res. Lett. 2003. V. 30. P. 14-1–14-4.
- Bak P. How Nature Works. The Science of Self-organized Criticality. New York. Copernicus. 1997. 212 p.
- Bak P., Tang C., Wiesenfeld K. Self-organized criticality: an explanation of  $1/f$  noise // Phys. Rev. 1987. V. 38. P. 364–374.
- Bebington M.S., Lai C.D. On nonhomogeneous models for volcanic eruptions // J. Math. Geol. 1996. V. 28. P. 585–600.
- Cambray H., Cadet J.-P. Synchronisme de l'activite volcanique d'arc: mythe ou realite? // C. R. Acad. Sci. Paris. 1996. Ser. IIa. P. 322, 237–244.
- Condit C.D., Connor B.C. Recurrence rates of volcanism in basaltic volcanic fields: an example from the Springerville volcanic field, Arizona // Geol. Soc. Am. Bull. 1996. V. 108. № 10. P. 1225–1241.
- Connor B.C., Hill B.E. Three non-homogeneous Poisson models for the probability of basaltic volcanism: application to the Yucca Mountain region, Nevada // J. Geophys. Res. 1995. V. 100. № B6. P. 10107–10125.
- De la Cruz-Reina, S. Poisson-distributed patterns of explosive eruptive activity // Bull. Volcanol. 1991. V. 54. P. 57–67.

- Dubois J., Cheminee J.-L.* Fractal analysis applied to the sequence of volcanic eruptions of Piton de la Fournaise (La Reunion Island): Cantor dust model // *C.R. Acad. Sci. Paris*. 1988. V. 307. № 15. P. 1723–1729.
- Dubois J., Cheminee J.-L.* Fractal analysis of eruptive activity of some basaltic volcanoes // *J. Volcanol. Geotherm. Res.* 1991. V. 45. № 3–4. P. 197–208.
- Dubois J., Cheminee J.-L.* Piton de la Fournaise volcano eruptive cycles: fractal analysis, attractors, deterministic aspects // *Bull. Soc. Geol. France*. 1993. V. 164. P. 3–16.
- Godano C., Civetta L.* Multifractal analysis of Vesuvius volcano eruptions // *Geophys. Res. Lett.* 1996. V. 23. № 10. P. 1167–1170.
- Gusev A.A., Ponomareva V.V., Braitseva O.A. et al.* Great explosive eruptions on Kamchatka during the last 10000 years: self-similar irregularity of the output of volcanic product // *J. Geophys. Res.* 2003. V. 108. № B2. 2126. 18 p.
- Guttorp P., Thompson M.L.* Estimating second-order parameters of volcanicity from historical data // *J. Am. Stat. Assoc.* 1991. V. 86. P. 578–583.
- Ho C.-H.* Non-homogeneous Poisson model for volcanic eruptions // *Math. Geol.* 1991. V. 23. P. 91–98.
- Ho C.-H., Smith E.I., Feuerbach D.L., Naumann T.R.* Eruptive probability calculation for the Yucca Mountain site, USA: statistical estimation of recurrence rates // *Bull. Volcanol.* 1991. V. 54. P. 50–56.
- Jaquet O., Carniel R.* Stochastic modelling at Stromboli: a volcano with remarkable memory // *J. Volcanol. Geotherm.* 2001. V. 105. P. 249–262.
- Jones G., Chester D.K., Shooshtarian F.* Statistical analyses of the frequency of eruptions at Furnas Volcano, Sao Miguel, Azores // *J. Volcanol. Geotherm.* 1999. V. 92. P. 31–38.
- Kennett J.P., McBirney A.R., Thunell R.C.* Episodes of Cenozoic volcanism in the circum-Pacific region // *J. Volcanol. Geotherm.* 1977. V. 2. P. 145–163.
- Mandelbrot B.B.* *The Fractal Geometry of Nature* / Ed. Freeman W.H. New York, 1982. 468 p.
- Mandelbrot B.B.* *Multifractals and 1/f Noise: Wild Self-Affinity in Physics (1963–1976)*. Springer. 1999. 450 p.
- Mason B.G., Pyle D., Dade B., Jupp T.* Seasonality of volcanic eruptions // *J. Geophys. Res.* 2004. V. 109. № B4. B04206. 12 p.
- Milotti E.* 1/f noise: a pedagogical review. 2002. URL: <http://arxiv.org/abs/physics/0204033>.
- Ogata Y., Abe K.* Some statistical features of the long-term variation of the global and regional seismic activity // *Int. Stat. Rev.* 1991. V. 59. № 2. P. 139–161.
- Pelletier J.D.* Statistical self-similarity of magmatism and volcanism // *J. Geophys. Res.* 1999. V. 104. № B7. P. 15425–15438.
- Pisarenko V.F., Pisarenko D.V.* Spectral properties of multifractal measures // *Phys. Lett. A.* 1991. V. 153. № 4–5. P. 169–172.
- Prueher L.M., Rea D.K.* Tephrochronology of the Kamchatka-Kurile and Aleutian arcs: evidence for volcanic episodicity // *J. Volcanol. Geotherm. Res.* 2001. V. 106. P. 67–87.
- Rea D.K., Scheidegger K.F.* Eastern Pacific spreading rate fluctuation and its relation to Pacific area volcanic episodes // *J. Volcanol. Geotherm. Res.* 1979. V. 5. P. 135–148.
- Robock A.* Volcanic eruptions and climate // *Rev. Geophys.* 2000. V. 38. P. 191–219.
- Robock A., Free M.P.* The volcanic record in ice cores for the past 2000 years // *Climatic Variations and Forcing Mechanisms of the Last 2000 Years* / Eds Jones P.D., Bradley R.S., Jouzel J. Springer-Verlag. New York, 1996. P. 533–546.
- Siebert L., Simkin T.* *Volcanoes of the World*. 2002. <http://www.volcano.si.edu/gvp/world/>
- Sigurdsson H.* (Ed.). *Encyclopedia of Volcanoes*. Academic Press, San Diego, California. 2000. 1417 p.
- Simkin T.* Terrestrial volcanism in space and time // *Ann. Rev. Earth Planet. Sci.* 1993. V. 21. P. 427–452.
- Simkin T., Siebert L.* *Volcanoes of the World*, 2nd ed. Geoscience Press, Tucson, Arizona. 1994. 349 p.
- Telesca L., Cuomo V., Lapenna V., Macchiato M.* Time-clustering analysis of volcanic occurrence sequences // *Phys. Earth Planet. Interiors*. 2002. V. 131. P. 47–62.
- Turcotte D.L.* *Fractals and Chaos in Geology and Geophysics*. Cambridge Univ. Press. New York. 1992. 78 p.
- Wickman F.E.* Repose patterns of volcanoes. I. Volcanic eruptions regarded as random phenomena // *Ark. Miner. Geol.* 1966. V. 4. P. 291–301.

## The Fractal Structure of the Sequence of Volcanic Eruptions Worldwide: Order Clustering of Events and Episodic Discharge of Material

© 2014 г. А. А. Гусев<sup>a, b</sup>

<sup>a</sup> *Institute of Volcanology and Seismology, Far East Branch, Russian Academy of Sciences, bul'var Piipa 9, Petropavlovsk-Kamchatskii, 683006 Russia*

<sup>b</sup> *Kamchatka Branch, Geophysical Service, Russian Academy of Sciences, bul'var Piipa 9, Petropavlovsk-Kamchatskii, 683006 Russia*

e-mail: gusev@emsd.ru

Received May 22, 2012

**Abstract**—This study of the time-dependent structure of the Earth's volcanic activity at scales from a few months to a few centuries is based on three sequences of events: two selections from the *Smithsonian catalog* and a selection from the *ice core-volcano index catalog* (IVI). This data selection was based on carefully chosen (1) lower thresholds for event size and (2) time intervals, so as to make the resulting data subsets homogeneous. The next step was to analyze the time structure. Three types of clustering trends were revealed, as follows. (1) The rate of events in the sequence is not uniform over time, with their dates forming activity episodes. (2) The time-ordered sequence of eruption size shows that larger events form closely connected clusters. We give the name “order clustering” to this novel phenomenon. (3) The eruption rate shows episodic and spiky behavior. In each of the three cases the tendency to clustering has a multi-scale, fractal (self-similar) character: the sequences of eruptions behave as impulsive 1/f noise. These results suggest the hypothesis that there must be some global mechanism that is responsible for synchronization of bursts of activity on this planet.