

ГИДРОФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ

УДК 551.326

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ПРИПАЯ ЯПОНСКОГО МОРЯ

© 2008 г. А. Н. Четырбоцкий

*Дальневосточный геологический институт Дальневосточного отделения Российской академии наук
690022 Владивосток, просп. 100-летия Владивостока, 159*

Поступила в редакцию 29.03.2007 г.

В рамках модели эволюции морского ледяного покрова рассмотрены задачи параметрического представления первоначального формирования и последующей эволюции припая замерзающих морей. При математической записи этого представления учтены процессы трансформации образований морского льда на открытых участках акватории прибрежных районов во льды припая при его формировании и обратные процессы на стадии его разрушения. Параметрическая идентификация модели была выполнена на основании выборки многолетних распределений характеристик ледяного покрова Японского моря, распределений температур воздуха и скоростей ветра над акваторией моря. Модель можно использовать для прогноза состояний припая ледяного покрова Японского моря.

Морской припай является неподвижным образованием льда, который совместно со льдами открытого моря составляет ледяной покров (ЛП) в районах прибрежной зоны. Актуальность его изучения и построения модели его эволюции обусловлена потребностями составления научно обоснованного прогноза, который требуется для обеспечения безопасности жизнедеятельности населения и проведения добычи полезных природных ископаемых на шельфе замерзающих морей, а также для строительства гидротехнических сооружений и судоходства.

Особенность используемого здесь подхода состоит в том, что формализация рассматриваемых моделей выполняется на основании статистического подхода. Полагается, что совокупность отдельных льдин на акватории моря соответствует ансамблю взаимодействующих между собой частиц различных размеров площадей и толщин. В этой ситуации оказывается возможным совместный учет термического и ветрового внешнего атмосферного воздействия на ЛП, агрегации и дробления льдин, процессов его торошения. В прибрежных районах моря учитываются переходы льдов открытых участков моря во льды припая при осеннем формировании ЛП и обратные переходы при таянии льда. Учитываются также воздействия на ЛП тех факторов, сочетание которых в естественных условиях приводит к стабилизации толщины ЛП.

Фактические материалы предоставлены В.В. Плотниковым и В.П. Туноголовцом (Тихоокеанский океанологический институт ДВО РАН). В.В. Плотников предоставил выборку распределений характеристик ЛП Японского моря за 1961–1989 гг., а В.П. Туноголовец – выборку распределений температуры и скоростей ветра за 1960–2001 гг.

ПРИПАЙ ЯПОНСКОГО МОРЯ

ЛП Японского моря представляет собой гетерогенную пространственно-временную систему. Поэтому изучение особенностей его формирования, зрелого состояния и таяния припая становится возможным только при детальном рассмотрении динамики характеристик припая в отдельных прибрежных районах акватории. Здесь рассматриваются ЛП Амурского зал. и ЛП района северной части Татарского прол. Выбор именно этих районов обусловлен их важным стратегическим положением и выраженными стадиями эволюции. Кроме того, Амурский зал. представляет собой относительно закрытый для поступления в него образований льда район моря. Поэтому для параметризации механизма распределения характеристик состояний ЛП в отдельных районах он представляет особый интерес. На рис. 1 представлены среднедекадные распределения площадей и толщин ЛП на акваториях Амурского зал. (рис. 1, а–б) и района северной части Татарского прол. (рис. 1, в–г), где помеченные квадратами кривые характеризуют льды открытых участков районов, а кружками – припай. Здесь и везде далее используются усредненные за многолетний период наблюдений соответствующие выборочные распределения. Кроме того, площади районов акватории выражены в единицах площади открытого района моря.

На акватории Амурского зал. первичные формы формируются в промежутке между 33-й и 34-й декадами. Причем в этих декадах ~4% площади открытого района моря покрыто льдом первых градаций толщин (до 0.15 м). Затем следует ее быстрый рост и уже к началу второй декады льдом покрыто 29% площади открытого района моря. Начало разрушения ЛП приходится на восьмую

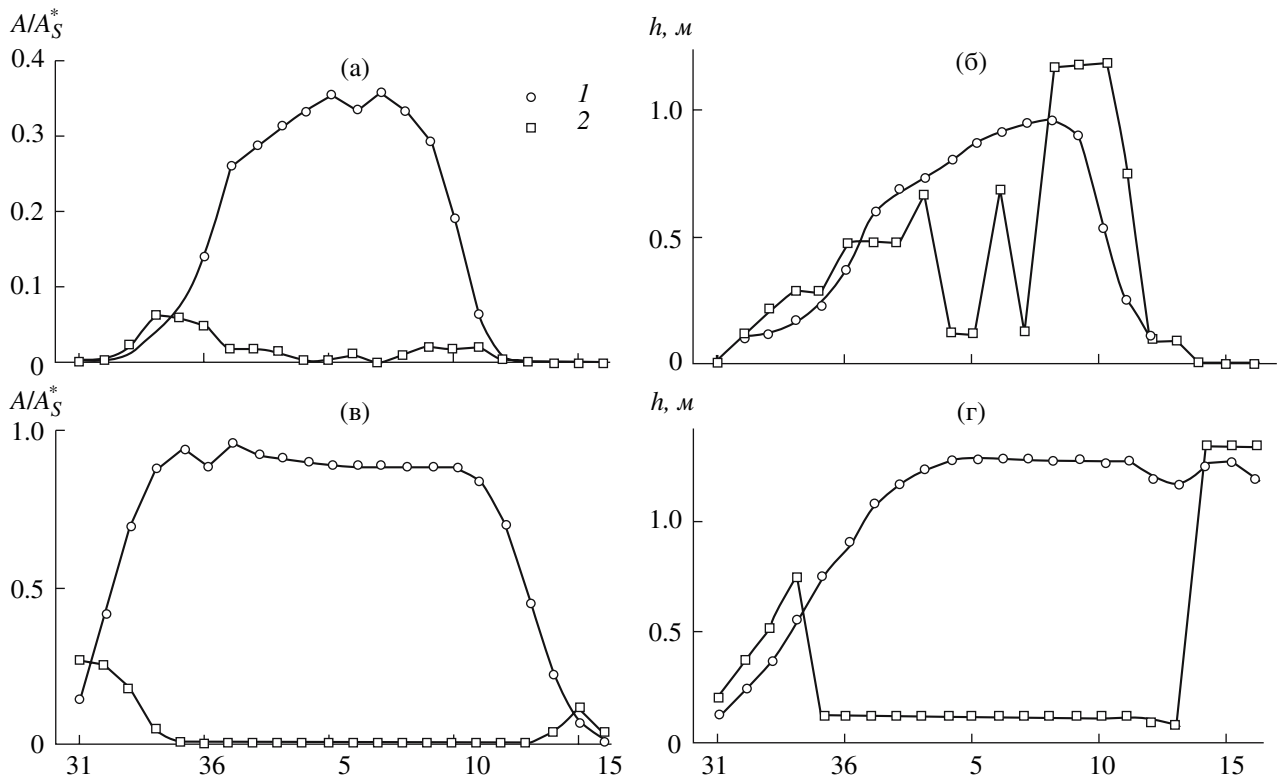


Рис. 1. Среднедекадные распределения площадей A и толщин образований льда h припая и открытых участков на акваториях Амурского зал. (а, б) и северной части Татарского прол. (в, г). Здесь и на рис. 2, 5 1, 2 – льды припая и открытого моря соответственно (ось абсцисс соответствует декадам года; площади нормированы на площадь района открытого A_s^*).

декаду. Далее за последующие две декады его площадь падает с 30 до 7% площади открытого района моря. Анализ рис. 1а показывает наличие определенных “конкурентных” отношений между площадями льда припая и льдами открытых участков прибрежного района: за исключением декад начального формирования и декады окончательного разрушения отсутствуют периоды какого-либо их совместного монотонного роста или падения. Более того, рост площади припая сопровождается падением площади льда в открытой части акватории района. А при разрушении припая имеет место обратная тенденция роста площади льда в открытом море и убывание площади припая. Данный факт сам по себе очевиден – при разломе припая его отдельные фрагменты переходят в категорию льдов открытого моря. На протяжении большей части цикла эволюции ЛП прибрежного района льды его припая доминируют над льдами открытых участков. На акватории района северной части Татарского прол. интенсивность формирования и разрушения покрова существенно выше. Как и в предыдущем случае, между припаем и льдами открытой части акватории района отмечаются указанные соотношения.

Подобная ситуация также имеет место и для распределений средних толщин покрова. Наличие толстого льда на заключительной стадии эволюции ЛП обусловлено следующим. В настоящем случае рассматриваются не средние толщины льда на акватории районов (площади и толщины “размазываются” однородным слоем по акватории районов), а усредненные за период наблюдений для данной декады толщины именно реальных образований льда

$$\bar{h}_r(d) = \sum_{Y=1961}^{1989} h_{rY}(d) A_{rY}(d) / \sum_{Y=1961}^{1989} A_{rY}(d),$$

где r – номер района акватории; Y – год наблюдения; d – декада года; $h_{rY}(d)$ и $A_{rY}(d)$ – наблюдаемые в декаде d значения толщины и площади ЛП в районе r в году Y . Поскольку темпы термического разрушения площади ЛП существенно выше темпа термического уменьшения толщины, то на заключительной стадии таяния имеет место присутствие толстого льда малой площади.

Интересным представляется вопрос о соотношении между суммарной площадью припая и суммарной площадью ЛП открытого моря. На рис. 2 представлены среднедекадные распределения ле-

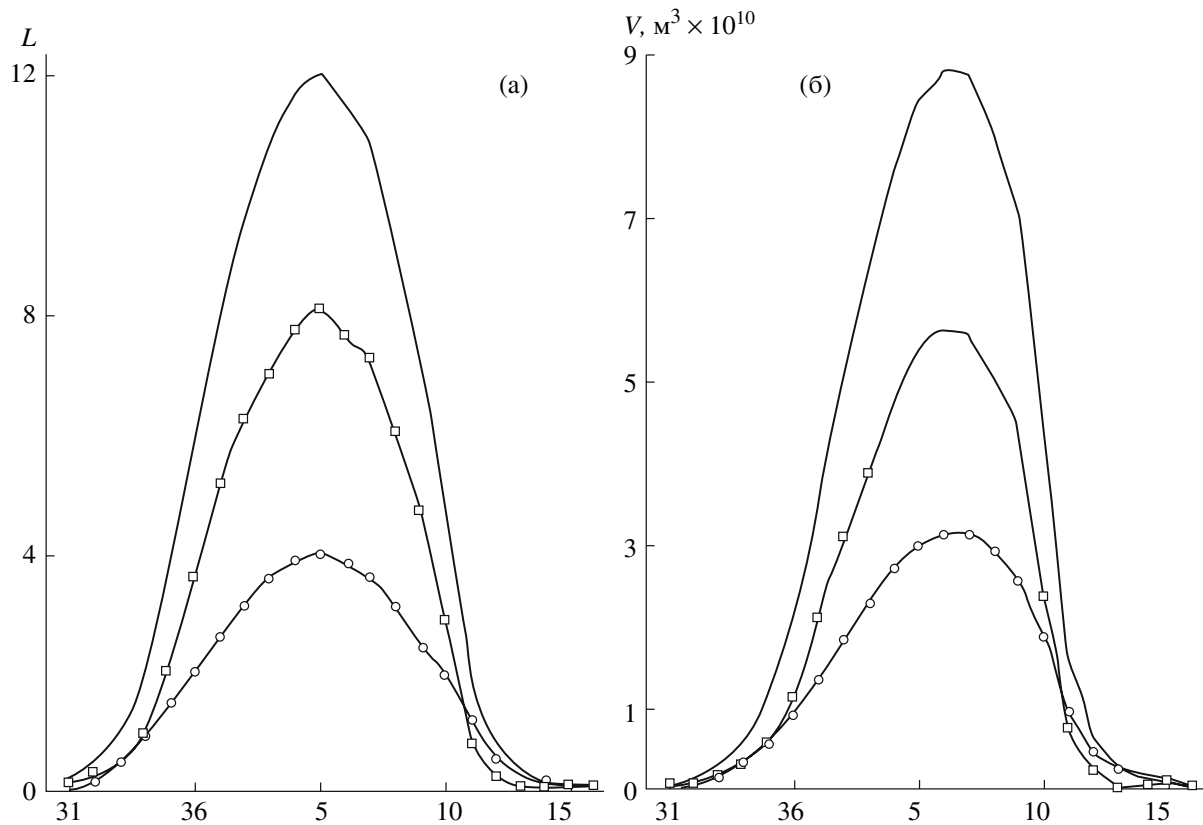


Рис. 2. Среднедекадные распределения ледовитости и объемов льда на акватории Японского моря (сплошные линии – результирующие распределения).

довитости (выраженное в процентах отношение суммарной площади льда на акватории моря к площади самой акватории) и объемов льда на акватории Японского моря, где помеченные квадратиками кривые характеризуют льды открытых участков районов, а кружками – припая. Тот факт, что вместо средней толщины ЛП на акватории моря рассматривается объем льда, обусловлен фиктивным характером первой величины: в момент уже зрелого состояния ЛП в северных районах моря, в его южной части лед еще может отсутствовать. Так в северной части моря продолжительность эволюционного цикла варьирует от 18 до 22, тогда как в южной части – от 10 до 14 декад. Между тем, при усреднении характеристик ЛП по площади они равномерно распределяются по всей акватории моря. Поэтому средняя толщина ЛП моря является скорее фиктивной, нежели реальной, его характеристикой. Объемы льда являются реальными величинами.

Согласно расчетам наибольшая площадь припая приходится на декаду наибольшего значения ледовитости Японского моря. При построении кривых учитывались площади отдельных районов, которые, согласно принятой в практике изучения морского ЛП, выражены в условных единицах площади открытого района моря. Синхронность изменения

площади припая и ледовитости также подтверждается высоким значением соответствующего коэффициента корреляции, равным 0.879 (для суммарных объемов льда этот коэффициент равен 0.981). Отмеченная закономерность обусловлена тем, что вследствие региональной специфики ледового режима Японского моря стадия зрелого состояния его припая совпадает со стадией зрелого состояния льдов открытого моря. Поэтому состояние припая во многом определяет состояние ЛП в открытой части моря и наоборот. И это имеет место даже несмотря на существенные различия значений площадей припайных льдов и льдов открытых участков моря. Подобные соотношения также имеют место и для ряда других характеристик ЛП моря, в частности, суммарных объемов льда.

Количественные представления указанных свойств могут быть выражены линейными регрессионными уравнениями

$$\begin{aligned} L_S &= k_L^{(1)} + k_L^{(2)} L_F \\ V_S &= k_V^{(1)} + k_V^{(2)} V_F \end{aligned} \quad (1)$$

где L_S, L_F – ледовитости открытого моря и припая, а V_S, V_F – соответствующие суммарные объемы

льда; $k_L^{(1)}$, $k_L^{(2)}$, $k_V^{(1)}$ и $k_V^{(2)}$ – коэффициенты линий регрессии, где зависимыми переменными являются характеристики ЛП открытого моря, а независимыми – припая. Коэффициенты (1) оцениваются на основании используемых здесь усредненных за многолетний период выборочных распределений: $k_L^{(1)} = -0.46791 \pm 0.31403$, $k_L^{(2)} = 2.08184 \pm 0.13634$, $k_V^{(1)} = -(2.77353 \pm 1.99746) 10^9$, $k_V^{(2)} = 1.80438 \pm 0.11339$. Значения соответствующих коэффициентов детерминации линий регрессии (1) 0.773 и 0.795 свидетельствуют о высокой степени линейной связи между наблюдаемыми и рассчитанными по уравнениям (1) значениями зависимых переменных (коэффициент детерминации характеризует ту долю общей вариации зависимой переменной, которую объясняет регрессия). Доверительные области значений параметров показывают статистически значимое их отличие от нуля. Не смотря на высокую погрешность их оценок $k_L^{(1)}$ и $k_V^{(1)}$, отрицательные значения явно подтверждают достоверность того, что в масштабах моря первоначальному появлению льда в открытом море предшествует появление припая. Действительно, ледовитости и объемы льда в открытом море положительные только в случаях превышения указанных характеристик припая определенных значений.

КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭВОЛЮЦИИ МОРСКОГО ЛЕДЯНОГО ПОКРОВА

Выполненный в [10] анализ совместных выборочных распределений площадей отдельных льдин a и их толщин h указывает на их статистическую независимость. Поэтому совокупность отдельных образований морского льда (льдин и торосов) на акватории каждого района моря можно упорядочить на основании таблицы $\Omega = \{(a, h): 0 < a \leq A^*, 0 < h \leq H^*\}$ размеров a и h . Здесь A^* – общая площадь акватории отдельного района (как правило, площади прибрежных районов меньше площади открытого района A_S^*); H^* – максимальная толщина ЛП (оценивается на основании многолетних наблюдений); a_1 – минимальная площадь льдины (минимальный размер площади такого образования льда, которое отличается от простого скопления зародышей льда). Согласно этому допущению результат контактного взаимодействия отдельных льдин представляет собой элемент этой таблицы. Принимаются также следующие допущения: имеет место массовый дрейф льда; термический режим атмосферы обуславливает последовательный переход льдин из одних их размеров a и h в другие размеры; термический режим определяет первичные и последующие образования льдин, а также их таяние; при формировании покрова в прибрежных районах льды открытых участков переходят во льды припая, а при таянии

происходит обратный процесс; торошение приводит к уменьшению площадей тонких льдов и росту площадей толстого льда; имеют место процессы агрегации и дробления отдельных льдин. Обоснованность допущений следует из анализа наблюдений и принятых пространственно-временных масштабов.

При построении кинетической модели динамической переменной является плотность распределения по (a, h) числа льдин открытых участков района $n \equiv n(x, t, a, h)$ и льдин припая $n^{(F)} \equiv n^{(F)}(x, t, a, h)$ (для районов открытого моря $n^{(F)} \equiv 0$), где $x = (x_1, x_2)$ – пространственные координаты. В случае принятия указанных допущений пространственно-временная динамика льдин в открытой части акватории районов определяется балансовым соотношением

$$\begin{aligned} \partial n / \partial t + \partial(u_i n) / \partial x_i + \partial(\dot{a} n) / \partial a + \partial(\dot{h} n) / \partial h = \\ = f_{ah} + b_{ah} + \Psi_{ah} + Q_{ah} + R_{ah}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $u = (u_1, u_2)$ – скорость дрейфа льда; $\dot{a} \equiv da/dt$, $\dot{h} \equiv dh/dt$ – изменения a и h , которые обусловлены термическим режимом; $f_{ah} \equiv f_{ah}(x, t, a, h)$ – скорость появления (выбывания) льдин площади a и толщины h непосредственно из морской воды (в морскую воду), минуя стадии их трансформации из одних размеров их площадей и толщин в другие размеры; $b_{ah} \equiv b_{ah}(x, t, a, h)$ – изменение n на открытых участках акватории прибрежного района в единицу времени, которое на стадии осеннего формирования ЛП обусловлено переходом льдин открытых участков в льды припая и обратный переход фрагментов льдов припая во льды открытых участков при его весеннем таянии и разрушении ($b_{ah} \geq 0$ только в прибрежных районах); $\Psi_{ah} \equiv \Psi_{ah}(x, t, a, h)$ – характеризует изменение n вследствие торошения льда; $Q_{ah} \equiv Q_{ah}(x, t, a, h)$, $R_{ah} \equiv R_{ah}(x, t, a, h)$ – характеризуют динамику агрегации и дробления льдин за единицу времени. Отклонения дрейфа отдельных льдин не превышают 5% от их осредненного движения [4]. Поэтому при записи (2) предполагается независимость n от разброса скоростей.

При записи \dot{a} используются принятые в системах ресурс-потребитель положения [5]. Полагается, что льдины согласованно “разделяют” их общий “ресурс” свободных ото льда участков чистой воды $A^* - A_I \equiv A^* - \int_0^{H^*} \int_0^{A^*} a(n + n^{(F)}) da dh$,

$$\begin{aligned} \dot{a} = (T^* - T)[\alpha_a^{(A)} \Theta(T^* - T) + \\ + \alpha_a^{(S)} \Theta(T - T^*)](A^* - A_I)a, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\alpha_a^{(A)}$, $\alpha_a^{(S)}$ – неотрицательные коэффициенты (верхний индекс указывает этап эволюции: осенний (A) и весенний (S)); $\Theta(z)$ – функция Хевисайда; T^* – температура воздуха, при которой формиру-

ются первичные льдины и имеет место начальное таяние льда. Статистический анализ выборочных распределений температуры показывает, что для ЛП Японского моря имеет место статистически значимое совпадение температур воздуха при начальном формировании ЛП и при его начальном таянии [7]. Очевидно отличие T^* от температуры начального формирования припая и его таяния T_F^* . Действительно, в прибрежных районах воды участков расположения припая являются относительно неглубокими и более пресными вследствие опреснения их речными водами и стоками промышленных предприятий. Поэтому ледообразование в открытых участках моря начинается при более низких температурах атмосферы, чем в участках расположения припая. Таяние льда на открытых участках начинается при более низких температурах: в этот период активно проявляет себя сочетание воздействия солнечной радиации и теплых течений моря [11].

Для толщины “ресурсом” является доступный для нее $H^* - h$ слой морской воды [9]. При учете образования в толще ЛП талой воды (воды снежинок и воды, которая образуется в результате таяния самого льда) аппроксимация \dot{h} принимает вид

$$\begin{cases} \dot{h}(t, T^*) = (T^* - T) \{ [\alpha_h^{(A)} \Theta(T^* - T) + \\ + \alpha_{hh}^{(S)} \Theta(T - T^*)] (H^* - h - h_w) h + \alpha_{wh} h_w \}, \\ \dot{h}_w(t, T^*) = (T - T^*) (\alpha_{hw} h - \beta_w h_w) \Theta(T - T^*), \end{cases} \quad (4)$$

где $\alpha_h^{(A)}$, $\alpha_{hh}^{(S)}$, α_{wh} , α_{hw} , β_w – неотрицательные коэффициенты; h_w – слой талой воды в толще ЛП. При записи (4) полагается, что формирование талой воды имеет место только на стадии таяния ЛП. Поскольку альbedo воды существенно ниже альbedo льда (вследствие чего объемы талой воды теплее объемов льда), то объемы талой воды на фоне естественного для весны прогрева воздуха обуславливают дополнительное таяние ЛП (член $\alpha_{wh} h_w$ в уравнении для \dot{h}). Полагается также, что $\dot{h}_w \sim h$ и имеет место сток талой воды через толщу ЛП (член $\beta_w h_w$).

Для записи f_{ah} используется условие: $I \equiv \int_0^{H^*} \int_0^{A^*} f_{ah} da dh$ при формировании покрова есть суммарное число появившихся в единицу времени льдин, а при таянии – число растаявших льдин. В первом случае разумно полагать пропорциональность I доступному для льда его ресурсу $A^* - A_I$, а во втором случае – текущей площади льда A_I . В обоих случаях интенсивность процессов определя-

ется разностью $T^* - T$. Представляется естественной запись f_{ah} в виде

$$\begin{aligned} f_{ah} &= \\ &= (T^* - T) [(A^* - A_I) f_a^{(A)}(a) f_h^{(A)}(h) \Theta(T^* - T) + \\ &+ A_h f_a^{(S)}(a) f_h^{(S)}(h) \Theta(T - T^*)], \end{aligned} \quad (5)$$

где $f_a^{(A)}(a)$, $f_h^{(A)}(h)$, $f_a^{(S)}(a)$ и $f_h^{(S)}(h)$ – быстро убывающие функции своих аргументов;

$A_h(x, t, h) \equiv \int_0^{A^*} an(x, t, a, h) da$ – общая площадь ЛП толщины h на акватории района. Ранее полагалось, что в единицу времени появляются/выбывают только льдины начальной градации толщины [7, 8]. Целесообразность же рассмотрения появления/выбывания в единицу времени льдин произвольных размеров обусловлена зависимостью f_{ah} от продолжительности временного шага модели и разности $T^* - T$ температур, т.к. при увеличении временного шага модели толщина первичных льдин может превысить толщину их начальной градации.

Для параметрического представления динамики переходов льдов открытого моря во льды припая на стадии формирования ЛП и обратных переходов на стадии таяния припая b_{ah} здесь используется модификация принятых в [7–10] соотношений

$$\begin{aligned} b_{ah}(T, a, h) &= -b_a^{(A)}(T, u) n(a, h) \Theta(T^* - T) + \\ &+ b_a^{(S)}(T, h, W) n^{(F)}(a, h) (A^* - A_I) \Theta(T - T_F^*), \\ b_a^{(A)}(T, u) &= [b_a^{(A,0)} + (T^* - T) b_a^{(A,T)} + \\ &+ b_a^{(A,u)} \hat{n} \circ u], \\ b_a^{(S)}(T, h, W) &= [b_a^{(S,0)} + (T - T_F^*) b_a^{(S,T)} - \\ &- b_a^{(S,h)} h - b_a^{(S,W)} \hat{n} \circ W], \end{aligned} \quad (6)$$

где $b_a^{(A,0)}$, $b_a^{(A,T)}$, $b_a^{(A,u)}$, $b_a^{(S,0)}$, $b_a^{(S,T)}$, $b_a^{(S,h)}$, $b_a^{(S,W)}$, – неотрицательные коэффициенты; $W = (W_1, W_2)$ – скорость ветра; \hat{n} – нормаль к линии берега; $-b_a^{(A)}(T, u) n(a, h)$ характеризует трансформацию льдин открытых участков прибрежных районов во льды припая при формировании покрова, а $b_a^{(S)}(T, h, W) n^{(F)}(a, h) (A^* - A_I)$ – трансформацию льдов припая в льдины открытых участков на этапе его таяния и термического разрушения. В последнем выражении посредством сомножителя $A^* - A_I$ учитывается тот факт, что для разрушения припая и присоединения его фрагментов ко льдам открытых участков требуется открытая вода. При этом, чем больше открытой воды, тем выше данный процесс. В (6) также учитывается тот факт, что интенсивность разрушения льдов припая есть убыва-

ющая функция его толщины h . В (6) учитываются только линейные члены аппроксимаций $b_a^{(A)}(T, u)$ и $b_a^{(S)}(T, h, W)$.

При записи представления Ψ_{ah} полагается, что совокупность образований морского льда $\Omega = \{(a, h) : 0 < a \leq A^*, 0 < h \leq H^*\}$ является замкнутой относительно процессов торошения системой (различного рода подсовы одних льдин под другие мы относим к процессу торошения льдин). Иными словами, результатом торошения льдин (элементов Ω) также является льдина определенных размеров (элемент Ω). Из наблюдений и простых рассуждений следует, что при торошении площади тонких льдов сокращаются, а толстых – увеличиваются; части льдин отдельных градаций толщин переходят в льдины их последующих градаций; суммарный объем льда сохраняется (для рассматриваемых пространственно-временных масштабов потерями объемов льда вследствие их сжатия при контакте можно пренебречь). Поэтому представляется естественной запись Ψ_{ah} из (2) (напомним, что этот член характеризует изменение площадей льдин вследствие их торошения) в виде

$$\begin{aligned} \Psi_{ah} = & -[v_1^{(A)} \Theta(T^* - T) + \\ & + v_1^{(S)} \Theta(T - T^*)] \{ (H^* - h)n - \\ & - \chi \int_0^{h-\Delta h} (H^* - z) A_z w_{ah}(h, z) dz \}, \\ \chi = & \int_0^{H^*} (H^* - h) h A_h dh / \int_0^{H^*} h \times \\ & \times \int_0^{h-\Delta h} (H^* - z) A_z w_{ah}(h, z) dz dh, \end{aligned} \quad (7)$$

где $v_1^{(A)}$, $v_1^{(S)}$ – неотрицательные коэффициенты; Δh – заданный шаг по h ; $w_{ah}(h, z) \geq 0$ – функция, посредством которой формулируется перераспределение вследствие торошения площадей льда толщины h в льдины толщины z ($h < z \leq H^*$). При записи Ψ_{ah} полагается, что при торошении убывание в единицу времени n пропорционально его текущему значению; чем больше толщина льда, т.е. чем меньше $H^* - h$, тем меньше он тороится (согласно чему, при торошении отсутствуют потери площадей самого толстого льда); прирост n обусловлен переходами в эту градацию площадей льда из предыдущих градаций толщин (второй член в фигурных скобках). Понятно, что чем выше на акватории текущая суммарная площадь льда A_h толщины h , тем выше интенсивность его торошения. Поэтому в подынтегральном выражении присутствуют площади льдин, а не соответствующие плотности. Согласно

записи χ , при торошении объемы льдов не изменяются (условие заведомо выполняется, если пренебречь сжимаемостью льда). Для представления $w_{ah}(h, z)$ полагаем естественной следующую схему: при торошении наибольший пророст площади отмечается только для смежной с исходной градации толщины, а далее проросты площадей убывают в зависимости от $z - h$. Тогда запись аппроксимация $w_{ah}(h, z)$ принимает вид

$$w(h, z) = \text{const} \cdot \exp\{-[v_2^{(A)} \Theta(T^* - T) + v_2^{(S)} \Theta(T - T^*)](z - h)\}, \quad (8)$$

где $v_2^{(A)}$, $v_2^{(S)}$ – неотрицательные коэффициенты. Свойства модели (7) непосредственно следуют из ее параметрического представления: при торошении максимальные потери величины n отмечаются для самых тонких льдин. Кроме того, если на акватории присутствуют льды только последней градации толщины H^* (самые толстые льды), то второй и третий члены в квадратных скобках первого соотношения обращаются в нуль и поэтому отсутствует торошение льда.

Понижение температуры воздуха приводит к смерзанию малых форм льда. Поэтому агрегация существенна только для начального этапа формирования покрова, когда совокупность льдин на акватории настолько разрежена, что можно рассматривать лишь их парные столкновения (столкновениями более высоких порядков можно пренебречь). На этом этапе для записи $Q_{ah} \equiv Q(a, h)$ допустимым представляется использование соответствующей модификации из [8]. Если полагается, что результат дробления льдин имеет толщину исходной льдины, то форма записи R_{ah} из (2) определяется используемыми в [2, 7, 8, 10] соотношениями.

Начальное распределение полагается равным нулю. Граничные условия для (2) естественным образом следуют из (3)–(8): отсутствие соответствующих потоков на границах диапазонов изменений a и h .

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЛЩИН ЛЕДЯНОГО ПОКРОВА

Уравнения модели получаются умножением (2) на a и интегрированием с учетом (3)–(8) полученного результата по этой переменной

$$\begin{cases} \partial A_h / \partial t + \partial u_i A_h / \partial x_i + \partial \dot{h} A_h / \partial h = \\ = (T^* - T) f_A(A_h, T^*) + b_h + \Psi_A(A_h, T^*), \\ \partial A_h^{(F)} / \partial t + \partial \dot{h} A_h^{(F)} / \partial h = (T_F^* - T) f_A(A_h^{(F)}, T_F^*) - \\ - b_h + \Psi_A(A_h^{(F)}, T_F^*), \end{cases} \quad (9)$$

где $A^{(W)}(x, t) \equiv A^* - \int_0^{H^*} [A_h(x, t, h) + A_h^{(F)}(x, t, h)]dh$ – площадь открытой воды на акватории прибрежно-го района; $b_h = \{-b_a^{(A)}(T, u)A_h\Theta(T^* - T) + b_a^{(S)}(T, h, W)A_h^{(F)}A^{(W)}\Theta(T - T_F^*)\}$; $f_A(A, \tilde{T}) = [\alpha_a^{(A)}A + f_{A,h}(h, \beta_1^{(A)}, \beta_2^{(A)})]A^{(W)}\Theta(\tilde{T} - T) + [\alpha_a^{(S)}A^{(W)} + f_{A,h}(h, \beta_1^{(S)}, \beta_2^{(S)})]A\Theta(T - \tilde{T})$; $\Psi_A(A_h, \tilde{T}) = -[v^{(A)}\Theta(\tilde{T} - T) + v^{(S)}\Theta(T - \tilde{T})][H^* - h]A_h - \chi \int_0^{h-\Delta h} (H^* - z)A_z w_{ah}(h, z)dz$; $b_a^{(A)}(T, u)$ и $b_a^{(S)}(T, h, W)$ определяются соотношениями (6), а $\chi \sim$ из (7); $w_{ah}(h, z) \sim$ из (8); $f_{A,h}(h, \beta_1, \beta_2) = \beta_1 \exp(-\beta_2 h)$; $\beta_1 = \int_0^{A^*} f_a(a, h)da$. При записи распределения толщин припая

$A_h^{(F)}(x, t, h) \equiv \int_0^{A^*} a n^{(F)}(x, t, a, h)da$ учитывается следующее. Припай можно формально представить плотностью $n^{(F)}(x, t, a, h)$, где число льдин каждой градации a и h равно 0 или 1. Тогда (2) определяет также и эволюцию плотности распределения $n^{(F)}(x, t, a, h)$ составляющих припай льдин, если в его левой части положить равной нулю скорость дрейфа льда.

В записи $J(h) \equiv \int_0^{A^*} a f_{ah}(a, h)da$ суммарной площади появившихся/выбывших льдин толщины h в единицу времени полагаем выполнение следующих допущений. Во-первых, быстро убывающую функцию $f_h(h)$ в (5) представляем посредством удобной для вычислений записью $f_h\{h, \beta_1, \beta_2\} = \beta_1 \exp(-\beta_2 h)$, где β_1, β_2 – неотрицательные коэффициенты. Во-вторых, при записи $J(h)$ полагаем, что на стадии формирования покрова суммарная площадь появившихся льдин толщины h пропорциональна площади открытой воды, а на стадии таяния – соответствующей этой толщине суммарной площади. Тогда если $\beta_1^{(A)}, \beta_2^{(A)}, \beta_1^{(S)}$ и $\beta_2^{(S)}$ значения соответствующих коэффициентов для стадий формирования и таяния, то

$$J(h) \equiv (T^* - T)[f_h(h, \beta_1^{(A)}, \beta_2^{(A)})A^{(W)}\Theta(T^* - T) + f_h(h, \beta_1^{(S)}, \beta_2^{(S)})A\Theta(T - T^*)].$$

При записи (9) мы учитываем тот факт, что в рамках отдельных толщин перераспределение льда

(агрегация и дробление) не изменяет их общую площадь $\int_0^{A^*} a Q_{ah} da = 0$ и $\int_0^{A^*} a R_{ah} da = 0$.

Начальные и граничные условия для A_h и $A_h^{(F)}$ следуют из (3)–(7)

$$A_h(x, t_0, h) = A_h^{(F)}(x, t_0, h) = 0$$

(10)

$$\text{и } \dot{h}A_h|_{h=0, H^*} = \dot{h}A_h^{(F)}|_{h=0, H^*} = 0.$$

Качественный анализ уравнений (9) показывает, что при положительном знаке $T^* - T$ система имеет одно стационарное положение, которое соответствует зрелому состоянию покрова при его положительном знаке (заключительный этап формирования покрова, когда на акватории присутствует только толстый лед), а при отрицательном знаке – отсутствию на акватории льда (заклучительный этап цикла эволюции ЛП).

Интегрирование по h системы (9) приводит к уравнениям для суммарной площади ЛП на акватории района. Если ЛП прибрежного района составляют только льды припая (относительно закрытые районы акватории моря) и не учитывается торошение, то суммарная площадь припая на акватории района $A^{(F)}(t)$ определяется уравнением

$$\dot{A}^{(F)} = (T_F^* - T)\{(\alpha_a^{(A)}A^{(F)} + \alpha_A^{(A)})(A^* - A^{(F)})\Theta(T_F^* - T) + [\alpha_a^{(S)}(A^* - A^{(F)}) + \alpha_A^{(S)}]A^{(F)}\Theta(T - T_F^*)\},$$

где $\alpha_A^{(A)} \approx \beta_1^{(A)}/\beta_2^{(A)}$ и $\alpha_a^{(S)} \approx \beta_1^{(S)}/\beta_2^{(S)}$. При записи этого соотношения полагается, что начальная градация толщины настолько мала, что $\exp(-\beta_2^{(A)} h_1) \approx 1$ и $\exp(-\beta_2^{(S)} h_1) \approx 1$; значения величин $\beta_2^{(A)} H^*$ и $\beta_2^{(S)} H^*$ таковы, что экспонентами с их отрицательными значениями можно пренебречь. Если выполняются принятые при выводе этого уравнения допущения (припай составляет основную часть ЛП прибрежного района), то характер изменения площади припая определяется температурным режимом и площадью A^* акватории

$$A^{(F)}(t) = A^{(A, F)}(t)\Theta(T_F^* - T) + A^{(S, F)}(t)\Theta(T - T_F^*),$$

$$A^{(A, F)}(t) = A^* \left\{ 1 - \frac{\alpha_A^{(A)} + \alpha_a^{(A)}}{\alpha_A^{(A)} \exp[(\alpha_a^{(A)}A^* + \alpha_A^{(A)})(T_F^* - \bar{T}^{(A)})(t - t_0^{(A)})] + \alpha_a^{(A)}} \right\},$$

(11)

$$A^{(S, F)}(t) = \frac{\alpha_a^{(S)}A^* + \alpha_A^{(S)}}{\alpha_a^{(S)}} \left\{ 1 - \frac{1}{\alpha_a^{(S)}C_A^{(S)} \exp[(\alpha_a^{(S)}A^* + \alpha_A^{(S)})(T_F^* - \bar{T}^{(S)})(t - t_0^{(S)})] + 1} \right\},$$

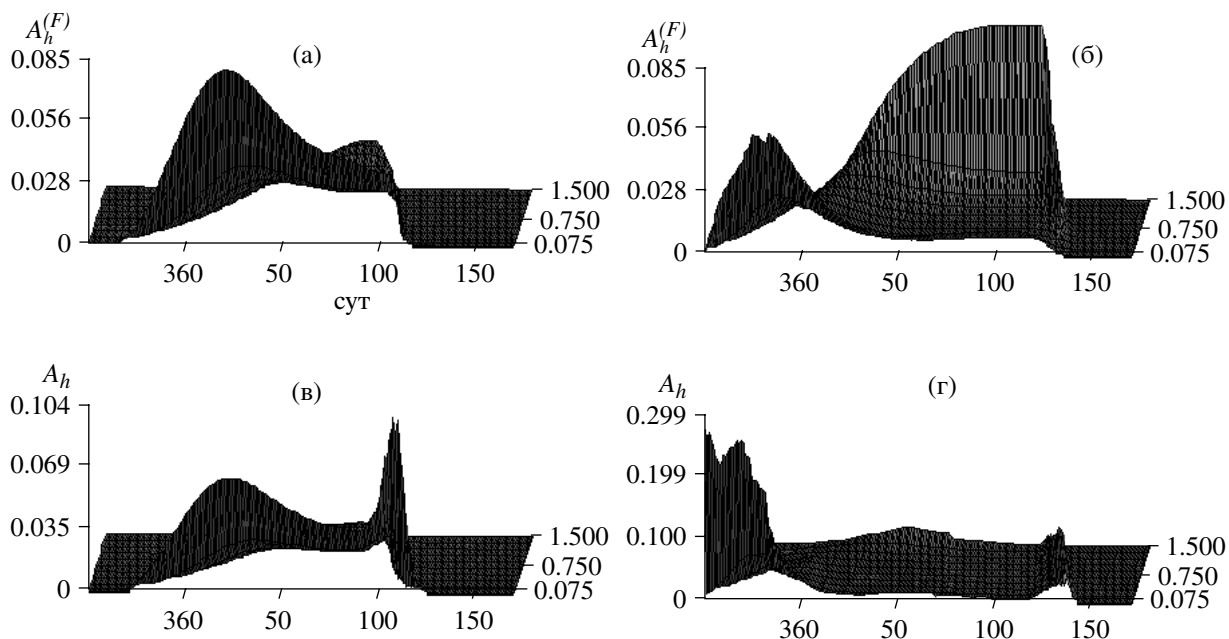


Рис. 3. Распределение толщин ЛП на акватории Амурского зал. (а, в) и северной части Татарского прол. (б, г), (а, б – ЛП припая и в, г – участков открытой воды).

где $t_0^{(A)}$, $t_0^{(S)}$ – моменты времени, которые соответствуют начальной стадии формирования ЛП и начальной стадии его таяния; $\bar{T}^{(A)}(t) = \frac{1}{t - t_0^{(A)}} \int_{t_0^{(A)}}^t T dt$ и $\bar{T}^{(S)}(t) = \frac{1}{t - t_0^{(S)}} \int_{t_0^{(S)}}^t T dt$ – средние температуры воздуха от момента начального формирования/таяния ЛП до соответствующего текущего момента времени. В первом случае $A^{(F)}(t_0^{(A)}) = 0$, а во втором случае $A^{(F)}(t_0^{(S)})$ – площадь припая в начальный момент его стадии таяния и $C_A^{(S)} = A^{(F)}(t_0^{(S)}) / [\alpha_a^{(S)} A^* + \alpha_a^{(S)} - \alpha_a^{(S)} A^{(F)}(t_0^{(S)})]$.

Анализ эволюции суммарной площади припая на этапе его формирования показывает следующее. Момент времени $t = t_A^{(A)}$ перегиба кривой $A^{(A, F)}(t)$ определяется решением уравнения $\dot{A}^{(A, F)} = 0$, т.е.

$$-\dot{T}(t) / [T_F^* - T(t)]^2 + \alpha_a^{(A)} A^* - \alpha_a^{(A)} - 2\alpha_a^{(A)} A^{(A, F)}(t) = 0,$$

где $t_0^{(A)} < t < t_0^{(S)}$. В естественных для формирования припая условиях понижение температуры $-\dot{T}(t)$ является неотрицательной величиной. Тогда кривая площади припая имеет точку перегиба, если выполняются следующие ограничения: $A^{(A, F)}(t_A^{(A)}) > 0$ или

$\alpha_A^{(A)} < \alpha_a^{(A)} A^* - \dot{T} / (T_F^* - T)^2$; $A^{(A, F)}(t_A^{(A)}) < A^*$ или $-\dot{T} / (T_F^* - T)^2 < \alpha_a^{(A)} A^* + \alpha_A^{(A)}$. Для предметной интерпретации неравенств рассмотрим случай $-\dot{T}(t_A^{(A)}) = 0$. Тогда перегиб кривой отсутствует, если при одной и той же температуре $T < T_F^*$ воздуха акватория небольшого водоема быстро покрывается пленкой льда. Даже при выполнении первого неравенства кривая площади припая может не иметь точку ее перегиба: для этого должен иметь место определенный режим охлаждения воздуха (второе неравенство), например, его резкое охлаждение. Для стадии таяния припая значение $-\dot{T}(t)$ есть отрицательная величина. Поэтому второе неравенство выполняется при любых неотрицательных параметрах, а первое неравенство выполняется только тогда, когда имеет место определенный термический режим повышения температуры воздуха.

В настоящем случае значение временного шага полагается равным 1 суткам, что обусловлено дискретностью представлений выборочных распределений температуры и скорости ветра. Из наблюдений и анализа порядка членов соответствующих уравнений следует, что для этого временного шага скорость дрейфа ледяного покрова (а не отдельных льдин) имеет квазистационарный характер и определяется простыми соотношениями [6]. На рис. 3 представлены распределения толщин льда $A_h^{(F)}$ и A_h различных толщин на акватории, Амурского зал. (рис. 3 а–в) и района северной части Татарского

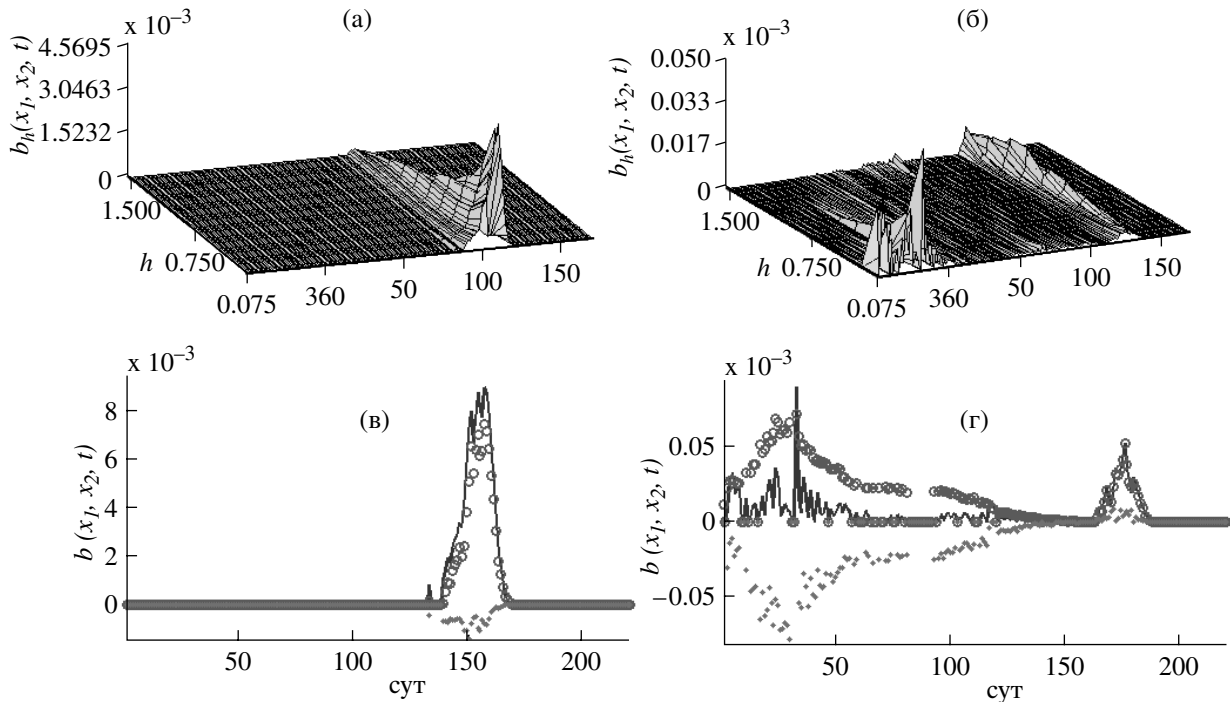


Рис. 4. Распределения $b_h(x_1, x_2, t) = \int_0^{H^*} b_h(x_1, x_2, t) dh$ для ЛП Амурского зал. (а, в) и северной части Татарского прол. (б, г), кружками обозначены распределения термической и точками ветровой составляющих процесса формирования–разрушения припая в этих районах (сплошная линия – результирующий процесса).

прол. (рис. 3 б–г). Для удобства его анализа распределения ЛП открытых участков приведены под распределением льдов припая. Анализ отдельных случаев показывает, что на стадии весеннего разрушения и таяния припая имеет место рост площадей ЛП открытых участков, что является следствием выноса сюда льдов припая.

Для выявления причин трансформации льдов открытых участков во льды припая и обратной трансформации в этих районах рассмотрим представленные на рис. 4 распределения отдельных составляющих в (6). Сопоставление случаев (а) и (б) указывает различия эволюции припая в рассматриваемых районах. Так, в первом случае термический (2-й член в $b_a^{(A)}(T, u)$) и ветровой (3-й член в $b_a^{(A)}(T, u)$) режимы открытых участков акватории не оказывают заметного влияния на формирование припая. На стадии таяния ЛП этого района именно тепловое воздействие обуславливает разрушение припая, свидетельством чего является превышение значений термической составляющей

$$(T^* - T)b_a^{(A, T)} \Theta(T^* - T) \int_0^{H^*} A_h dh + (T - T_F^*)b_a^{(S, T)} \Theta(T_F^* - T)A^{(W)} \int_0^{H^*} A_h dh$$

над ветровой составляющей $b_a^{(A, u)} \vec{n} \circ u \Theta(T^* - T) \int_0^{H^*} A_h dh +$

$+ b_a^{(S, W)} \vec{n} \circ W \Theta(T_F^* - T)A^{(W)} \int_0^{H^*} A_h^{(F)} dh$. На стадии формирования припая в северной части Татарского прол. имеет место отжимной дрейф льда $\vec{n} \circ u < 0$. При этом термическая и ветровая составляющие правой части (6) незначительно различаются между собой. На стадии таяния термическая составляющая выполняет определяющую роль в процессе разрушения припая. Указанная ситуация является противоположной картине разрушения припая Финского залива, где согласно положениям З.М. Гудковича и С.В. Клячкина именно ветровая составляющая обуславливает взлом этого припая [3]. Однако непосредственные наблюдения показывают, что взлом припая в Японском море имеет место и без отжимного ветра: в безветренный и ясный весенний день происходит обрушение передней кромки припая и его разрушение. Поэтому представляется, что механизм (6) в большей степени отражает взлом припая.

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ

Параметрическая идентификация модели (9)–(10) выполняется на основании усредненной за период наблюдений выборки площадей льда различных толщин. Элемент $A_{r, d, g}^{(D)}$ выборки определяет площадь g -й градации толщины льда в d -й декаде r -го района (имеется 6-ть неравномерных градаций

толщин). Элементу $A_{r,d,g}^{(D)}$ соответствует $A_{r,d,g}^{(M)}(p) = 0.1 \sum_{t=10d-9}^{10d} \sum_{j \in J(g)} [A(x_r, t, h_j, p) + A^{(F)}(x_r, t, h_j, p)]$, где набор параметров определяется $p = (\alpha_h^{(A)}, \alpha_h^{(S)}, \alpha_{hh}^{(S)}, \alpha_{wh}, \alpha_{hw}, \beta_w, \alpha_a^{(A)} A_s^*, \alpha_a^{(S)} A_s^*, v_1^{(A)}, v_2^{(A)}, v_1^{(S)}, v_2^{(S)}, \beta_1^{(A)}, \beta_2^{(A)}, \beta_1^{(S)}, \beta_2^{(S)}, b_a^{(A,0)}, b_a^{(A,T)}, b_a^{(A,u)}, b_a^{(S,0)}, b_a^{(S,T)}, b_a^{(S,h)}, b_a^{(S,W)})$ и насчитывает $k = 23$ элемента и $\Delta_h = 0.15$ м; $J(g)$ – номера интервалов равномерного разбиения $(0, H^*]$, которые покрывают g -й интервал градации толщин $r = 1 \div 114$ и $g = 1 \div 6$. Оценки искомым параметров определяются поиском минимума $\Phi(p)$

$$\Phi(p) = e^T(p)e(p), \quad (12)$$

где $e_\mu(p) = A_{rdg}^{(D)} - f_\mu(p)$ – остатки оценивания параметров модели; $\mu = 6 \{ \sum_{r=1}^{r-1} [d_1(r) - d_0(r)] + d - d_0(r) + r - 1 \} + g$; $d_0(r)$ и $d_1(r)$ – начальная и конечная декады эволюции в r районе; $f_\mu(p) = 0.1 \sum_{d=1}^{10} \sum_{j \in J_g} A(x_r, 10(d-1) + d, h_j, p)$. При записи $f_\mu(p)$ учитывается еще тот факт, что $A_{rdg}^{(D)}$ и $\sum_{j \in J_g} A(x_r, 10(d-1) + d, h_j, p)$ имеют различные временные масштабы: первая характеризует декадное значение площади, а вторая – ее суточное значение. Начальное приближение для решения задачи $\min_p \Phi(p)$ определяется из [7–10]. Решение этой задачи приводит к следующим оценкам: $T^* = -7.6 \pm 0.8$; $T_F^* = -6.3 \pm 0.7$; $\alpha_h^{(A)} = (3.25213 \pm 1.41234)10^{-3}$; $\alpha_h^{(S)} = (2.00313 \pm 0.87690)10^{-3}$; $\alpha_{hh}^{(S)} = (6.75000 \pm 3.54372)10^{-3}$; $\alpha_{hw} = (2.53844 \pm 2.40695)10^{-3}$; $\alpha_{wh} = 2.81969 \pm 0.68741$; $\beta_w = 4.74062 \pm 0.54146$; $\beta_1^{(A)} = (7.06250 \pm 2.23817)10^{-4}$; $\beta_1^{(S)} = (6.75114 \pm 0.86412)10^{-3}$; $\beta_2^{(A)} = \beta_1^{(A)} = 21.09382 \pm 2.41643$; $\alpha_a^{(A)} A_s^* = (2.68750 \pm 0.86265)10^{-2}$; $\alpha_a^{(S)} A_s^* = (1.93750 \pm 0.59215)10^{-2}$; $v_2^{(A)} = 15.71884 \pm 4.38921$; $b_a^{(A,0)} = (5.53125 \pm 1.24344)10^{-2}$; $b_a^{(A,T)} = (1.49062 \pm 0.63352)10^{-2}$; $b_a^{(A,u)} = (5.94063 \pm 1.93126)10^{-2}$; $b_a^{(S,0)} = (5.53125 \pm 1.47089)10^{-2}$; $b_a^{(S,T)} = (7.75108 \pm 2.09674)10^{-2}$; $v_2^{(S)} = 15.71884 \pm 4.38921$; $b_a^{(S,h)} = (3.74941 \pm 1.20877)10^{-2}$; $b_a^{(S,W)} = (1.75017 \pm 0.93516)10^{-2}$; $v_1^{(A)} = (2.04688 \pm 0.64427)10^{-2}$; $v_1^{(S)} = (7.05313 \pm 1.85319)10^{-3}$.

Значения найденных оценок параметров соответствуют качественным представлениям о характере и последовательности этапов эволюции ледяного покрова Японского моря. Тот факт, что $\beta_1^{(A)} < \beta_1^{(S)}$ и $v_1^{(A)} > v_1^{(S)}$ отвечает следующей ситуации. В результате проникновения коротковолновой радиации в лед его таяние происходит не только с верхней поверхности (при отсутствии разводьев величина стаивания сверху может в 5–6 раз быть выше, чем снизу), но также с боков, снизу и в самой толще льда (внутреннее таяние) [1]. И поэтому интенсивность таяния покрова превосходит интенсивность его формирования даже в случае симметрии распределения температуры атмосферы, когда $T^* - T$ для этапа осеннего формирования и $T - T^*$ для этапа весеннего разрушения совпадают. Так, известно, что при одной и той же температуре атмосферы в ясные дни интенсивность таяния льда выше, чем в остальные дни. Поскольку скорости ветра на этапе формирования покрова превышают их значения для этапа таяния покрова, то интенсивность осеннего торошения $v^{(A)}$ превышает интенсивность $v^{(S)}$ весеннего торошения.

Расчитанные на основании этой модели графики ледовитостей и суммарных объемов льда на акватории Японского моря приведены на рис. 5. Распределения характеристик ЛП для открытых участков моря и припая представлены отдельными кривыми. Сопоставление кривых ледовитостей припая $L_F^{(M)}$ и участков открытого моря $L_S^{(M)}$ показывает, что в период осеннего формирования ЛП (с 31-й по 36-ую декаду) площади припая преобладают над площадями льда открытого моря. Данная ситуация обусловлена превышением температуры T_F^* над температурой T^* . Количественное соотношение между указанными интегральными показателями ЛП Японского моря определяются линиями регрессий

$$L_S^{(M)} = c_L^{(1)} + c_L^{(2)} L_F^{(M)},$$

$$V_S^{(M)} = c_V^{(1)} + c_V^{(2)} V_F^{(M)},$$

где $L_S^{(M)}$, $L_F^{(M)}$ – ледовитости открытого моря и припая, а $V_S^{(M)}$, $V_F^{(M)}$ – их суммарные объемы льда; $c_L^{(1)}$, $c_L^{(2)}$, $c_V^{(1)}$ и $c_V^{(2)}$ – коэффициенты линий регрессии. Здесь зависимыми переменными являются характеристики ЛП открытого моря, а независимыми – характеристики припая: $c_L^{(1)} = -0.51138 \pm 0.10505$, $c_L^{(2)} = 1.39653 \pm 0.13634$, $c_V^{(1)} = (-2.45990 \pm 0.65276)10^9$, $c_V^{(2)} = 1.25366 \pm 0.03028$. Значения коэффициентов детерминации этих линий регрессии 0.975 и 0.968 свидетельствуют о высокой степени

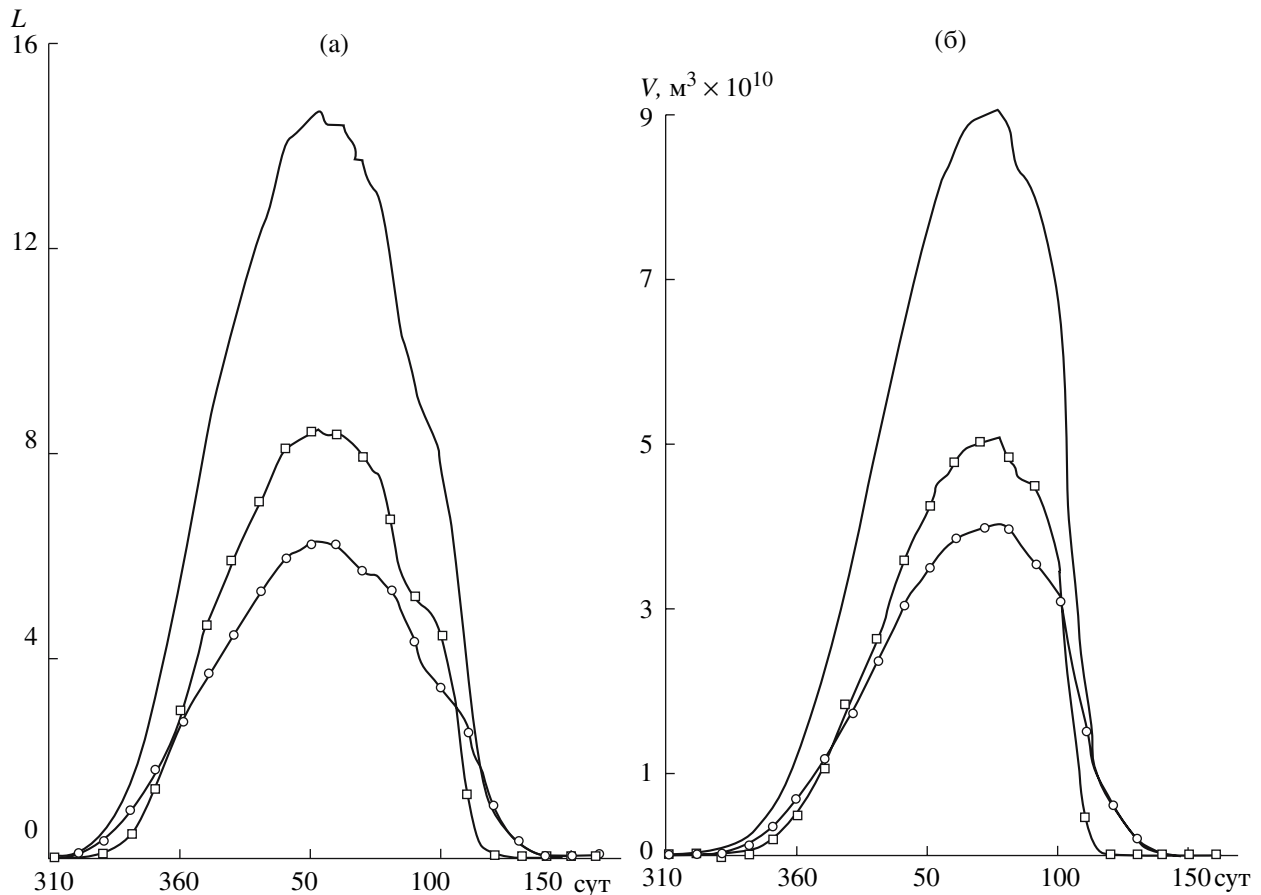


Рис. 5. Распределение ледовитости и объемов льда на акватории Японского моря.

линейной связи между наблюдаемыми и рассчитанными по уравнениям (1) значениями зависимых переменных. Доверительные области значений параметров указывают на их статистически значимые отличия от нуля. Свободные члены в этих уравнениях $c_L^{(1)}$ и $c_V^{(1)}$ отрицательные, что явно подтверждает достоверность следующего допущения: в масштабах моря первоначальному появлению льда в открытом море предшествует появление припая. Действительно, ледовитости и объемы льда в открытом море положительные только в случаях превышения этими характеристиками припая определенных значений.

ВЫВОДЫ

Полученные результаты основываются на том, что формализацию моделей термической эволюции ЛП можно выполнить на основании положений системы ресурс–потребитель, где интенсивность взаимодействия характеризуется температурой воздуха. В рамках этих моделей могут быть объяснены наблюдаемые особенности эволюции морского льда.

Модель формирования и разрушения припая основана на его рассмотрении посредством одной льдины, эволюция которой определяется температурой атмосферы. При весеннем таянии припая распадается на отдельные фрагменты согласно процессам его дробления. Если рассмотрение выполняется в терминах площадей и толщин льда, то припай формализуется посредством совокупности взаимодействующих между собой льдин различных толщин. При таянии припая также учитывается дробление площадей на отдельные составляющие, которые переходят в категорию льдов открытого моря. Разработана модель динамики талой воды, которая формируется в толще ЛП. Результаты численного моделирования эволюции покрова показывают выполнение принятых при разработке моделей допущений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Аппель И.Л., Гудкович З.М.* Численное моделирование и прогноз эволюции ледяного покрова арктических морей в период таяния. СПб.: Гидрометеоздат, 1992. 144 с.
2. *Волощук В.М.* Кинетическая теория коагуляции. Л.: Гидрометеоздат, 1984. 283 с.

3. *Гудкович З.М., Клячкин С.В.* Модель образования и разрушения припая в восточной части Финского залива // *Метеорология и гидрология*. 2000. № 5. С. 67–76.
4. *Легеньков А.П.* Деформация дрейфующего льда в Северном Ледовитом океане СПб.: Гидрометеоиздат, 1992. 104 с.
5. *Свирижев Ю.М., Логофет Д.О.* Устойчивость биологических сообществ. М.: Наука, 1978. 352 с.
6. *Тимохов Л.А., Хейсин Д.Е.* Динамика морских льдов (математические модели). Л.: Гидрометеоиздат, 1987. 272 с.
7. *Четырбоцкий А.Н.* Формирование и разрушение ледяного покрова замерзающих морей // *Криосфера Земли*. 2005. Т. 9. № 3. С. 45–53.
8. *Четырбоцкий А.Н.* Прогноз ледового режима на акватории Японского моря (математическая модель) // *Информационные технологии*. 2005. № 8. С. 9–14.
9. *Четырбоцкий А.Н.* Эволюция толщины припая замерзающих морей // *Метеорология и гидрология*. 2006. № 3. С. 79–87.
10. *Четырбоцкий А.Н.* Статистический анализ параметров состояний ледяного покрова Японского моря и математическое моделирование его эволюции // *Вод. ресурсы*. 2006. Т. 33. № 3. С. 289–299.
11. *Якунин Л.П.* Количество льда и затраты на его таяние в дальневосточных морях // *Проблемы Арктики и Антарктики*. 1986. № 2. С. 93–96.