

УДК 622.236.001.57

Реготунов Андрей Сергеевич
младший научный сотрудник,
Институт горного дела УрО РАН,
620075, г. Екатеринбург,
ул. Мамина-Сибиряка, 58
e-mail: pochta8400@inbox.ru

Антонов Владимир Александрович
главный научный сотрудник,
доктор технических наук,
Институт горного дела УрО РАН
e-mail: Antonov@igduran.ru

РЕГРЕССИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО РАЗРУШЕНИЯ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ГОРНЫХ ПОРОД УДАРОМ

Аннотация:

Изложены результаты регрессионного моделирования объема кристаллической горной породы, разрушенной в ее образце экспериментальными ударами инденторов бурового инструмента. Показано, что модели отображают закономерности его изменения в связи с влиянием прочностной структуры горной породы, энергии удара и расположения инденторов. Дано теоретическое толкование закономерностей, исходя из упруго-хрупких свойств горной породы и явлением квазирезонансного разрушения ее стенок, образующихся между инденторами. Приведены практические выводы и рекомендации.

Ключевые слова: горная порода, удар, объем разрушения, квазирезонанс, регрессия, модель

Regotunov Andrew S.
junior researcher,
The Institute of Mining UB RAS,
620075, Yekaterinburg,
Mamin-Sibiryak st., 58
e-mail: pochta8400@inbox.ru

Antonov Vladimir A.
chief researcher,
Doctor of technical sciences,
The Institute of Mining UB RAS
e-mail: Antonov@igduran.ru

REGRESSIVE MODELING OF EXPERIMENTAL CRYSTALLINE ROCKS BREAK-DOWN BY ROCK BURST

Abstract:

The results of regressive modeling the volume of crystalline rock broke down in its experimental sample with drilling tool indenters by experimental bursts are cited. It is displayed that the models represent regularities of its change due to the influence of rock structure strength, the impact energy and indenters' location. The theoretical interpretation of regularities in terms of rock's elastic-brittle properties and quasi-resonant phenomenon of the destruction of its walls formed between the indenters is given. Practical conclusions and recommendations are adduced.

Key words: mine rock, burst, the amount of destruction, quasi-resonance, regression, model

Введение. В настоящее время для бурения кристаллических горных пород перспективно развитие ударного способа, когда осуществляется их объемное разрушение при одновременном динамическом воздействии на забой скважины (шпура) группы инденторов. Наилучшая эффективность удара, при котором разрушение производится с наименьшей энергоемкостью, во многом определяется оптимальным их расположением в соответствующем буровом инструменте. Для этого необходимо выявление закономерностей разрушения с учетом основных его факторов: прочностной структуры горных пород, энергии удара, формы и расположения инденторов на изменчивом рельефе забоя. Объем разрушений существенно различается при промежуточном сколе горной породы, находящейся на горизонтальном участке забоя между инденторами, и краевом сколе породы, находящейся между индентором и краем уступа, образованного предыдущими ударами. Теоретическое описание закономерностей с необходимой точностью дает пока лишь обобщенные результаты.

В известных экспериментальных исследованиях [1 – 3], проведенных в указанном направлении, рассмотрены схемы удара, при которых одновременно внедряемые соседние инденторы находятся в линии, в вершинах равностороннего треугольника, правильного многоугольника. При этом интервалы породы, находящиеся между инденторами, на расстоянии в 1 – 4 диаметра их цилиндрической части, разрушаются крупным сколом. В связи с этим объем разрушения возрастает в среднем в 1,5 – 2,5 раза. В работе [4] установлено, что при краевом скалывании породы энергоемкость разрушения уменьшается в 1,7 – 3,5 раза. Относительное расстояние от индентора до уступа при краевом сколе крепких пород, обеспечивающее его максимальный объем, изменяется, согласно данным [4, 5], от 1,2 до 2,0 диаметров индентора. В работе [5] дополнительно установлено, что возрастание объема разрушений по мере увеличения энергии удара имеет экстремальный характер, объясняемый явлением квазирезонанса трещиноватой структуры горной породы, развивающейся под действием боковых напряжений.

Результаты приведенных исследований, являясь оценочными и усредненными, позволяют понять лишь причину и схему разрушений, а их функциональные закономерности, необходимые для количественного расчета устройств ударного бурения, остаются неизвестными. Решение возможно путем регрессионного функционально-факторного моделирования объема кристаллической горной породы, разрушенной ударами инденторов в экспериментальных условиях. В данной статье показана процедура построения таких моделей, оценены их достоверность и практическая значимость.

Теоретические положения. При интерпретации экспериментальных феноменов и соответствующих модельных построений приняты следующие положения.

1. Структура горной породы неоднородная, зернистая (или гранулированная). Поскольку зерна в разных направлениях срастаются и взаимодействуют неодинаково, некоторое их количество по признаку устойчивой связи образует агрегаты. Наоборот, между агрегатами возникают ослабленные адгезионные границы. Вдоль них по мере развития эрозии и силовых нагрузок развиваются поля напряжений, приводящие к разрыву имеющихся дислокаций, микро- и макротрещин.

2. Объем ударного разрушения состоит из объемов лунок, образующихся при вертикальном внедрении инденторов в горную породу, и объемов разрушенных стенок, находящихся между лунками. Боковая компонента силы удара по мере удаления от лунки в направлении стенок между инденторами экспоненциально снижается. Соответствующая длина релаксации L_p , определяемая ее ослаблением при взаимодействии с множеством агрегатов, соизмерима с их средним размером.

3. По сопротивлению динамической нагрузке агрегатно-зернистая горная порода имеет упруго-хрупкие свойства. На разрушение стенки горной породы, находящейся между инденторами, затрачивается часть механической энергии удара, переходящая в волновую энергию ее упругой деформации. При сопоставимых значениях длины ударной волны и амплитуды предельной деформации с размером L_p возникает явление квазирезонанса, при котором происходит резкое расширение трещин между агрегатами горной породы, их растяжение и последующий скол стенки. Поэтому изменение объема разрушенной стенки в зависимости от ее размера описывается симметричной функцией, имеющей экстремум, и характеризуется по связи с энергией квадратичным параметром L_p^2 . Зависимость разрушенного объема стенки от энергии удара в области квазирезонанса также выражается функцией с экстремумом. Его спад характеризуется энергетическим параметром θ . Дальнейшее увеличение энергии удара приводит к перераспределению боковых напряжений и соответствующему изменению длины ударной волны, выводящей разрушение стенки из области квазирезонанса.

Экспериментальные измерения. Объем разрушенной горной породы состоит из суммы элементарных объемов, представленных лунками, образованными инденторами,

и возникающими между ними стенками. Поэтому важно исследовать повторяющийся в сумме элемент разрушения в виде отдельной стенки и примыкающих к ней лунок.

Для достижения отмеченной цели проведено два эксперимента, каждый из которых состоял из серии измерений параметров объемного разрушения на образцах горной породы. В первом эксперименте для выявления зависимости разрушения от горизонтальных расстояний и энергии удара в полном масштабе производился краевой скол образца горной породы одним индентором. Его удары размещались в точках, удаленных в различной степени от края углубления в образце горной породы. При этом стенка породы находилась между краем углубления и лункой, образованной индентором. Во втором эксперименте с той же целью производился промежуточный скол образца горной породы, находящейся между двумя инденторами. При этом стенка породы возникала между краями лунок, образованных инденторами (рис. 1).

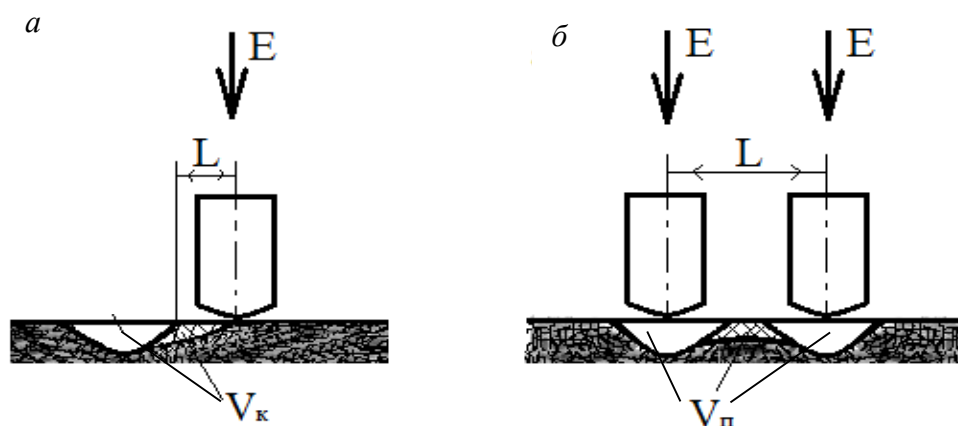


Рис. 1 – Схема ударного разрушения образца горной породы в экспериментах краевого (а) и промежуточного (б) скола

Образец горной породы, имеющий форму куба $90 \times 90 \times 90$ мм, представлен мелкозернистым гранитом пятнисто-серого цвета, содержащим включения кварца и темноцветных минералов. По данным лабораторных испытаний определен предел прочности образца на сжатие: $\sigma_{сж} = 187,2$ МПа.

Удары производились инструментом, на который падал груз. Инструмент состоял из цельнометаллических цилиндров, к каждому из которых крепился индентор с параболическим профилем наконечника, имеющий диаметр $d = 8$ мм. Инденторы сдвигались между собой и краем лунки на горизонтальный интервал L (см. рис. 1). Выразив этот интервал в относительном виде $m = L/d$, отметим, что величина m принимала следующие значения: 0,5, 1, 1,5, 2 в эксперименте краевого скола и, соответственно, 1, 2, 3, 4 в эксперименте промежуточного скола. Энергия удара E_i определялась косвенно как потенциальная энергия падающего груза с учетом его массы и высоты падения. Она принимала дискретные значения 16, 32, 48, 64, 80 Дж. При каждом значении m_i и E_i ударное разрушение производилось пять раз. Объем разрушения измерялся по слепку из пластичного материала. Затем рассчитывалось среднее значение объема V_i . По совокупностям экспериментальных измерений зафиксированы множества узловых i -х точек, образованных значениями m_i , E_i , V_i (рис. 2).

Средняя квадратичная погрешность измерения объема разрушенной горной породы в экспериментах краевого и промежуточного скола, рассчитанная с учетом их многократности ($n = 5$), составила, соответственно, $\sigma_{эж} = 28,4$ мм³ и $\sigma_{эп} = 10,96$ мм³.

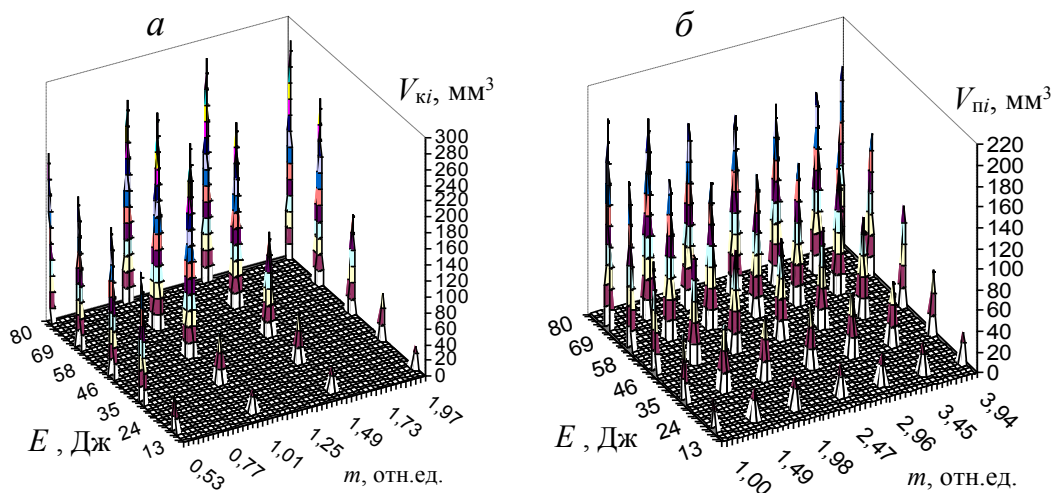


Рис. 2 – Распределение объема разрушенной горной породы в узловых точках экспериментов краевого (а) и промежуточного (б) скола

Построение регрессионных моделей. Регрессионные модели выражают в аналитическом виде зависимость объема разрушенной горной породы от относительного расстояния между горизонтальными положениями инденторов и от энергии удара. Они строятся по методологии, опубликованной в работах [6, 7], с использованием результатов измерения величин m_i , E_i , V_i в узловых точках описанных экспериментов.

В исходной позиции с учетом погрешности $\sigma_{\text{эк}}$ и $\sigma_{\text{эп}}$ измерений разрушенного объема рассчитаны граничные значения допустимого коэффициента детерминации искомой модели, выражающей зависимость $V(m, E)$ адекватно упомянутым погрешностям. Нижняя $R^2_{\text{н}}$ и верхняя $R^2_{\text{в}}$ границы адекватного коэффициента детерминации определены по следующим формулам:

$$R^2_{\text{н}} = 1 - \frac{f\sigma_3^2}{\chi^2_{\alpha_1, f} D_V} \quad ; \quad R^2_{\text{в}} = 1 - \frac{f\sigma_3^2}{\chi^2_{\alpha_2, f} D_V} \quad ,$$

где σ_3 – средняя квадратичная погрешность измерений разрушенного объема горной породы; f – число степеней свободы в расчете погрешности σ_3 ; $\chi^2_{\alpha_1, f}$ и $\chi^2_{\alpha_2, f}$ – процентные точки распределения Пирсона на соответствующих уровнях значимости α_1 и α_2 ($\alpha_1 = \frac{(1+P)}{2}$, $\alpha_2 = \frac{(1-P)}{2}$); D_V – дисперсия разрушенного объема V_i , измеренного в узловых точках. В расчетах приняты значения $f=80$ и $P=0,95$. По данным эксперимента краевого скола ($\sigma_3=\sigma_{\text{эк}}$) получен интервал допустимого коэффициента детерминации R^2 в границах от 0,875 до 0,933. Погрешность измерений в эксперименте промежуточного скола существенно снижена ($\sigma_3=\sigma_{\text{эп}}$). Поэтому соответствующие адекватные значения R^2 рассчитаны в повышенном интервале от 0,958 до 0,977.

Вид регрессионных моделей определяется особенностями распределения объема V_i в узловых точках. Из анализа данных краевого скола (см. рис. 2, а) следует, что изменение объема V_{ki} обусловлено влиянием распространенных и локализованных факторов. Распространены четыре фактора монотонностей в изменении данного объема. Две из них направлены вдоль осей относительного расстояния m и энергии удара E . Еще две монотонности направлены под углом к этим осям. Действие факторов, изгибающих модельные поверхности объема V_k по упомянутым монотонностям, выразим суммой соответствующих степенных функций: осевых $A_1 m^{\mu_1}$, $A_2 E^{\mu_2}$ и диагональных $A_3 m^{\mu_3} E^{\mu_4}$,

$A_4 m^{\mu_5} E^{\mu_6}$. Наличие локализованного фактора обусловлено явлением квазирезонанса. Его действие выразим двумерной функцией гауссовой формы, представленной в виде, смещенном по осям координат и углу поворота,

$$A_5 e^{-\frac{[(m - m_{OK}) \cos \varphi + (E - E_{OK}) \sin \varphi]^2}{\lambda_k^2} - \frac{[(m - m_{OK}) \sin \varphi - (E - E_{OK}) \cos \varphi]^2}{\theta_k^2}} \quad (1)$$

Здесь, $\lambda_k = L_{PK}/d$, где L_{PK} – длина релаксации в модели краевого скола.

Суммируя отмеченные функции, получим общий вид искомой модели V_k . Приведем модель к виду с конкретными параметрами. Для этого оптимизируем коэффициенты и параметры, используя данные узловых точек. Коэффициенты A и параметры μ , λ , θ , φ , d_0 , E_0 рассчитаем совмещенно методом наименьших квадратов (МНК) и методом приближений параболической вершины (МППВ), разработанным в Институте горного дела УрО РАН. В итоге получена регрессионная модель V_k , выражающая изменение разрушенного объема горной породы в эксперименте свободного скола в зависимости от приведенного удаления m индентора от края углубления и энергии удара E .

$$V_k = 11,076 m^{-1,0125} + 0,1152 E^{1,803} + 3,1504 \cdot m^{-0,6564} E^{0,572} - 3,414 \cdot 10^{-5} m^{-0,789} E^{3,4058} +$$

$$\frac{[(m-1,057) \cos 0,005 - (E-50,2) \sin 0,005]^2}{0,315^2} - \frac{[(m-1,057) \sin 0,005 + (E-50,2) \cos 0,005]^2}{20,8^2} + 98,98 e \quad (2)$$

Графически данная модель представлена на рис. 3, а. Значение коэффициента ее детерминации $R^2 = 0,928$ попадает в заданный интервал адекватности.

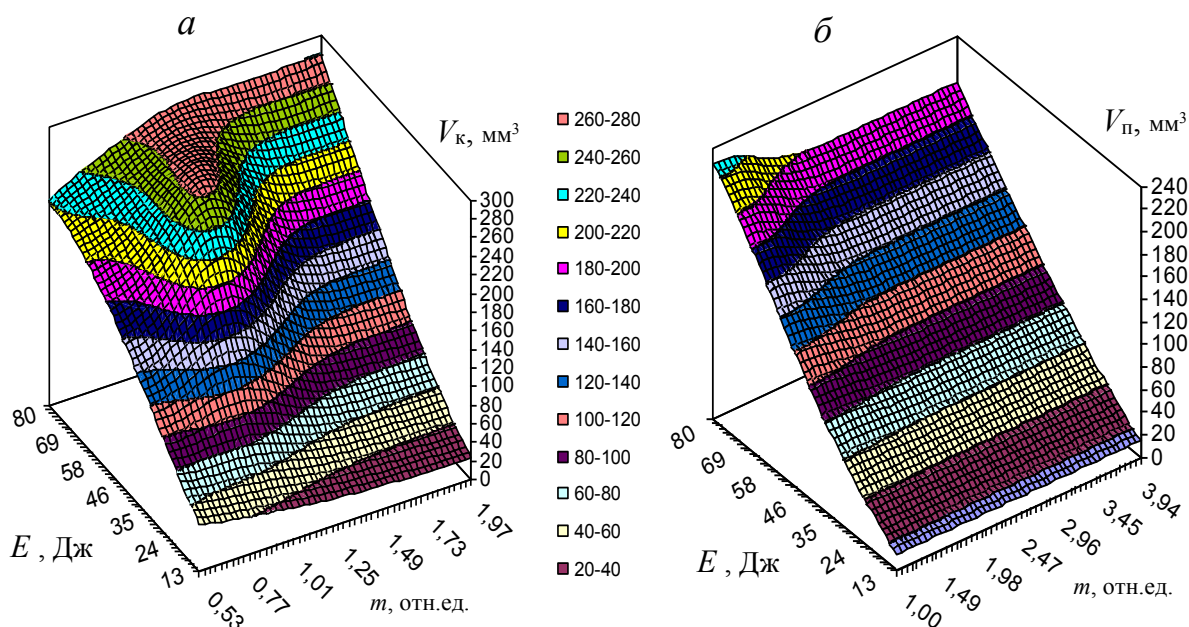


Рис. 3 – Графический вид модельного распределения объема разрушенной горной породы в экспериментах краевого (а) и промежуточного (б) скола

Обратимся теперь к эксперименту промежуточного скола. Особенности распределения разрушенного объема горной породы $V_{\Pi i}$ в узловых точках (см. рис. 2, б) обусловлены наличием двух факторов. Действие одного распространенного фактора состоит в монотонном росте объема при увеличении энергии E . Математически оно выражается соответствующей степенной функцией $A_6 E^{1,33}$. Действие второго локализованного фактора объясняется так же, как в предыдущем эксперименте, наличием квазирезонанса и выражается двумерной функцией гауссовой формы (1) с той лишь разницей, что параметр релаксации представляется отношением $\lambda_{\Pi} = L_{\text{рп}}/d$, где $L_{\text{рп}}$ – длина релаксации в модели промежуточного скола. Обобщенную математическую модель V_{Π} , выражающую изменение разрушенного объема, представим суммой отмеченных функций. После ее оптимизации методами МНК и МППВ получим регрессионную модель зависимости разрушенного объема горной породы в эксперименте промежуточного скола V_{Π} от приведенного удаления m инденторов друг от друга и энергии удара E в конкретном виде

$$V_{\Pi} = 0,583 E^{1,33} + 30,3 e^{-\frac{(m-1,063)^2}{0,635^2} - \frac{(E-73,2)^2}{27,3^2}} \quad (3)$$

Графически данная модель представлена на рис. 3, б. Коэффициент ее детерминации $R^2=0,970$ также соответствует допустимому интервалу адекватности.

Оценка результатов моделирования. Распределение отклонения регрессии V_k и V_{Π} от значений объема разрушенной горной породы V_{ki} и $V_{\Pi i}$ в узловых точках близко к нормальному, а также обладает свойством гомоскедастичности при возрастании каждого аргумента – относительного расстояния m и энергии удара E . Средние квадратичные погрешности регрессии разрушенного объема горной породы в экспериментах краевого и промежуточного скола, соответственно $\sigma_{\text{рк}}=25,5 \text{ мм}^3$ и $\sigma_{\text{рп}}=10,9 \text{ мм}^3$, близки по значениям к погрешностям его экспериментальных измерений $\sigma_{\text{эк}}$ и $\sigma_{\text{эп}}$. Это значит, что случайные отклонения регрессии разрушенного объема от его значений в узловых точках с доверительной вероятностью 0,95 объясняются погрешностью воспроизводимости экспериментальных измерений. Следовательно, математическими моделями регрессий (2) и (3) по признаку их адекватности выражены закономерности изменения разрушенного объема горной породы V_k и V_{Π} с необходимой и достаточной полнотой и достоверностью. Доверительные интервалы моделей с вероятностью 0,68 выражаются соотношениями $V_k(m, E) \pm 25,5 \text{ мм}^3$ и $V_{\Pi}(m, E) \pm 10,9 \text{ мм}^3$.

Изменение объемов V_k и V_{Π} в широких интервалах аргументов m и E описано степенными функциями. Происхождение этой наибольшей части разрушенного объема объясняется образованием лунок. Их объем существенно увеличивается с ростом энергии удара E . На достоверность модельного отображения данной закономерности указывает то обстоятельство, что после удвоения энергии удара в условиях удаленных инденторов ($m > 1,5$) объем лунок в модели V_{Π} становится приближенно равным удвоенному объему лунки, образованному в модели V_k .

В обеих моделях в локализованной области аргументов симметричной функцией гауссовой формы выделяется сравнительно меньший объем разрушений, происходящих из-за явления квазирезонанса стенки горной породы. Наиболее полно квазирезонанс выражен в регрессионной модели V_k , поскольку в эксперименте краевого скола удары индентора производились в интервалах $m \leq 1$ и $m \geq 1$. По модели найдены условия $m_{\text{кр}}=1,057$ и $E_{\text{кр}}=50,2 \text{ Дж}$, при которых достигается амплитуда квазирезонанса и происходит максимальный скол стенки. При этом ее доля в разрушенном объеме относительно высока и составляет 39 %. Укрупненный скол стенки объясняется влиянием свободного

края примыкающей к ней лунки. Снижение квазирезонанса, происходящее по мере смещения аргументов m и E , характеризуется относительным расстоянием $\lambda_k=0,315$ и энергией $\theta_k=20,8$ Дж.

В регрессионной модели V_n при условиях $m_{пр}=1,063$ и $E_{пр}=73,2$ Дж тоже проявляется квазирезонанс разрушения стенки горной породы с амплитудой объема $V_p=30,3$ мм³. Увеличение его энергии в данном эксперименте ($E_{пр} > E_{кр}$) связано с относительно большим уплотнением горных пород, прилегающих к стенке. Из-за этого так же снижена ее доля 15 % в суммарном разрушенном объеме. По модели определены относительный размер стенки $\Delta m=0,063$ и параметры снижения квазирезонанса $\lambda_n=0,635$, $\theta_n=27,3$ Дж.

Оценим реальность регрессионной модели, используя установленные в ней параметры разрушения в расчете прочности $\sigma_{сж}$ образца горной породы на сжатие. Представим прочность согласно закону Гука соотношением

$$\sigma_{сж} = KL_p \Delta L / V_p, \tag{4}$$

где K – жесткость образца горной породы; ΔL – размер разрушенной стенки в условиях квазирезонанса. Жесткость выразим из связи деформации L_p с параметром ее энергии θ .

$$K = \frac{2\theta}{L_p^2}. \tag{5}$$

После подстановки (5) в (4) и приведения размеров к относительному виду получим формулу, выражающую прочность на сжатие параметрами регрессионной модели, $\sigma_{сж} = 2\theta \Delta m / V_p \lambda$. В расчете $\sigma_{сж}$ используем параметры V_p , Δm , λ_n , θ_n модели V_n как наиболее достоверной и приближенной к условиям лабораторных испытаний образца горной породы на сжатие. После подстановки их в данную формулу получим значение $\sigma_{сж}=178$ МПа, близкое к упомянутому выше результату лабораторных испытаний.

Эффективность разрушения горной породы выражается его энергоемкостью \mathcal{E} , представленной соотношением $\mathcal{E}=E/V$. На рис. 4 графически представлена зависимость энергоемкостей \mathcal{E}_k и \mathcal{E}_n , построенных по соответствующим регрессионным моделям V_k и V_n , от аргументов m и E .

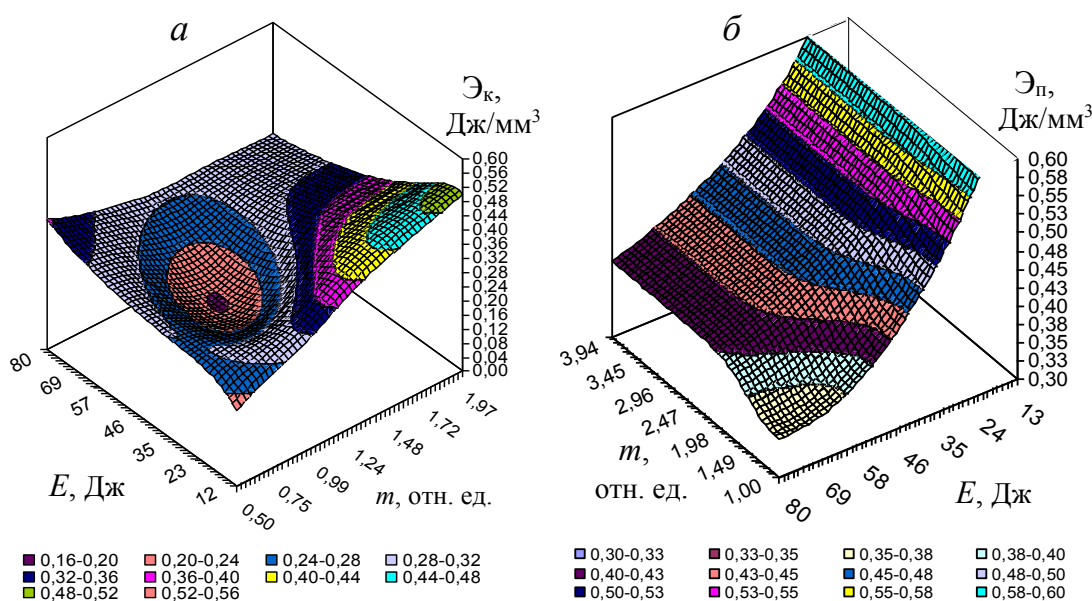


Рис. 4 – Графики модельного распределения энергоемкости разрушения горной породы в экспериментах краевого (а) и промежуточного (б) скола

По локальным экстремумам полученных моделей оценим оптимальные режимы m_0 , E_0 ударного разрушения горной породы. Очевидно, что их значения находятся вблизи областей квазирезонанса. В модели объема краевого скола V_k локальный максимум $V_{k0}=269$ мм³ наблюдается при следующих значениях параметра расположения индентора: $m_{k0}=1,11$ и энергии удара $E_{k0}=61,6$ Дж. В модели объема промежуточного скола V_n он заметен только в направлении роста параметра m при значении $m_{n0}=1,063$. По мере увеличения энергии E такой максимум не выражен, поскольку амплитуда квазирезонанса в данной модели существенно меньше возрастающего объема луночных разрушений. На рис. 5, а показаны графики зависимости модельных объемов от энергии E при соответствующих параметрах $m_{k0}=1,11$ и $m_{n0}=1,063$.

Более отчетливо оптимальные режимы разрушения горной породы выявляются в моделях энергоемкости по критерию ее минимума. В эксперименте краевого скола минимум $\mathcal{E}_{k0}=0,198$ Дж/мм³ достигается в режимах $m_{k0}=1,02$ и $E_{k0}=46,1$ Дж. В эксперименте промежуточного скола такой минимум имеет более высокое значение: $\mathcal{E}_{n0}=0,352$ Дж/мм³. Его положение $m_{n0}=1,063$, $E_{n0}=78$ Дж несколько смещено от квазирезонанса в сторону повышения энергии удара. Графики изменения энергоемкости разрушений в областях оптимальных режимов удара показаны на рис. 5, б. Различия оптимальных режимов в моделях объема V и энергоемкости \mathcal{E} объясняются изменяющимся по мере роста энергии соотношением луночного и квазирезонансного разрушения горной породы.

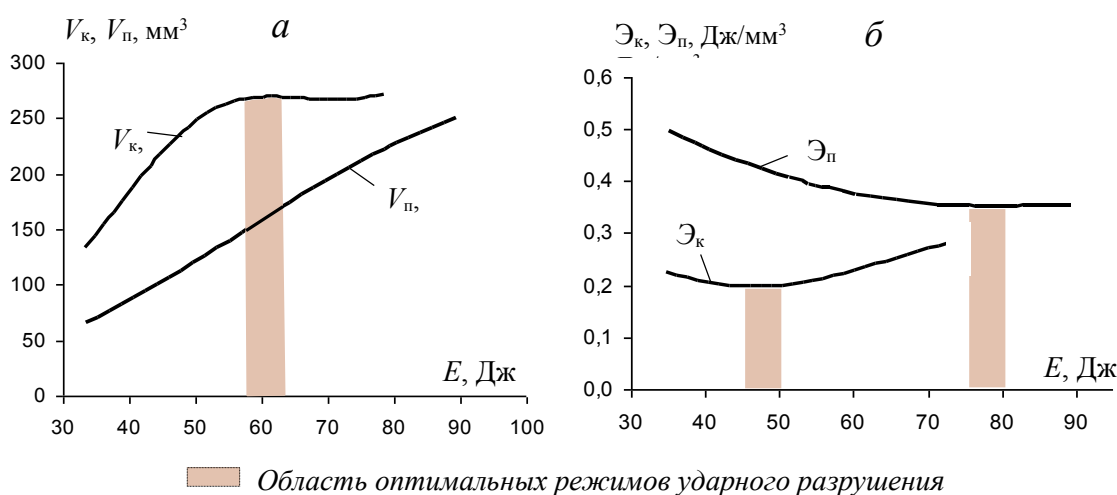


Рис. 5 – Графики зависимости объема (а) и энергоемкости (б) разрушения горной породы от энергии удара. Значения m : 1,11 (V_k); 1,063 (V_n); 1,02 (\mathcal{E}_k); 1,063 (\mathcal{E}_n)

Заключение. Закономерности экспериментального разрушения кристаллической горной породы, например гранита, пироксенита или кварцита, ударами одного и двух инденторов отображаются с достаточной достоверностью моделями нелинейной регрессии, построенными по функционально-факторным представлениям о влиянии лунок, образованных инденторами, и квазирезонансном сколе возникающей рядом стенки. Об этом свидетельствуют соответствующие коэффициенты детерминации моделей 0,928 и 0,970, адекватные погрешностям измерений объема разрушенной горной породы в экспериментах. Модели не противоречат известным выводам об аналогичных разрушениях, отмеченным во введении. Тем не менее, они впервые выражают в математическом виде функциональную связь параметров ударного разрушения с учетом влияния расположения инденторов и энергии удара. Интерпретация измеренных объемов разрушения, проведенная с помощью этих моделей, дает возможность определить оптимальные условия удара, обеспечивающие максимальный объем разрушения и минимальную его энергоемкость.

В практике ударного разрушения горных пород многими инденторами их расположение на рабочей поверхности бурового инструмента и затраты энергии можно определять, выбирая оптимальные параметры и суммируя эффекты разрушений по приведенным моделям с учетом образующихся пар вокруг каждого индентора.

Литература

1. Эйгелес Р.М. Расчет и оптимизация процессов бурения скважин / Р.М. Эйгелес, Р.В. Стрекалова. - М.: Недра, 1977. - 200 с.
2. Арцимович Г.В. Механофизические основы создания породоразрушающего бурового инструмента / Г.В. Арцимович. – Новосибирск: Наука, 1985.
3. Жуков И.А. Разработка научно-методических основ исследования и совершенствования ударных систем (на примере машин, применяемых при разрушении хрупких сред): автореф. дис. ... докт. техн. наук / И.А. Жуков; СГИУ. - Новокузнецк, 2009. - 32 с.
4. Протасов Ю.И. Разрушение горных пород / Ю.И. Протасов. – 2-е изд., стер. – М.: Издательство МГГУ, 2001. - 453 с.
5. Тимонин В.В. Обоснование параметров породоразрушающего инструмента и гидравлической ударной машины для бурения скважин в горных породах: автореф. дис. ... канд. техн. наук / В.В. Тимонин; ИГД СО РАН. - Новосибирск, 2009. - 22 с.
6. Антонов В.А. Построение функционально-факторной нелинейной регрессии в горно-технологических исследованиях / В.А. Антонов // Альманах современной науки и образования. - Тамбов: Грамота, 2013. - № 5 (72). - С. 16 – 24.
7. Антонов В.А. Достоверность регрессионных моделей в горно-технологических исследованиях / В.А. Антонов // Проблемы недропользования. - Екатеринбург, ИГД УрО РАН, 2014. - Вып. 3. - С. 216 – 222. [Электронный ресурс] - [RL: http://trud.igduran.ru/edition/3](http://trud.igduran.ru/edition/3)