

УДК 528.2

СРАВНЕНИЕ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ СОВРЕМЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОТЕНЦИАЛА ЗЕМЛИ

И.О. Новлянская

Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, 420008, Россия

Аннотация

В статье представлен краткий обзор новейших моделей гравитационного поля Земли, построенных на основе данных межспутникового слежения, спутниковой градиентометрии, спутниковой альтиметрии, а также результатов наземных гравиметрических измерений и лазерной локации искусственных спутников Земли. Рассмотрены вопросы оценки внутренней точности описанных моделей и критерии сравнения моделей друг с другом. Представлены результаты сравнения и оценки точности гармонических коэффициентов в зависимости от индекса степени n , которые позволяют изучить влияние каждого коэффициента и его ошибки на значение геопотенциала и выбрать оптимальную модель для прикладных задач геодезии.

Ключевые слова: модель гравитационного потенциала, Земля, сравнение, оценка точности

Успешная реализация космических проектов CHAMP, GRACE, LAGEOS и GOCE открыла новые возможности изучения тонкой структуры гравитационного поля Земли путем создания многочисленных моделей геопотенциала высокой точности и разрешения, что, в свою очередь, актуализировало необходимость разработки методик сравнения моделей друг с другом, а также оценки их качества.

Общепринятой формой численно-аналитического описания структуры гравитационного поля небесного тела является разложение гравитационного потенциала $V(\rho, \varphi, \lambda)$ в ряд объемных сферических функций:

$$V(\rho, \varphi, \lambda) = \frac{GM}{\rho} \left[1 + \sum_{n=2}^N \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{\rho} \right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi) \right], \quad (1)$$

где модель гравитационного поля представлена набором гармонических коэффициентов $\{C_{nm}, S_{nm}\}$, $n = 2, 3, \dots, N$; $m = 0, 1, \dots, n$ (N – размерность модели). Ниже дано краткое описание рассматриваемых в настоящей статье моделей геопотенциала, опирающееся на материалы сайта International Centre for Global Earth Models (ICGEM) [1].

Модели гравитационного потенциала Земли обычно принято разделять на две группы.

а) Спутниковые модели, для построения которых используются данные только спутниковых измерений.

1. *itg-grace02s*. Модель построена по данным спутника GRACE. Максимальная степень $N = 170$. Измерения проводились в период с февраля 2002 г. по декабрь 2005 г.

2. *eigen-5s*. Модель построена по данным спутников GRACE и LAGEOS в 2008 г. Максимальная степень $N = 150$.

3. *ggm03s*. Модель получена по данным спутника GRACE. Данные собирались с января 2003 г. по декабрь 2006 г. (январь 2004 г. исключен). Максимальная степень $N = 180$.

4. *goco01s*. Модель построена по данным спутников GOCE (61 день) и GRACE (7 лет). Максимальная степень $N = 224$.

5. *itg-grace2010s*. Модель построена по данным спутника GRACE. Данные собирались с августа 2002 г. по август 2009 г. Максимальная степень $N = 180$.

6. *go cons gcf 2 dir r3*. Модель построена по данным со спутников GOCE, GRACE и LAGEOS. Максимальная степень $N = 240$.

7. *go cons gcf 2 tim r3*. Модель построена по данным спутника GOCE. Максимальная степень $N = 250$. Данные накапливались в период 1 ноября 2009 г. – 17 апреля 2011 г.

8. *goco02s*. Модель построена по данным спутников GOCE (данные получены с градиометра с ноября 2009 г. по июль 2010 г. и *gps-sst*, собранные за 12 месяцев), GRACE (данные, накопленные за период, равный 7.5 лет) и CHAMP (данные, собранные за период, равный 8 лет). Максимальная степень $N = 250$ [2].

9. *goco03s*. Модель построена по данным спутников GOCE (данные получены с градиометра с ноября 2009 г. по июль 2011 г. и *gps-sst*, собранные за 12 месяцев), GRACE (данные, накопленные за период, равный 7.5 лет) и CHAMP (данные, собранные за период, равный 8 лет). Максимальная степень $N = 250$.

10. *itg-goce02*. Модель построена по данным спутника GOCE. Данные собирались в период 01.11.2009 – 30.07.2010. Максимальная степень $N = 240$.

11. *ggm05s*. Модель построена по данным спутника GRACE. Максимальная степень $N = 180$. Данные были получены в период с марта 2003 г. по май 2013 г.

12. *go cons gcf 2 tim r5*. Модель построена по данным GOCE. Максимальная степень $N = 280$. Данные накапливались в течение 71 дня.

Модель 12, как наиболее современная в данной группе, используется нами в качестве базовой, с которой сравниваются остальные спутниковые модели.

б) Комбинированные модели, для построения которых помимо спутниковых данных используются наземные гравиметрические измерения и результаты спутниковой альтиметрии (бортовых измерений высоты искусственных спутников Земли над акваторией Мирового океана).

1. *eigen-cg01c*. Модель построена по данным спутников CHAMP (860 дней) и GRACE (109 дней), а также по гравиметрическим и альтиметрическим данным. Максимальная степень $N = 360$.

2. *eigen-cg03c*. Данная модель является обновлением модели *eigen-cg01c*, построена по данным спутников CHAMP и GRACE и гравиметрическим и альтиметрическим данным. Данные собирались в периоды февраль – май 2003 г., июль – декабрь 2003 г., февраль – июль 2004 г. Максимальная степень $N = 360$.

3. *eigen-gl04c*. Данная модель является обновлением модели *eigen-cg03c*, построена по данным спутников GRACE (февраль 2003 г. – июль 2005 г., январь 2004 г. исключен) и LAGEOS (февраль 2003 г. – июль 2005 г.) и по гравиметрическим и альтиметрическим данным. Максимальная степень $N = 360$.

4. *eigen-5c*. Данная модель является обновлением модели *eigen-gl04c*. Модель построена по данным спутников GRACE, LAGEOS и гравиметрическим и альтиметрическим данным. Максимальная степень $N = 360$.

5. *ggm03c*. Модель построена по данным спутника GRACE и наземным гравиметрическим данным. Максимальная степень $N = 360$. Данные собирались с января 2003 г. по декабрь 2006 г. (январь 2004 г. исключен) [3].

6. *eigen-6c3stat*. Модель построена по данным спутников GOCE (1 ноября 2009 г. – 1 августа 2012 г. и 1 сентября 2012 г. – 24 мая 2013 г.), GRACE (20 ноября 2001 г. – 20 марта 2002 г. и 20 декабря 2009 г. – 20 марта 2010 г.), LAGEOS (1985–2010 гг.) и наземным гравиметрическим данным. Максимальная степень $N = 1949$.

7. *eigen-6c*. Модель построена по данным спутников GOCE (1 ноября 2009 г. – 30 июня 2010 г.), GRACE (6.5 лет), LAGEOS (6.5 лет) и наземным гравиметрическим данным. Максимальная степень $N = 1420$.

8. *eigen-6c2*. Модель построена по данным спутников GOCE (1 ноября 2009 г. – 19 апреля 2011 г.), GRACE (март 2003 г. – декабрь 2010 г.), LAGEOS (январь 1985 г. – декабрь 2010 г.). Максимальная степень $N = 1949$.

9. *eigen-51c*. Модель построена по данным спутников GRACE (октябрь 2002 г. – сентябрь 2008 г.), CHAMP (6 лет) и наземным гравиметрическим данным. Максимальная степень $N = 359$.

10. *go cons gfc 2 dir r4*. Модель построена по данным спутников GOCE, GRACE, LAGEOS. Максимальная степень $N = 260$.

11. *go cons gfc 2 dir r5*. Модель построена по данным спутников GOCE, GRACE, LAGEOS. Максимальная степень $N = 300$.

12. *egm2008*. Модель построена по данным спутника GRACE и наземным гравиметрическим данным высокого качества. Максимальная степень $N = 2190$.

Модель 12, как имеющая наилучшее разрешение, используется нами в качестве базовой, с которой сравниваются остальные комбинированные модели.

Ранее оценка точности и сравнение ряда моделей геопотенциала проводилась в [4, 5]. В первой работе оценивалась качество получаемых орбит спутника и геоидов. Во второй работе в качестве критериев оценки моделей GOCE рассматривались наземные гравиметрические и астрономогеодезические данные. Сравнение моделей проводилось по глобальным сеткам высот квазигеоидов. Полученные результаты показали, что чисто спутниковая модель GOCE по качеству ниже, чем модель, построенная по многолетним наблюдениям GRACE, так как

спутник GOCE был предназначен для улучшения высокочастотных данных гравитационного поля. Однако наблюдаются значительные улучшения наблюдаемых данных в высокочастотной части, особенно для малоизученных областей.

Оценка внутренней точности моделей геопотенциала выполнена по величинам среднеквадратических ошибок коэффициентов. В качестве критерия оценки был выбран степенной спектр мощности d_n ошибок $\{\delta C_{nm}, \delta S_{nm}\}$ гармонических коэффициентов одной и той же степени n [1]:

$$d_n = R \sqrt{\sum_{m=0}^n (\delta C_{nm}^2 + \delta S_{nm}^2)}, \quad (2)$$

где R – средний радиус исследуемой планеты. Размерность длины критерию d_n придана для его наглядного представления погрешностью высоты уровенной поверхности геопотенциала, обусловленной влиянием среднеквадратических ошибок гармонических коэффициентов соответствующей степени.

Рассматривая рис. 1, отметим, что модели 1, 2, 3, 5 и 11 характеризуются более высокими ошибками (до 0.05–0.35 м) в высокочастотной области, которые резко возрастают при $n > 100$. С другой стороны, ошибки параметров остальных моделей достаточно малы (не превышают 4 см) и практически не зависят от индекса степени, слабо возрастают в области очень высоких частот ($n > 160$). Высокая точность моделей 4, 6–10, 12 обусловлена наличием данных с различных космических аппаратов, которые дополняют друг друга и достаточно длительным временным интервалом наблюдения.

Из рис. 1 видно, что модель 4 обладает более высокой точностью, несмотря на более раннюю хронологию, в то время как ошибки модели 11 больше в высокочастотной области, хотя по хронологии она является одной из последних. Можно предположить, что для создания модели 4 использовался более качественный и обширный набор данных, чем для модели 11.

Согласно рис. 2 значения ошибок параметров всех пар сравниваемых комбинированных моделей быстро растут, а затем так же быстро уменьшаются. Модели 1 и 2 сильно отличаются по внутренней точности от остальных моделей. Значения их ошибок растут почти до 3.5 см. Графики данных моделей обладают схожим внешним видом, так как модель 1 использовалась в качестве априорной для построения модели 2 с добавлением новых данных. По такому же принципу были построены модели 3 и 4. Наименьшими значениями ошибок среди этих моделей обладает модель 4. Значения ее ошибок не превышают 1.3 см. Для моделей 3–5, 9 максимальные значения ошибок находятся в интервале 1.1–1.5 см. Ошибки параметров модели 12 не превышают 8 мм. Максимальные значения ошибок коэффициентов для моделей 6–8, 10 и 11 находятся в интервале 7 мм – 1.2 см.

В представленной статье сопоставление моделей геопотенциала друг с другом выполняется несколькими способами. В первом случае сравниваются численные значения гармонических коэффициентов разложения геопотенциала на основе критерия интегрального изменения высоты поверхности геоида вследствие различия пар значений конкретного коэффициента (для каждого значения индексов степени и порядка) при переходе от одной модели поля к другой. Иными словами, для каждой пары сравниваемых моделей определяется характеризующее

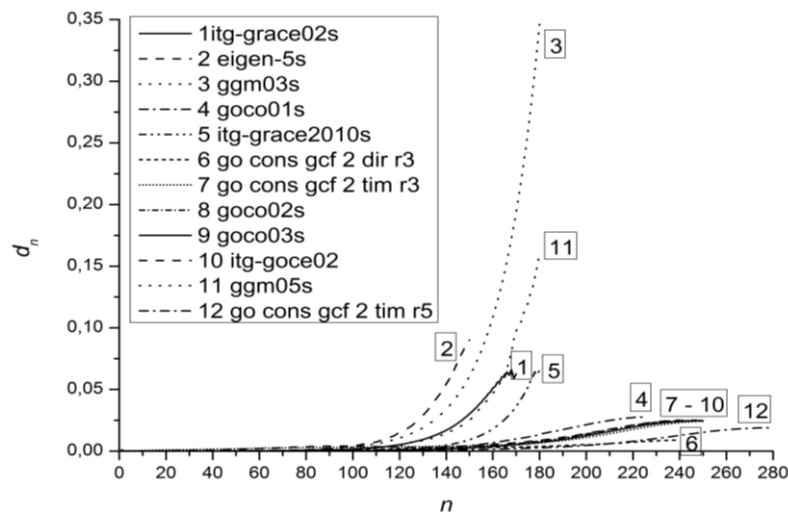


Рис. 1. Спутниковые модели. График зависимости величины d_n (м) от степени n

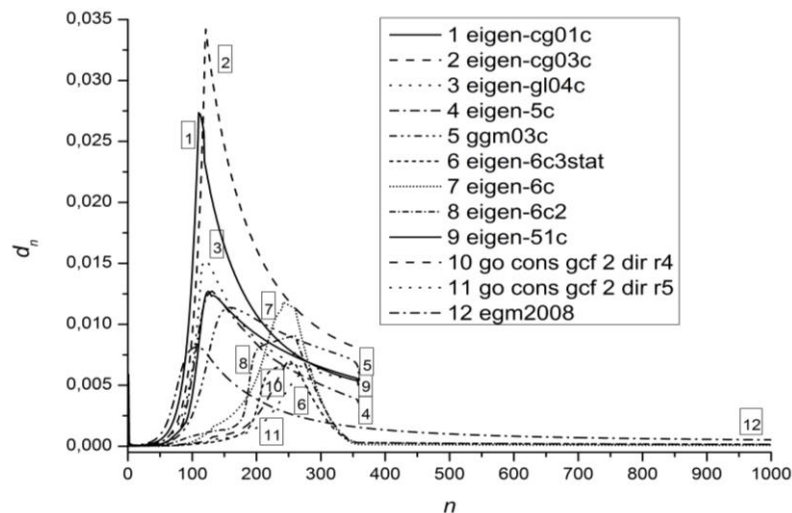


Рис. 2. Комбинированные модели. График зависимости величины d_n (м) от степени n

меру их близости число коэффициентов, различия которых вызывают превышающие заданные пороговые значения различия в высотах геоида [6].

В первом столбце табл. 1 и 2 указаны пары сравниваемых моделей, во втором – число пар сравниваемых гармонических коэффициентов этих моделей.

Анализируя результаты сопоставления спутниковых моделей геопотенциала, представленные в табл. 1, можно прийти к следующим выводам. Сравнение с моделью 12 показывает, что наибольшим сходством с ней обладает модель 9, затем 6 и 7 и наконец 8. Вклад каждого коэффициента в различия геоидов для данных моделей не будет превышать 5 мм. Для остальных моделей данный вклад не превосходит 1 см. Отметим, что количество разностей коэффициентов всех пар сравниваемых моделей для порогового значения 1 мм составляет менее 50%.

Табл. 1

Спутниковые модели Земли. Суммарное количество коэффициентов C_{nm} и S_{nm} , вклад которых приводит к различиям в превышении геоидов на величину 0.1 мм, 1 мм, 5 мм, 1 см, и их доля в процентах

		N	Число C_{nm} и S_{nm} / их доля в процентах			
			от 0.1 мм	от 1 мм	от 5 мм	от 1 см
12 – 1	29412	170	16608 / 56.47	5329 / 18.12	403 / 1.37	37 / 0.13
12 – 2	22952	150	12030 / 52.41	3556 / 15.49	206 / 0.90	31 / 0.14
12 – 3	32942	180	21014 / 63.79	10676 / 32.41	3750 / 11.38	1641 / 4.98
12 – 4	50850	224	30179 / 59.35	6876 / 13.52	5 / 0.01	0 / 0.00
12 – 5	32942	180	16331 / 49.58	4850 / 14.72	330 / 1.00	26 / 0.08
12 – 6	58322	240	33997 / 58.29	4173 / 7.16	0 / 0.00	0 / 0.00
12 – 7	63252	250	36917 / 58.36	4527 / 7.16	0 / 0.00	0 / 0.00
12 – 8	63252	250	38214 / 60.42	6511 / 10.29	0 / 0.00	0 / 0.00
12 – 9	63252	250	35746 / 56.51	4484 / 7.09	0 / 0.00	0 / 0.00
12 – 10	58322	240	35971 / 61.68	5742 / 9.85	27 / 0.05	8 / 0.01
12 – 11	32942	180	18838 / 57.19	7658 / 23.25	1440 / 4.37	382 / 1.16

Табл. 2

Комбинированные модели Земли. Суммарное количество коэффициентов C_{nm} и S_{nm} , вклад которых приводит к различиям в превышении геоидов на величину 0.1 мм, 1 мм, 5 мм, 1 см, и их доля в процентах

		N	Число C_{nm} и S_{nm} / их доля в процентах			
			от 0.1 мм	от 1 мм	от 5 мм	от 1 см
12 – 1	130682	360	101346 / 77.55	9971 / 7.63	57 / 0.04	1 / 0.00
12 – 2	130682	360	100924 / 77.23	9277 / 7.10	54 / 0.04	2 / 0.00
12 – 3	130682	360	99094 / 75.83	8328 / 6.37	9 / 0.01	1 / 0.00
12 – 4	130682	360	99813 / 76.38	8321 / 6.37	1 / 0.00	1 / 0.00
12 – 5	130682	360	98850 / 75.64	6935 / 5.31	2 / 0.00	2 / 0.00
12 – 6	1003002	1000	40392 / 4.03	3085 / 0.31	1 / 0.00	1 / 0.00
12 – 7	1003002	1000	33580 / 3.35	2471 / 0.25	1 / 0.00	1 / 0.00
12 – 8	1003002	1000	36843 / 3.67	2946 / 0.29	1 / 0.00	1 / 0.00
12 – 9	129960	359	79900 / 61.48	904 / 0.70	1 / 0.00	1 / 0.00
12 – 10	68384	260	53728 / 78.57	9056 / 13.24	1 / 0.00	1 / 0.00
12 – 11	90902	300	72922 / 80.22	10633 / 11.70	1 / 0.00	1 / 0.00

Анализируя данные табл. 2 (по структуре аналогичной табл. 1) для комбинированных моделей, заметим, что наибольшим сходством с моделью 12 обладает модель 7, затем 8 и 6. Для моделей 1–4 вклад каждого коэффициента в различия геоидов не будет превышать 5 мм. Для всех пар сравниваемых моделей количество разностей коэффициентов, превышающих пороговое значение 1 мм, не превышает 15%, что демонстрирует более высокий уровень близости комбинированных моделей.

Другими критериями, применяемыми для сравнения моделей геопотенциала, являются:

1) безразмерная степенная мера различия (расхождения) моделей Δ_n [7, § 1.3], характеризующая среднеквадратические различия коэффициентов одной и той же степени и порядков:

$$\Delta_n = \sqrt{\frac{1}{2M} \sum_{m=0}^n [(C_{nm} - C'_{nm})^2 + (S_{nm} - S'_{nm})^2]}, \quad (3)$$

где M – число сравниваемых гармоник.

2) безразмерная степенная мера r_n согласия (близости) моделей [7, § 1.3], имеющая смысл коэффициента линейной корреляции:

$$r_n = \frac{\sum_{m=0}^n C_{nm} C'_{nm} + \sum_{m=0}^n S_{nm} S'_{nm}}{\sqrt{\sum_{m=0}^n (C_{nm}^2 + S_{nm}^2) \sum_{m=0}^n (C'_{nm}{}^2 + S'_{nm}{}^2)}}. \quad (4)$$

3) безразмерная степенная мера h_n согласия (близости) моделей, также имеющая смысл коэффициента корреляции:

$$h_n = 1 - \frac{\sum_{m=0}^n (C_{nm} - C'_{nm})^2 + \sum_{m=0}^n (S_{nm} - S'_{nm})^2}{2 \sum_{m=0}^n (C_{nm}^2 + S_{nm}^2 + C'_{nm}{}^2 + S'_{nm}{}^2)}. \quad (5)$$

Данный критерий был разработан совместно с профессором Р.А. Кашеевым. Наличие в числителе критерия разностей, а не произведений позволяет проводить сравнение моделей по наибольшему из значений N . Допустимость сравнения гармонических коэффициентов, для моделей с разной максимальной степенью, обусловлена их теоретической независимостью друг от друга.

Из рис. 3 видно, что модели 4, 6–10 хорошо согласуются с моделью 12 практически на всем диапазоне изменения значений индекса степени n . Наибольшими отличиями от модели 12 обладает модель 3, начиная с области средних частот (при $n > 120$). В области средних частот от модели 12 отличаются также модели 1, 2, 5 и 11. Графики моделей 6–10 с моделью 12 почти полностью совпадают между собой, а значит, сами модели 6–10 близки друг к другу.

Из рис. 4 и 5 видно, что графики степенных коэффициентов корреляции r_n моделей 4, 6–10 подтверждают вывод их близости к модели 12 и друг к другу, по сравнению с отличающимися от них моделями 1, 2, 3, 5 и 11, чья корреляция с моделью 12 заметно хуже для всех $n > 120$. Из перечисленных моделей наилучшим образом с моделью 12 и между собой коррелируют модели 7 и 9. Модели 8 и 10 немного хуже коррелируют с моделью 12, но достаточно хорошо между собой.

Рис. 6 демонстрирует, что наибольшей близостью с моделью 12 обладают модели 6–8. Можно также отметить, что эти модели достаточно близки между собой. Для всех пар сравниваемых моделей с моделью 12, наблюдается резкое возрастание критерия Δ_n на интервале $50 < n < 120$, а затем такое же резкое убывание значений критерия. Наименьшей близостью с моделью 12 обладают модели 1 и 2. Остальные пары сравниваемых моделей занимают промежуточное положение между парами с моделями 1, 2 и 6–8. Среди данных моделей близкими друг к другу являются модели 10 и 11. На интервале $150 < n < 250$ близкими являются модели 2–5.

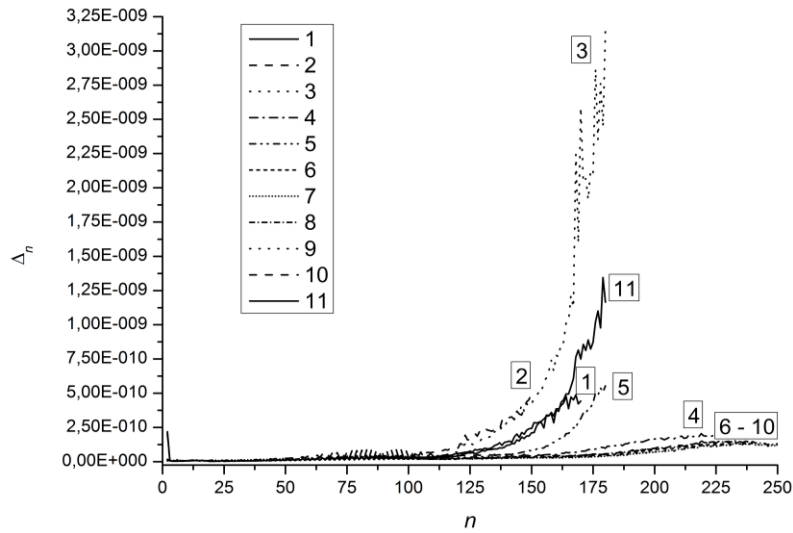


Рис. 3. Спутниковые модели. Зависимость степенной меры Δ_n от степени n при сопоставлении моделей 1–11 с моделью 12 геопотенциала

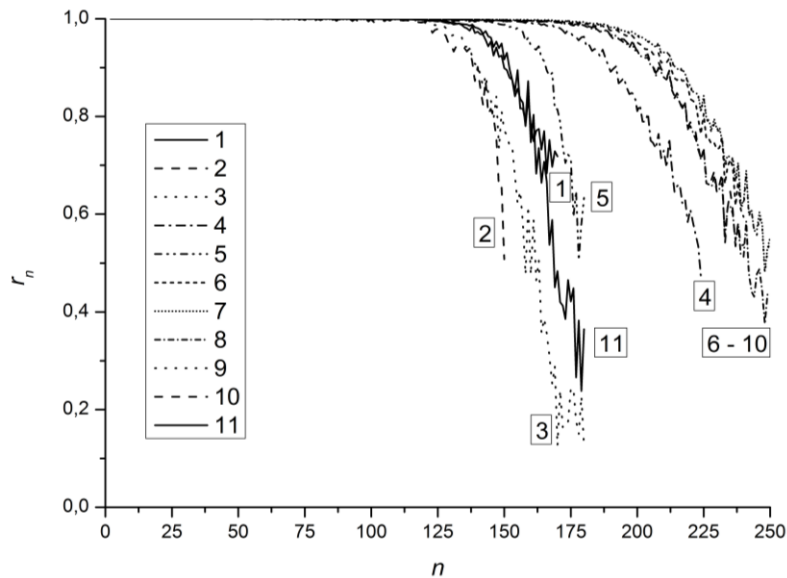


Рис. 4. Спутниковые модели. Зависимость степенной меры r_n от степени n при сопоставлении моделей 1–11 с моделью 12 геопотенциала

Рис. 7 и 8 еще раз подтверждают, что наиболее близкими к модели 12 и друг к другу являются модели 6–8. Для данных моделей при $n > 325$ графики являются практически идентичными, что еще раз подтверждает сделанный ранее вывод, о сходстве моделей 2–5 и моделей 10 и 11. Можно также отметить, что в низкочастотной области ($n < 100$) графики совпадают, а при $200 < n < 300$ различие наблюдается для моделей 10 и 11. Для модели 11 значения корреляций r_n с моделью 12 опускаются ниже, чем 0.2.

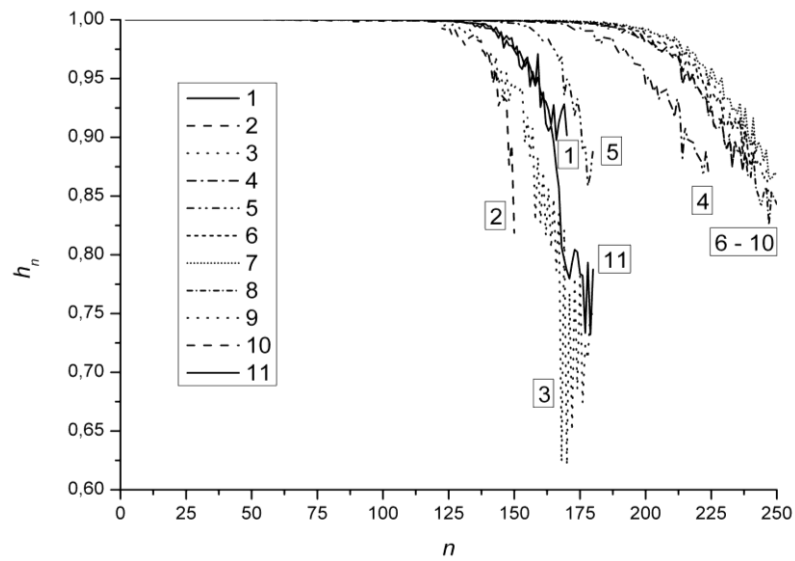


Рис. 5. Спутниковые модели. Зависимость степенной меры h_n от степени n при сопоставлении моделей 1–11 с моделью 12 геопотенциала

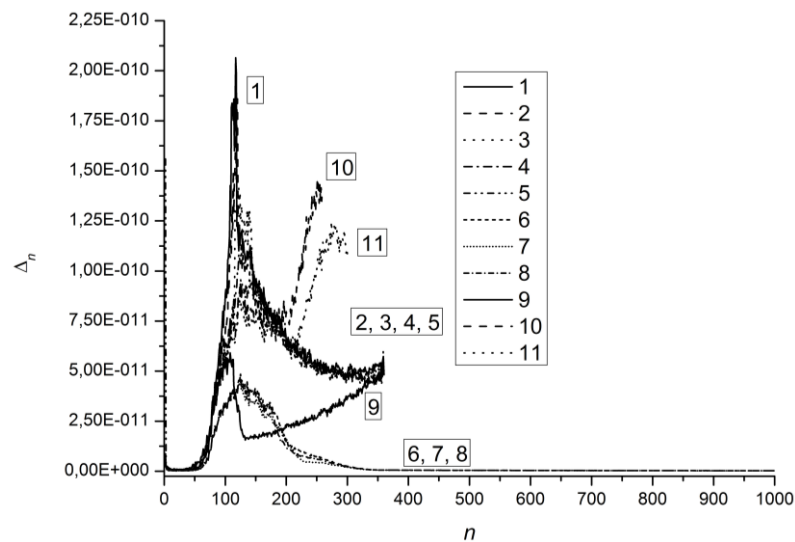


Рис. 6. Комбинированные модели. Зависимость степенной меры Δ_n от степени n при сопоставлении моделей 1–11 с моделью 12 геопотенциала

В заключение обратим внимание на то, что для всех пар сравниваемых моделей, как спутниковых, так и комбинированных, на рис. 3–8 наблюдается осциллирующий характер графиков, который, судя по всему, отражает влияние шумовой компоненты многопараметрических моделей геопотенциала. Сравнение полученных результатов с данными, представленными в статье [6], демонстрирует улучшение качества моделей, что связано с привлечением новых наблюдательных данных. Заметим также, что в настоящей статье проводился анализ моделей двух типов (спутниковых и комбинированных) по отдельности, поскольку

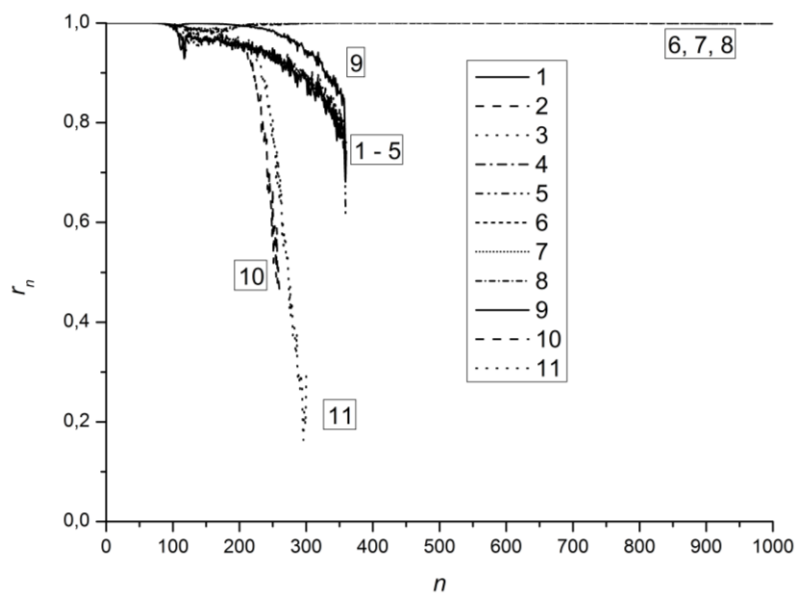


Рис. 7. Комбинированные модели. Зависимость степенной меры r_n от степени n при сопоставлении моделей 1–11 с моделью 12 геопотенциала

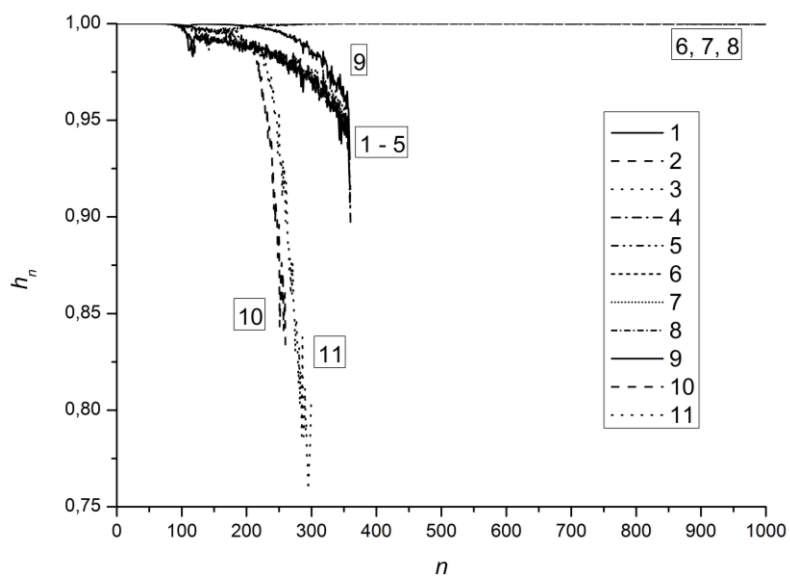


Рис. 8. Комбинированные модели. Зависимость степенной меры h_n от степени n при сопоставлении моделей 1–11 с моделью 12 геопотенциала

чисто спутниковые модели предназначены главным образом для баллистического обеспечения космических экспериментов на спутниковых высотах, в то время как комбинированные модели используются для вычисления трансформант потенциала на поверхности Земли или вблизи неё.

Литература

1. International Centre for Global Earth Models (ICGEM) – URL: <http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/>, свободный.
2. Gravity Observation Combination (GOCO) – URL: <http://www.goco.eu/>, свободный.
3. The University of Texas at Austin, Center for Space Research – URL: <http://www.csr.utexas.edu/grace/gravity/>, свободный.
4. Gruber Th., Visser P.N.A.M., Ackermann Ch., Hosse M. Validation of GOCE gravity field models by means of orbit residuals and geoid comparisons // J. Geod. – 2011. – V. 85, No 11 – P. 845–860. – doi: 10.1007/s00190-011-0486-7.
5. Hirt C., Gruber T., Featherstone W.E. Evaluation of the first GOCE static gravity field models using terrestrial gravity, vertical deflections and EGM2008 quasigeoid heights // J. Geod. – 2011. – V. 85, No 10 – P. 723–740. – doi: 10.1007/s00190-011-0482-y.
6. Кащеев Р.А. Сопоставление моделей гравитационного поля Земли, построенных по данным межспутникового слежения // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2008. – Вып. 2. – С. 101–109.
7. Мещеряков Г.А., Церклевич А.Л. Гравитационное поле, фигура и внутреннее строение Марса. – Киев: Наукова думка, 1987. – 240 с.

Поступила в редакцию
20.01.15

Новлянская Инна Олеговна, аспирант кафедры астрономии и космической геодезии

Казанский (Приволжский) федеральный университет
ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия
E-mail: sailordragon@rambler.ru

ISSN 1815-6169 (Print)
ISSN 2500-218X (Online)

UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA. SERIYA ESTESTVENNYE NAUKI
(Proceedings of Kazan University. Natural Sciences Series)

2016, vol. 158, no. 2, pp. 311–322

**Comparison and Accuracy Estimation of Modern Models
of the Earth's Gravitational Potential**

I.O. Novlyanskaya

Kazan Federal University, Kazan, 420008 Russia
E-mail: sailordragon@rambler.ru

Received January 20, 2015

Abstract

The paper presents a brief overview of new models of the Earth's gravitational potential constructed based on satellite-to-satellite tracking, satellite gradiometry, satellite altimetry, as well as ground gravimetric and satellite laser ranging. Inherent accuracy estimation of the described models and criteria for comparison of these models with each other have been considered. The obtained results of the comparison and accuracy estimation of the harmonic expansion coefficients depending on the n degree index showed the contribution of each coefficient and its error into the geopotential value and allowed to select an optimal model for solving applied problems of geodesy.

Keywords: gravitational potential model, Earth, comparison, accuracy estimation

Figure captions

- Fig. 1. Satellite models. Diagram showing the dependence of d_n (m) on n .
- Fig. 2. Combined models. Diagram showing the dependence of d_n (m) on n .
- Fig. 3. Satellite models. Dependence of Δn on n in comparison of models 1–11 with model 12 of geopotential.
- Fig. 4. Satellite models. Dependence of r_n on n in comparison of models 1–11 with model 12 of geopotential.
- Fig. 5. Satellite models. Dependence of h_n on n in comparison of models 1–11 with model 12 of geopotential.
- Fig. 6. Combined models. Dependence of Δn on n in comparison of models 1–11 with model 12 of geopotential.
- Fig. 7. Combined models. Dependence of r_n on n in comparison of models 1–11 with model 12 of geopotential.
- Fig. 8. Combined models. Dependence of h_n on n in comparison of models 1–11 with model 12 of geopotential.

References

1. International Centre for Global Earth Models (ICGEM). Available at: <http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/>.
2. Gravity Observation Combination (GOCO). Available at: <http://www.goco.eu/>.
3. The University of Texas at Austin, Center for Space Research. Available at: <http://www.csr.utexas.edu/grace/gravity/>.
4. Gruber Th., Visser P.N.A.M., Ackermann Ch., Hosse M. Validation of GOCE gravity field models by means of orbit residuals and geoid comparisons. *J. Geod.*, 2011, vol. 85, no. 11, pp. 845–860. doi: 10.1007/s00190-011-0486-7.
5. Hirt C., Gruber T., Featherstone W.E. Evaluation of the first GOCE static gravity field models using terrestrial gravity, vertical deflections and EGM2008 quasigeoid heights. *J. Geod.*, 2011, vol. 85, no. 10, pp. 723–740. doi: 10.1007/s00190-011-0482-y.
6. Kashcheev R.A. A comparison of the Earth's gravity field models based on data of satellite-to-satellite tracking. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Geod. Aerofotos'emka*, 2008, no. 2, pp. 101–109. (In Russian)
7. Meshcheryakov G.A., Tserklevich A.L. Gravitational Field, Figure, and Internal Structure of Mars. Kiev, Naukova Dumka, 1987. 239 p. (In Russian)

Для цитирования: Новлянская И.О. Сравнение и оценка точности современных моделей гравитационного потенциала Земли // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Естеств. науки. – 2016. – Т. 158, кн. 2. – С. 311–322.

For citation: Novlyanskaya I.O. Comparison and accuracy estimation of modern models of the Earth's gravitational potential. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Estestvennye Nauki*, 2016, vol. 158, no. 2, pp. 311–322. (In Russian)