УДК 532.546

МОДЕЛЬ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО РАЗРЫВА ПЛАСТА НА ОСНОВЕ УПРУГОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В ГЕТЕРОГЕННЫХ СРЕДАХ

Валентин Иванович Пеньковский
Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, 15, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, тел. (383)333-25-99, e-mail: penkov@hydro.nsc.ru

Надежда Константиновна Корсакова
Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, 15, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, тел. (383)333-25-99, e-mail: kors@hydro.nsc.ru

Предложена новая математическая модель гидравлического разрыва пласта. При этом используются предположения, применяемые в теории упругого режима фильтрации. Зона растрескивания представляется гетерогенной средой, состоящей из взаимодействующих систем трещин и блоков. С помощью метода последовательной смены стационарных состояний получены инженерные формулы для определения размера зоны гидравлического разрыва и степени раскрытия трещин.

Ключевые слова: гидравлический разрыв, трещиновато-пористая среда, квазистационарное приближение, совместность деформаций.

THE MODEL FOR HYDRAULIC FRACTURING OF STRATUM BASED ON ELASTIC FLOW IN HETEROGENEOUS MEDIA

Valentin I. Pen'kovskii
Lavrentyev Institute of Hydrodynamics SB RAS, 630090, Russia, Novosibirsk, Lavrentyev Prospect 15, Doctor of Science, Leading Research Assistant, tel. (383)333-25-99, e-mail: penkov@hydro.nsc.ru

Nadezhda K. Korsakova
Lavrentyev Institute of Hydrodynamics SB RAS, 630090, Russia, Novosibirsk, Lavrentyev Prospect 15, Ph. D., Senior Research Assistant, tel. (383)333-25-99, e-mail: kors@hydro.nsc.ru

A mathematical model for hydraulic fracturing is proposed. The assumptions of elastic flow theory are applied. A fracturing zone is represented as heterogeneous medium consisted of interacting systems of fractures and blocks. Using method of consecutive changing of steady states, the engineering formulas are obtained for defining the hydraulic fracture zone and fracture opening degree.

Key words: hydraulic fracture, fractured-porous medium, quasi-state approximation, strain compatibility.

Построение математической модели, адекватной реальному процессу гидравлического разрыва пласта (ГРП), представляет собой сложную проблему, это можно объяснить отсутствием экспериментальных данных, которые необходимы при таком построении. Лабораторные эксперименты на насыпных моделях пласта показывают, что вокруг «скважины гидроразрыва» в виде специальной иглы образуется симметричная зона переупаковки зерен с проницаемостью гораздо большей, чем исходная проницаемость модели.

Имеющиеся данные натурных наблюдений главным образом фиксируют лишь последствия ГРП в виде значительного увеличения дебита скважины.

Первыми попытками построения математической модели ГРП являются модели Ю.П. Желтова и С.А. Христиановича и несколько позже Перкинса−Керна. Некоторый обзор существующих моделей приведен в работе [1]. Во всех подходах предполагается наличие одной трещины. Предсказать ориентацию такой трещины в пласте практически невозможно. Случаи образования системы трещин не рассматривались. В работе [2] изложен феноменологический подход к описанию процесса гидроразрыва.

Предполагается, что при ГРП вокруг скважины образуется гетерогенная трещиновато-пористая среда с некоторой плотностью распределения системы трещин. Появление трещин происходит в случае, когда объемные напряжения, растягивающие скелет породы, достигают своего предельного значения. Величина раскрытия трещин при этом на порядки больше среднего радиуса пор. Увеличение суммарного объема системы трещин приводит к уменьшению пористости блоков в соответствии с условием совместности деформации поровых объемов. Проницаемость системы трещин значительно больше проницаемости блоков. Схема образующихся при ГРП континуумов (1 – трещины, 2 – блоки, 3 – исходный пласт) представлена на рис. 1. На рисунке обозначены r_w, r_*, r_0 – радиусы скважины, зон растрескивания и влияния скважины, зависящие от времени, соответственно.

Основные уравнения фильтрации в гетерогенной зоне растрескивания имеют вид [2]:

$$\frac{\partial p_1}{\partial \tau} - \eta \frac{\partial}{\partial \tau}(\Delta p_1) = \Delta p_1, \;\; p_2 = p_1 - \eta \Delta p_1,$$

где p_i, $\tau = tk_1/(\mu\beta_2)$, $\eta = h^2/(12\alpha)$, α – давление в трещинах и блоках, безразмерное время и параметр обмена массой флюида между континуумами 1 и 2 соответственно, μ – вязкость флюида, β_2 – сжимаемость блоков (пласта), k_1 – проницаемость трещин, Δ – оператор Лапласа. Для общей скорости потока v_0 в зоне растрескивания имеем соотношение

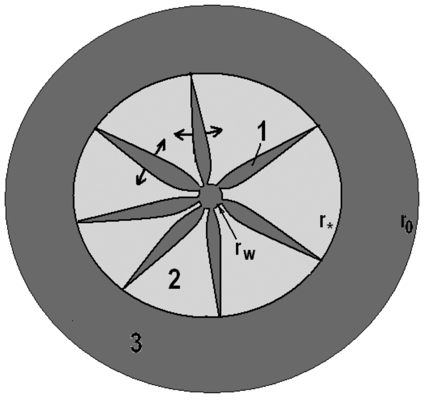

Рис. 1. Схема ГРП

$$v_0 = \lambda v_1 + (1-\lambda) v_2, \;\; \lambda = m_1/(m_1+m_2) \approx m_1/m_0,$$

где m_0 − начальная пористость пласта, m_1, m_2 — пористости, v_1, v_2 — скорости фильтрации в континуумах. Вне зоны растрескивания $r > r_*(t)$ справедливо обычное уравнение пьезопроводности $\frac{\partial p_3}{\partial t} = \kappa \Delta p_3$, где $\kappa = k_3/(\mu\beta_3)$ – коэффициент пьезопроводности вне зоны $(\beta_3 = \beta_2)$, k_3 – проницаемость пласта. Функции

p_i $(i = 1,2,3)$ должны удовлетворять краевым условиям вида

$$p_1(r_w) = p_2(r_w) = p_w,\ p_2(r_*) = p_3(r_*) = p_*;\ r \to \infty:\ p_3 \to p_0,$$

начальным условиям

$$t = 0:\ p_3 = p_0,\ r_* = r_w$$

и условию неразрывности фильтрационного потока на границе пласт–гетерогенная среда

$$r = r_*(t),\ v_3 = v_0.$$

Для пористости континуумов ставится условие совместности деформаций. Оно имеет вид $dm_2 = -dm_1$. Исходя из определения пористости и закона упругой деформации скелета породы, получаем формулу для величины растрескивания $F = Nh$ в виде $F = \pi r\beta(p_1 - p_*)m_0\beta(p_2 - p_*)$. Здесь N — число трещин, h — их раскрытие, $\beta = \beta_2$. На скважине разрыва $p_1 = p_2 = p_w$, $F = F_w$, где

$$F_w = \pi r_w\beta(p_w - p_*)m_0\beta(p_w - p_*).$$

Если число трещин с расстоянием не меняется, то для раскрытия получим формулу

$$\frac{F}{F_w} = \frac{h}{h_w} = \frac{r}{r_w}\frac{(p_1 - p_*)(p_2 - p_*)}{(p_w - p_*)^2}$$

В общем случае поставленная задача нахождения функций давления может быть решена численно. В рамках схемы последовательной смены стационарных состояний выписанная система уравнений заменяется уравнениями установившегося движения. Вместо условия на бесконечности вводится постоянное давление на конечном, но зависящем от времени расстоянии r_0. Для последнего из момента первого порядка, выражающего закон сохранения массы флюида, выписывается обыкновенное дифференциальное уравнение. В этих упрощающих задачу предположениях выводится инженерная формула для радиуса зоны растрескивания $r_* = r_w(r_0/r_w)^\gamma$. Здесь $\gamma = (p_w - p_*)/(p_w - p_0)$, p_0 и p_* – начальное и критическое давление, при котором достигается предельное напряжение в скелете пласта.

Приведем пример. Пусть при некотором t заданы величины $p_w = 50$ МПа, $p_* = 35$ МПа, $p_0 = 25$ МПа, $r_0 = 300$ м, $r_w = 0{,}125$ м. Подставляя эти значения в формулу, находим радиус зоны растрескивания $r_* = 13{,}32$ м. Величина раскрытия трещин $h(r)$ определяется формулой $h/h_w = r/r_w(1 - \ln(r/r_w)/\ln(r_*/r_w))^2$, в которой величина h_w обозначает раскрытие на стенке скважины гидроразрыва. График функции $h(r)$ представлен рис. 2. Нумерация кривых 1, 2,.. соответствует последовательному положению радиусов влияния (добегания пьезоволны) на различное расстояние r_0=100, 200,.. м, что соответствует определенным моментам времени протекания процесса ГРП.

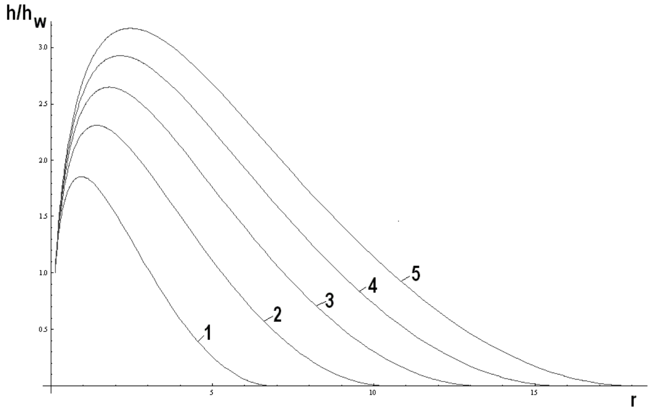

Рис. 2. Раскрытие трещин

Функция $h(r)$ не является монотонной и достигает локального максимума

$$h = h_m = h_w \frac{4r_* / r_w}{e^2 \ln^2 (r_* / r_w)}$$

в точке $r = r_m = r_* e^{-2}$.

Зависимость радиуса влияния скважины от безразмерного времени выражается формулой $\tau_1(x) = W(x)\ln x - \int\limits_1^x \frac{W(x)}{x}dx$ и представлена на рис. 3 (кривая 2). Кривая 1 отвечает первому слагаемому формулы. По осям отложены величины

$x = r_o(\tau_1)/r_w;\ \tau_1 = 2\kappa(\lambda_* - 1)t/((1-\gamma)r_w^2)$,

где $\lambda_* = p_* / p_0$.

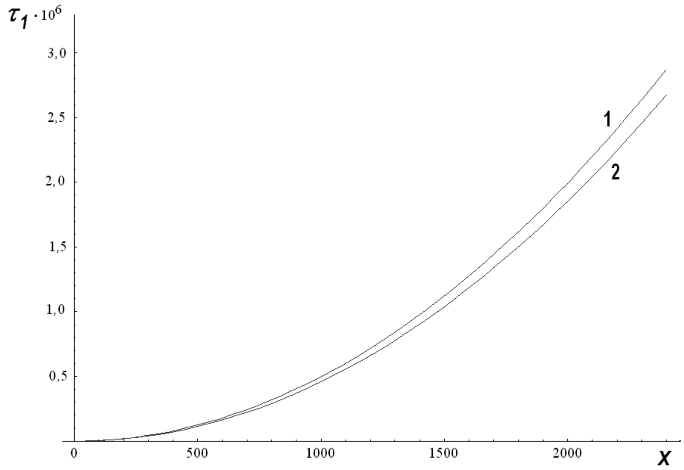

Рис. 3. Радиус влияния скважины ГРП

Функция $W(x)$ имеет вид

$$W(x) = \left(1 - \frac{0,5(\lambda_* - 1)}{(\gamma - 1)\ln x}\right) x^2 (1 - x^{2(\gamma-1)}) + x^{2\gamma} - x^2.$$

На рис. 4 представлена фотография модели «гидроразрыва» в насыпной прозрачной модели пласта. Видно, что увеличение пористости материала под действием репрессии происходит равномерно.

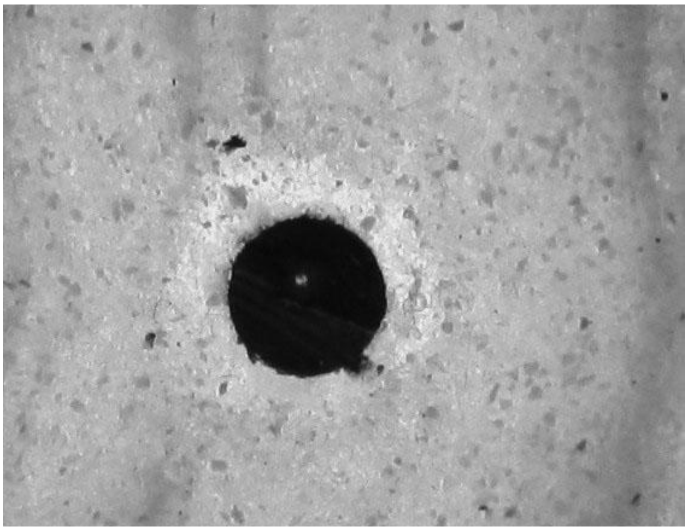
Рис.4. Переупаковка зерен в модели пласта

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе уравнений упругого режима фильтрации в гетерогенной пористой среде построена модель гидравлического разрыва первоначально однородного пласта при закачке жидкости со значительной репрессией. Получены аналитические формулы, позволяющие определить основные характеристики прискважинной зоны в результате применения гидравлического разрыва пласта с низкой проницаемостью. Проведены эксперименты на насыпной модели пласта с образованием зоны переупаковки зерен рабочего материала (стеклянной крошки) вокруг нагнетательной скважины при воздействии значительной репрессии на пласт.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Есипов Д.В., Каранаков П.В., Лапин В.Н., Черный С.Г. Математические модели гидроразрыва пласта // Вычисл. технологии. - 2014. - Т. 19. - № 2. - С. 33-61.

2. Пеньковский В.И., Корсакова Н.К. Феноменологический подход к проблеме моделирования гидравлического разрыва пласта // ПМТФ. - 2015. - Т.56. - №5. - С. 139-148.