

ГЕОЛОГО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАВИСИМОСТИ ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ ЗОНЫ СУЛЬФИДИЗАЦИИ ОТ ГЛУБИНЫ ЗАЛЕГАНИЯ НЕФТЕГАЗОВОЙ ЗАЛЕЖИ

О.Ф.ПУТИКОВ, *д-р геол.-минерал. наук, профессор, opit@OP4130.spb.edu*

Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», Санкт-Петербург, Россия

С.А.ИВАНОВ, *канд. геол.-минерал. наук, заместитель генерального директора по геологии, sai@dnme.ru*

ООО «Сибирская геофизическая научно-производственная компания», Иркутск, Россия

Дифференциально-нормированный метод электроразведки (ДНМЭ) позволяет путем изучения поляризации зоны вторичной сульфидизации (глубина ~0,4-0,6 км) сделать заключение о наличии и параметрах нефтегазовой залежи (глубина до 5 км). Получено приближенное решение системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных для концентрации сероводорода и пирита (поляризуемости) как функции глубины залежи. Результаты подтверждены экспериментальными исследованиями в Северном море.

Ключевые слова: дифференциально-нормированный метод электроразведки, сульфидизация, поляризуемость, углеводороды.

Поиски нефтегазовых месторождений, обычно расположенных на глубинах 2-5 км, с помощью дифференциально-нормированного метода электроразведки (ДНМЭ) основаны на изучении расположенных выше этих месторождений (на глубинах около 0,4-0,6 км) зон вторичной сульфидизации (пиритизации), обладающих повышенной поляризуемостью.

По договору с норвежской стороной ООО «Сибирская геофизическая научно-производственная компания» выполнила морские исследования ДНМЭ над более чем 50 перспективными структурами. Дан опережающий прогноз нефтегазоносности. Пробурено 13 проверочных скважин, прогноз подтвержден в 11 скважинах (в том числе отрицательный прогноз – в 2 скважинах).

Наибольшая концентрация пирита (4-6 % объема) приурочена к контакту нижележащих проницаемых пород и перекрывающих плохопроницаемых пород (глин). Эпигенетический (вторичный) пирит образуется за счет взаимодействия мигрирующего из нефтегазовой залежи сероводорода с имеющимися оксидами и ионами железа [6].

Близвертикальная миграция сероводорода может происходить, например, путем квазиконвекции при подъеме пузырьков плохорастворимых газов (метана, азота, водорода) [1]. В этом случае в упрощенном виде геологический разрез над нефтегазовой залежью с крышкой можно считать двухслойным, где каждый слой характеризуется своими значениями вертикальной скорости квазиконвекции и коэффициента диффузии сероводорода (рис.1).

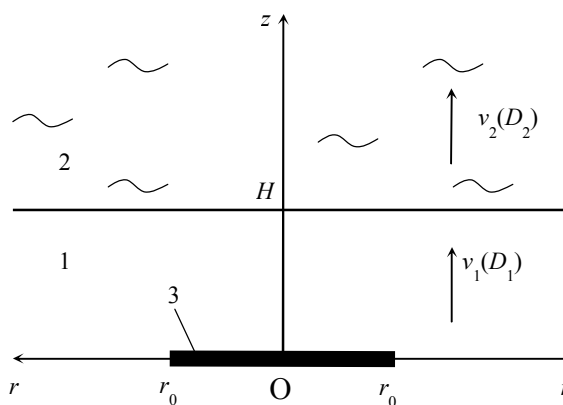


Рис.1. Схематический двухслойный геологический разрез над нефтегазовой залежью с крышкой

1 – нижний проницаемый слой; 2 – верхний плохопроницаемый слой; 3 – нефтегазовая залежь радиуса r_0 с крышкой; $v_1(D_1)$ и $v_2(D_2)$ – скорость квазиконвекции и коэффициент диффузии сероводорода соответственно в нижнем и верхнем слое; H – координата подошвы верхнего плохопроницаемого слоя

Введем цилиндрические координаты (O, z, r) с началом, совпадающим с центром нефтегазовой залежи, имеющей форму круга радиусом r_0 , и осью z , направленной вертикально вверх (рис.1).

Предположим, что диффузией сероводорода по вертикали можно пренебречь по сравнению с его квазиконвекцией, а образование сульфида железа происходит только в верхнем пласте, содержащем ионы двухвалентного железа, по уравнению кинетики необратимой реакции второго порядка. Тогда распределение концентрации сероводорода в нижнем и верхнем пластах подчиняется системе дифференциальных уравнений в частных производных, которые в цилиндрических координатах z, r (рис.1) с учетом осевой симметрии имеют вид

$$\frac{\partial^2 C_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C_1}{\partial r} - \frac{v_1}{D_1} \frac{\partial C_1}{\partial z} - \frac{1}{D_1} \frac{\partial C_1}{\partial \tau} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 C_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C_2}{\partial r} - \frac{v_2}{D_2} \frac{\partial C_2}{\partial z} - \frac{\beta C_2 (q_{\max} - q)}{D_2} - \frac{1}{D_2} \frac{\partial C_2}{\partial \tau} = 0, \quad (2)$$

а кинетика образования сульфида железа подчиняется уравнению

$$\frac{\partial q}{\partial \tau} = \beta C_2 (q_{\max} - q), \quad (3)$$

где C_1 и C_2 – концентрация сероводорода соответственно в нижнем проницаемом и в верхнем плохонепроницаемом пласте; β – постоянная кинетики реакции образования сульфида железа; τ – время; q – концентрация сульфида железа; q_{\max} – максимально возможная концентрация сульфида железа (обусловленная начальной концентрацией двухвалентного железа).

В соответствии с условиями задачи начальные условия примем нулевыми:

$$C_1|_{\tau=0} = 0; \quad (4)$$

$$C_2|_{\tau=0} = 0; \quad (5)$$

$$q|_{\tau=0} = 0. \quad (6)$$

В качестве граничных условий примем на глубине кровли покрышки нефтяной залежи (при $z = 0$) постоянство концентрации сероводорода (C_0) в пределах площади залежи и отсутствие сероводорода за пределами этой площади:

$$C_1|_{z=0} = \begin{cases} C_0, & 0 \leq r \leq r_0; \\ 0, & r_0 \leq r \leq \infty; \end{cases} \quad (7)$$

непрерывность вертикальной составляющей плотности потока сероводорода на границе раздела пластов

$$v_1 C_1|_{z=H} = v_2 C_2|_{z=H} \quad (8)$$

и нулевую концентрацию сероводорода на бесконечности

$$C_2|_{\sqrt{z^2+r^2} \rightarrow \infty} \rightarrow 0. \quad (9)$$

Для ряда задач, аналогичных задаче, сформулированной в (1)-(9), получены приближенные решения [1, 4, 5] и в простейшем случае – точные решения [2].

В рассматриваемом случае для решения системы нелинейных дифференциальных уравнений (1)-(3) используем метод последовательных приближений. В качестве нулевого приближения концентрации сульфида железа $q^{(0)}$ примем максимально возможную его концентрацию: $q^{(0)} = q_{\max}$.

Нулевые приближения концентрации сероводорода $C_1^{(0)}$ и $C_2^{(0)}$ определяются начальными условиями (4) и (5). Тогда первые приближения концентрации сероводорода в нижнем пласте $C_1^{(1)}$ и верхнем пласте $C_2^{(1)}$ определяются системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial^2 C_1^{(1)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C_1^{(1)}}{\partial r} - \frac{v_1}{D_1} \frac{\partial C_1^{(1)}}{\partial z} - \frac{1}{D_1} \frac{\partial C_1^{(1)}}{\partial \tau} = 0; \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 C_2^{(1)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C_2^{(1)}}{\partial r} - \frac{v_2}{D_2} \frac{\partial C_2^{(1)}}{\partial z} - \frac{1}{D_2} \frac{\partial C_2^{(1)}}{\partial \tau} = 0. \quad (11)$$

Дифференциальное уравнение кинетики принимает вид

$$\frac{\partial q^{(1)}}{\partial \tau} = \beta C_2^{(1)} (q_{\max} - q^{(1)}), \quad (12)$$

где $q^{(1)}$ – первое приближение концентрации сульфида железа.

В качестве начальных и граничных условий для первых приближений концентрации сероводорода и первого приближения концентрации сульфида железа примем условия:

$$C_1^{(1)}|_{\tau=0} = 0; \quad (13)$$

$$C_2^{(1)}|_{\tau=0} = 0; \quad (14)$$

$$q|_{\tau=0} = 0; \quad (15)$$

$$C_1^{(1)}|_{z=0} = \begin{cases} C_0, 0 \leq r \leq r_0; \\ 0, r_0 \leq r \leq \infty; \end{cases} \quad (16)$$

$$v_1 C_1^{(1)}|_{z=H} = v_2 C_2^{(1)}|_{z=H}; \quad (17)$$

$$C_2^{(1)}|_{\sqrt{z^2+r^2} \rightarrow \infty} \rightarrow 0. \quad (18)$$

Для решения задачи применим к концентрациям $C_1^{(1)}$ и $C_2^{(1)}$ интегральное преобразование Лапласа по времени τ и, с учетом граничного условия (18), интегральное преобразование Бесселя по координате r , т.е. перейдем от оригиналов концентраций $C_1^{(1)}$ и $C_2^{(1)}$ к их изображениям по Лапласу и Бесселю $F_1(\rho, p)$ и $F_2(\rho, p)$ согласно соотношениям:

$$F_1(\rho, p) = \int_0^\infty \left(\int_0^\infty C_1^{(1)}(z, r, \tau) e^{-p\tau} d\tau \right) J_0(r\rho) r dr;$$

$$F_2(\rho, p) = \int_0^\infty \left(\int_0^\infty C_2^{(1)}(z, r, \tau) e^{-p\tau} d\tau \right) J_0(r\rho) r dr;$$

где ρ – действительная переменная; p – комплексная переменная; $J_0(x)$ – функция Бесселя 1-го рода нулевого порядка от действительного аргумента.

Дифференциальные уравнения (10) и (11) для изображений концентраций F_1 и F_2 с учетом начальных условий (13), (14) примут вид

$$\frac{dF_1}{dz} + \frac{D_1}{v_1} \left(\rho^2 + \frac{p}{D_1} \right) F_1 = 0; \quad (19)$$

$$\frac{dF_2}{dz} + \frac{D_2}{v_2} \left(\rho^2 + \frac{p}{D_2} \right) F_2 = 0. \quad (20)$$

Граничные условия (16) и (17) для изображений концентраций F_1 и F_2 имеют вид

$$F_1|_{z=0} = \frac{C_0 r_0 J_1(r_0 \rho)}{p \rho}; \quad (21)$$

$$v_1 F_1|_{z=H} = v_2 F_2|_{z=H}, \quad (22)$$

где $J_1(x)$ – функция Бесселя 1-го рода 1-го порядка от действительного аргумента.

Решения дифференциальных уравнений (19) и (20) определяются выражениями:

$$F_1 = A_1 e^{-\frac{z}{v_1}(D_1 \rho^2 + p)};$$

$$F_2 = A_2 e^{-\frac{z}{v_2}(D_2 \rho^2 + p)},$$

где A_1 и A_2 – произвольные постоянные.

Находя значения произвольных постоянных из граничных условий (21) и (22), получим

$$F_1 = \frac{C_0 r_0 J_1(r_0 \rho)}{p \rho} e^{-\frac{z}{v_1}(D_1 \rho^2 + p)}; \quad (23)$$

$$F_2 = \frac{v_1 C_0 r_0 J_1(r_0 \rho)}{v_2 \rho} \frac{\exp\left(-\left[\frac{H}{v_1} + \frac{(z-H)}{v_2}\right]p\right)}{p} \exp\left(-\left[\frac{HD_1}{v_1} + \frac{(z-H)D_2}{v_2}\right]\rho^2\right). \quad (24)$$

Обращая выражения (23) и (24) по Лапласу и Бесселю, найдем оригиналы первых приближений концентрации сероводорода:

$$C_1^{(1)} = C_0 r_0 \eta \left(\tau - \frac{z}{v_1} \right) \int_0^\infty e^{-\frac{zD_1}{v_1} \rho^2} J_1(r_0 \rho) J_0(r \rho) d\rho;$$

$$C_2^{(1)} = \frac{v_1}{v_2} C_0 r_0 \eta \left[\tau - \left(\frac{H}{v_1} + \frac{(z-H)}{v_2} \right) \right] \int_0^\infty \exp\left(-\left[\frac{HD_1}{v_1} + \frac{(z-H)D_2}{v_2}\right]\rho^2\right) J_1(r_0 \rho) J_0(r \rho) d\rho, \quad (25)$$

где $\eta(y)$ – единичная функция,

$$\eta(y) = \begin{cases} 1, & y \geq 0, \\ 0, & y < 0. \end{cases}$$

Решением дифференциального уравнения (12) для первого приближения концентрации сульфида железа $q^{(1)}$ с учетом начального условия (15) является функция

$$q^{(1)} = q_{\max} \left[1 - \exp\left(-\beta \int_0^\tau C_2^{(1)}(z, r, \eta) d\eta\right) \right]. \quad (26)$$

Подставляя в формулу (26) выражение (25) для концентрации $C_2^{(1)}$, получим при $\gamma \leq \tau \leq \infty$, $H \leq z \leq \infty$

$$\frac{q^{(1)}}{q_{\max}} = 1 - \exp\left(-r_0\alpha(\tau - \gamma) \int_0^\infty e^{-\lambda\rho^2} J_1(r_0\rho) J_0(r\rho) d\rho\right),$$

где $\alpha = \frac{\beta C_0 v_1}{v_2}$; $\gamma = \frac{H}{v_1} + \frac{z-H}{v_2}$; $\lambda = \frac{HD_1}{v_1} + \frac{(z-H)D_2}{v_2}$.

Над центром нефтегазовой залежи (при $r = 0$) имеем

$$\frac{q^{(1)}}{q_{\max}} \Big|_{r=0} = 1 - \exp\left(-r_0\alpha(\tau - \gamma) \int_0^\infty e^{-\lambda\rho^2} J_1(r_0\rho) d\rho\right). \quad (27)$$

Следуя соотношениям [3]

$$\int_0^\infty e^{-\lambda\rho^2} J_1(r_0\rho) d\rho = \frac{1}{r_0} \gamma\left(1, \frac{r_0^2}{4\lambda}\right); \quad \gamma\left(1, \frac{r_0^2}{4\lambda}\right) = 1 - e^{-\frac{r_0^2}{4\lambda}},$$

где $\gamma(x, y)$ – неполная гамма-функция, находим, что выражение (27) принимает вид

$$\frac{q^{(1)}}{q_{\max}} \Big|_{r=0} = 1 - \exp\left(-\alpha(\tau - \gamma) \left(1 - e^{-\frac{r_0^2}{4\lambda}}\right)\right). \quad (28)$$

У подошвы верхнего плохопроницаемого слоя, т.е. при $z = H$, из выражения (28) находим

$$\frac{q^{(1)}}{q_{\max}} \Big|_{\substack{r=0 \\ z=H}} = 1 - \exp\left[-\alpha\left(\tau - \frac{H}{v_1}\right) \left(1 - e^{-\frac{r_0^2 v_1}{4HD_1}}\right)\right]. \quad (29)$$

Поскольку поляризуемость горных пород линейно связана с концентрацией пирита, поляризуемость зоны эпигенетической сульфидизации над нефтегазовой залежью также должна определяться зависимостью вида (29). Тогда можно ввести нормированное соотношение концентраций пирита (поляризуемости пород) ψ :

$$\psi = \frac{q^{(1)} \Big|_{\substack{r=0 \\ z=H}}}{q_{\max}} \Big/ \frac{q^{(1)} \Big|_{\substack{r=0 \\ z=H=0}}}{q_{\max}} = \frac{1 - \exp\left[-\alpha\left(\tau - \frac{H}{v_1}\right) \left(1 - e^{-\frac{r_0^2 v_1}{4HD_1}}\right)\right]}{1 - e^{-\alpha\tau}}. \quad (30)$$

Сибирской геофизической научно-производственной компанией получены экспериментальные полевые данные о пространственно-временном распределении кажущейся поляризуемости η_k на известных и предполагаемых нефтегазовых залежах Северного моря.

На основе инверсии этих данных рассчитаны средние значения коэффициента поляризуемости зоны сульфидизации η на эталонных объектах с известной глубиной расположения залежей по пяти площадям, районам (рис.2).

Как видно из рис.2, на трех площадях (районы 1, 3, 4) на уровне линейных трендов установлен хорошо выраженный рост поляризуемости с уменьшением глубины расположения за-

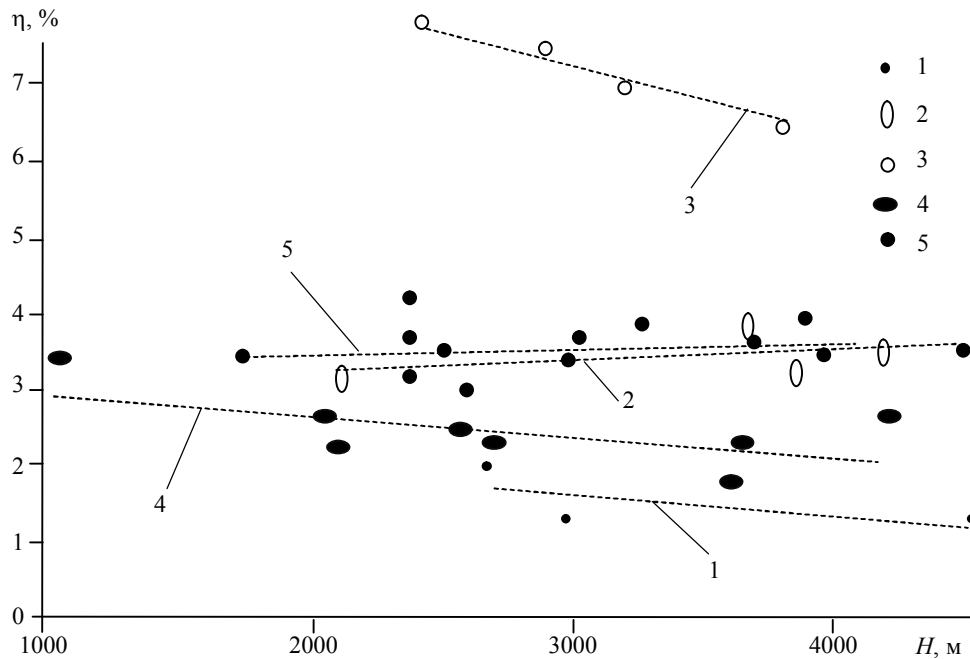


Рис.2. Экспериментальные данные (районы 1-5) и линейные тренды поляризуемости зоны сульфидизации в зависимости от глубины нефтегазовой залежи

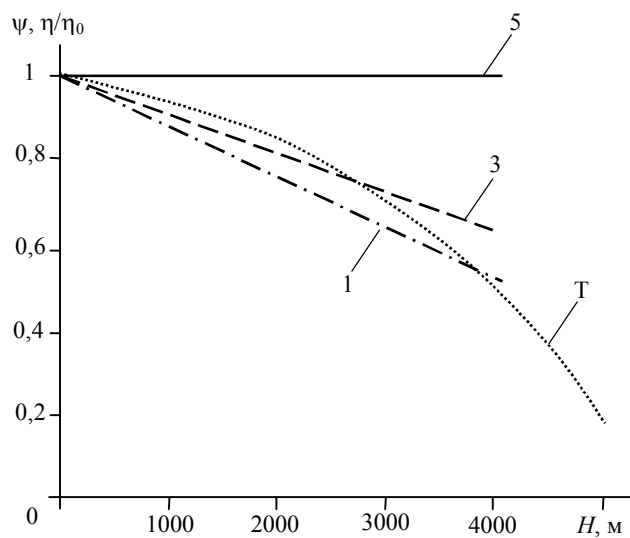


Рис.3. Зависимость концентрации пирита ψ (поляризуемости пород η/η_0) над центром нефтегазовой залежи в Северном море от глубины ее залегания

лежей; на двух площадях (районы 2, 5) наклон линии трендов минимален и, ввиду большой дисперсии поляризуемости, может быть сопоставим с погрешностью измерений: для площади 2, например, все изменения коэффициента поляризуемости наблюдаются в пределах 1 %.

Далее были получены (рис.3) нормированные экспериментальные данные зависимости поляризуемости целевого слоя (η/η_0), где η_0 – поляризуемость целевого слоя при $H = 0$, от глубины залегания залежи H : кривые 1, 3, 5 и теоретическая кривая T , рассчитанная по формуле (30) при следующих параметрах: $r_0 = 5000$ м, $\tau = 180$ млн лет, $\beta = 1 \cdot 10^{-14}$ м³/(кг·с), $\nu_1 = 1 \cdot 10^{-12}$ м/с, $\nu_1/\nu_2 = 10$, $\alpha = 3 \cdot 10^{-16}$ 1/с.

Как видно из рис.3, имеется достаточно удовлетворительное совпадение экспериментальных кривых 1 и 3 с теоретической кривой в пределах глубины залежи $H \approx 0 \div 4$ км. Экспериментальная кривая 5 соответствует очень большой вертикальной скорости квазиконвекции сероводорода из нефтегазовой залежи ν_1 .

Необходимо отметить, что в использованной упрощенной физико-геологической модели явления явно не учтена скорость накопления осадочной толщи. Влияние этого процесса можно как-то учесть, если считать, что β – не истинная скорость образования сульфида железа, а кажущаяся, которая может зависеть от скорости роста мощности осадочной толщи. С учетом этого замечания можно объяснить наблюдаемые экспериментальные закономерности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Путиков О.Ф. Основы теории нелинейных геоэлектрохимических методов поисков и разведки / Санкт-Петербургский горный институт (технический университет). СПб, 2009. 534 с.
2. Путиков О.Ф. Точное решение системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных теории геоэлектрохимических методов / О.Ф.Путиков, Н.П.Сенчина // Доклады Академии наук. 2015. Т.463. № 2. С.213-215.
3. Рыжик И.М. Таблицы интегралов, рядов, сумм и произведений / И.М.Рыжик, И.С.Градштейн. М.: Гос. изд-во физ.-мат. литературы, 1963. 1100 с.
4. Условия формирования естественного электрического поля (ЕП) на месторождениях силикатного никеля кор выветривания / О.Ф.Путиков, В.Г.Лазаренков, И.В.Таловина, Н.П.Сенчина// Записки Горного института. 2013. Т.200. С. 81-86.
5. Modelling induced polarization effects due to pyrite in geochemical alteration zones above hydrocarbon accumulations / P.C.H.Veeken, E.O.Kudryavceva, O.F.Putikov, P.Y.Legeydo, S.A.Ivanov // Petroleum Geoscience. February 2012. Vol.18. P.59-72.
6. Schumacher D. Hydrocarbon-induced alteration of soils and sediments / Ed.by D.Schumacher, M.A.Abrams // Hydrocarbon migration and its near-surface expression: AAPG Memoir 66. 1996. P.71-89.

REFERENCES

1. Putikov O.F. Osnovy teorii nelineinykh geoelektrokhimicheskikh metodov poiskov i razvedki (*Fundamentals of the theory of nonlinear geoelectrochemical methods of exploration*). Sankt-Peterburgskii gornyi institut (tekhnicheskii universitet). St Petersburg, 2009, p.534.
2. Putikov O.F., Senchina N.P. Precise Solution of the System of Nonlinear Differential Equations in Partial Derivatives of the Theory of Geoelectrochemical Methods. Reports of the Academy of Sciences. 2015. Vol.463. Part 1, p.726-727. DOI: 10.1134/S1028334X15070132.
3. Ryzhik I.M., Gradshstein I.S. Tablitsy integralov, ryadov, summ i proizvedenii (*Tables of Integrals, Series, Sums and Products*). Moscow: Gos. izd-vo fiz.-mat. literatury, 1963, p.1100.
4. Putikov O.F., Lazarenkov V.G., Talovina I.V., Senchina N.P. Usloviya formirovaniya estestvennogo elektricheskogo polya (EP) na mestorozhdeniyakh silikatnogo nikelya kor vyvetrivaniya (*Conditions of natural electric field formation at the silicate nickel deposits of weathering crust*). Zapiski Gornogo instituta. 2013. Vol.200, p.81-86.
5. Veeken P.C.H., Kudryavceva E.O., Putikov O.F., Legeydo P.Y., Ivanov S.A. Modelling induced polarization effects due to pyrite in geochemical alteration zones above hydrocarbon accumulations. Petroleum Geoscience. February 2012. Vol.18, p.59-72.
6. Schumacher D. Hydrocarbon-induced alteration of soils and sediments, in D. Schumacher and M.A. Abrams, eds. Hydrocarbon migration and its near-surface expression: AAPG Memoir 66. 1996, p. 71-89.

GEOLOGICAL AND MATHEMATICAL MODEL OF SECONDARY SULPHIDISATION ZONE POLARIZABILITY AS A FUNCTION OF OIL AND GAS DEPOSIT DEPTH

O.F.PUTIKOV, Dr. of Geological and Mineral Sciences, Professor, oput@OP4130.spb.edu
National Mineral Resources University (Mining University), St Petersburg, Russia
S.A.IVANOV, PhD in Geological and Mineral Sciences, Deputy General Director for Geology,
sai@dnme.ru
Siberian Geophysical Research Production Company Ltd, Irkutsk, Russia

The differential-normalized method of electrical exploration (DNME), by means of polarization study of the secondary sulphidation zone (depth ~ 0,4-0,6 km), allows making conclusion about existence and parameters of an oil and gas deposit (depth up to ~ 2-5 km). The approximate solution of the system of nonlinear differential equations in partial derivatives for concentration of sulfur-hydrogen and pyrite (polarizability) as the function of oil-gas deposit depth has been received. The results are confirmed by experimental investigations in the North Sea.

Key words: differential-normalized method of electrical exploration, sulphidation, polarizability, hydrocarbons.