

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПРЕИМУЩЕСТВЕННОЙ ОРИЕНТАЦИИ ТРЕЩИН**

*Егор Борисович Сибиряков*

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 3, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, тел. (383)330-90-02, e-mail: sibiryakoveb@ipgg.sbras.ru

*Борис Петрович Сибиряков*

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 3, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, тел. (383)330-90-02, e-mail: sibiryakovbp@ipgg.sbras.ru

В данной работе метод граничных элементов был модернизирован и использован для вычисления всех компонент тензора деформаций внутри однородной среды со сложным рельефом. Также предложен алгоритм вычисления преимущественной ориентации трещин в зависимости от компонент тензора деформации среды. Результаты могут быть использованы для интерпретации данных многоволновой сейсморазведки по определению анизотропии верхней части разреза.

**Ключевые слова:** метод граничных элементов, тензор деформаций, ориентация трещин, критерий трещинообразования.

## **METHOD OF BOUNDARY ELEMENTS FOR ESTIMATION OF THE DOMINANT CRACKS ORIENTATION**

*Egor B. Sibiriakov*

Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, 630090, Russia, Novosibirsk, Koptuyug Prospect 3, Ph. D., Senior Researcher, tel. (383)330-90-02, e-mail: sibiryakoveb@ipgg.sbras.ru

*Boris P. Sibiriakov*

Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, 630090, Russia, Novosibirsk, Koptuyug Prospect 3, Doctor of Science, Head Researcher, tel. (383)330-90-02, e-mail: sibiryakovbp@ipgg.sbras.ru

The method of boundary elements was developed and was used for the calculation of the strain tensor all components in homogeneous medium with relief. Algorithm of dominant cracks orientation dependence on components of the strain tensor is proposed. The results can be used for multicomponent seismic data interpretation to determine anisotropy of the upper part of section.

**Key words:** method of boundary elements, strain tensor, cracks orientation, criterion of cracks origination.

## **ВВЕДЕНИЕ**

Сейсмические наблюдения поперечных и обменных волн показали, что зачастую (особенно в Восточной Сибири) в среде имеет место анизотропия не

только на больших глубинах, но и в верхней части разреза [1, 2]. Это связывается с преимущественной ориентацией трещин [3]. Наличие преимущественной ориентации трещин имеет самостоятельное геодинамическое значение.

Представляется интересным на небольшой глубине в однородной среде с достаточно сложным рельефом вычислить все компоненты тензора деформаций, порожденные этим рельефом. После этого вычислить преимущественную ориентацию трещин, обусловленных этими деформациями.

В качестве ядра для решения упругой задачи будет использоваться конечный аналог тензора фундаментальных решений для полупространства, т. е. решение ищется не в виде интеграла, а в виде конечной суммы:

$$U_i(x_0) = \sum M_{ik}(x_0, x)F_k(x), \quad (1)$$

где  $x_0$  – фиксированная точка поверхности (либо внутренняя точка среды), а суммирование ведется по всем бегущим точкам поверхности  $x$ . Тензор  $M_{ik}(x_0, x)$  является конечным аналогом тензора фундаментальных решения для полупространства. При этом первый нижний значок ( $i$ ) совпадает с ориентацией нормали либо одной из двух взаимно ортогональных касательных в фиксированной точке, второй значок ( $k$ ) соответствует ориентации конечного аналога дельта-нагрузки. Например, одна из компонент тензора имеет вид:

$$M_{nn} = \int_0^N J_0(k_r r_T) \frac{\exp(-|x_1|k_r)}{4\pi\mu(1-\gamma^2)} (1 + k_r |x_1|(1-\gamma^2)) dk_r \quad (2)$$

Если верхний предел  $N \rightarrow \infty$ , то все компоненты совпадут с тензором Грина для полупространства. Использование конечных и гладких ядер, а также суммы вместо интеграла позволяет на порядки повысить точность решения краевой задачи. Использование (1) позволяет аналитически вычислить все компоненты тензора деформаций, а также компоненты тензора нагрузок, если необходимо решать краевую задачу первого рода.

$$p_i(x_0) = - \sum P_{ik}(x_0, x)F_k(x) \quad (3)$$

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Однородная упругая среда с параметрами  $\lambda = \mu = \rho = g = 1$ . Уравнение свободной поверхности (рис. 1):

$$F = 0.1 \times \exp(-25y^2) \times (\exp(-100(x-0.2)^2) + \exp(-100(x+0.2)^2)) \quad (4)$$

Переменные  $x$  и  $y$  изменяются в пределах от  $-1$  до  $1$ . Задача состоит в том, чтобы на поверхности  $z_0 = -0.05$  (моделирующая погружение на малую глубину) вычислить все компоненты тензора деформаций и с их помощью попытаться вычислить преимущественную ориентацию трещин, т. е. найти решение неоднородного уравнения равновесия, удовлетворяющего на границе условию ра-

венства нулю всех компонентов вектора нагрузок.

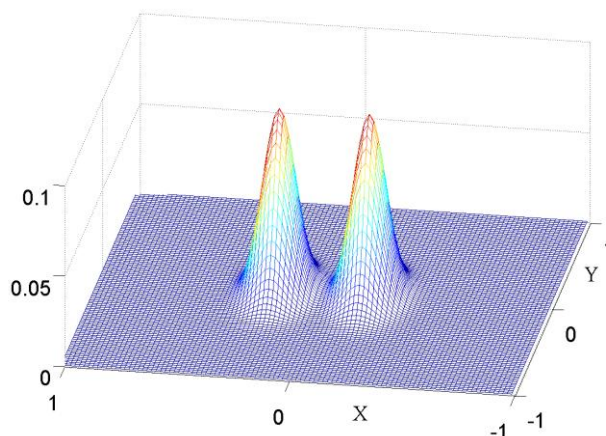


Рис. 1. Вид свободной поверхности, описываемой формулой (1)

### СПОСОБ РЕШЕНИЯ

Нулевое приближение, удовлетворяющее неоднородному уравнению упругости есть

$$\mathbf{U} = \left( 0, 0, -\frac{\rho g z^2}{2(\lambda+2\mu)} \right) \quad (5)$$

Формула (5) не удовлетворяет условиям на свободной границе  $F$ . Для того чтобы найти решение, удовлетворяющее и уравнению, и граничным условиям, необходимо найти решение однородного уравнения с вектором нагрузок, противоположным нагрузкам на поверхности  $F$ , порожденным нулевым приближением. И сложить это решение с (5).

Также представляется целесообразным использовать цилиндрические координаты при исследовании любых возмущений, находящихся на свободной поверхности, поскольку шаг сетки увеличивается при увеличении расстояния от источника возмущения.

Можно также вычислить из (1), (5) производные от перемещений, т. е. все компоненты тензора деформаций. На рис. 2 представлена компонента деформации  $e_{zz}$ . Видно, что эта компонента по модулю примерно на порядок больше остальных компонент, только сжимающая с максимумом под вершинами структур. На рис. 3 представлена компонента деформации  $e_{xx}$ . Поведение этой компоненты нетривиально. Преобладает сжатие, но имеются и зоны растяжения. Максимумы сжатий не совпадают с максимумами свободной поверхности (вершинами структур).

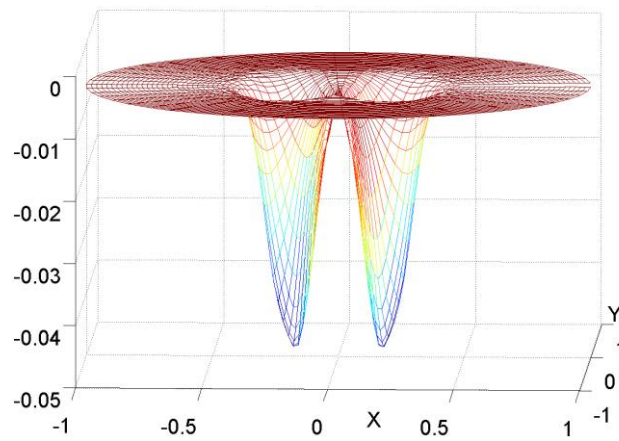


Рис. 2. Компонента деформации  $e_{zz}$  в цилиндрических координатах. Максимум сжатия совпадает с вершинами структур

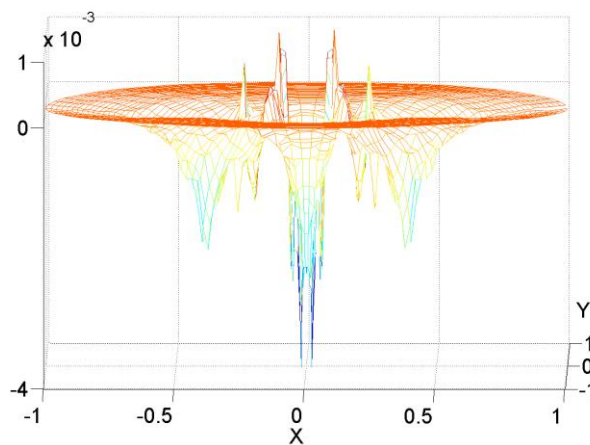


Рис. 3. Компонента деформации  $e_{xx}$  в цилиндрических координатах. Максимум сжатия не совпадает с вершинами структур. Преобладает сжатие, но есть и области растяжения

## КРИТЕРИЙ ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Современные критерии трещинообразования заимствованы из теории пластичности. В разных задачах используются различные критерии. Поскольку трещины (а также области перехода в пластичность) в случае однородного напряженного состояния близки к плоскостям, то Треска предложил использовать в качестве критерия разность между главными напряжениями. Это означает, что эффективный сдвиг в определенной плоскости не влияет на трещинообразование в двух остальных плоскостях. Критерий Мизеса использует второй инвариант девиатора тензора напряжений. Более сложные критерии (Друкера-Прагера, Шлейхера-Надаи [4]) учитывают, что сжимающие и растягивающие напряжения могут как усиливать, так и ослаблять трещинообразование. В основном все упомянутые критерии используются для лабораторных исследова-

ний, силой тяжести в которых можно пренебречь. Если глубина залегания достаточно велика, то одна из компонент тензора деформаций существенно превосходит остальные и поле деформаций существенно неоднородно по глубине. По этой причине желательно изменить критерий трещинообразования, чтобы адекватно описывать упомянутые выше особенности. В частности, объяснить наличие субвертикальных трещин. Поскольку даже на относительно небольшой глубине боковые и вертикальные напряжения соизмеримы, а деформации отличаются на порядки, имеет смысл использовать для задач геодинамики не силовые критерии трещинообразования (связанные с напряжениями), а деформационные. Представляется правильным использовать простоту подхода Треска, заменив эффективные касательные напряжения на деформации. Кроме того, предлагается учесть тот факт, что деформации сжатия препятствуют трещинообразованию, а растяжения – наоборот, способствуют, аналогично тому, как это используется в критерии Шлейхера-Надаи. Рассмотрим формулы (6)-(8):

$$I_x = \sqrt{(e_{yy} - e_{zz})^2 + 6e_{yz}^2 + \alpha e_{xx}} \quad (6)$$

$$I_y = \sqrt{(e_{xx} - e_{zz})^2 + 6e_{xz}^2 + \alpha e_{yy}} \quad (7)$$

$$I_z = \sqrt{(e_{xx} - e_{yy})^2 + 6e_{xy}^2 + \alpha e_{zz}} \quad (8)$$

Построим вектор

$$\mathbf{N} = (I_x \theta(I_x), I_y \theta(I_y), I_z \theta(I_z)), \quad (9)$$

где  $\theta$  – функция Хэвисайда. При этом параметр  $\alpha$  можно положить равным 0.5 для достаточно широкого класса сред. Будем считать направление этого вектора совпадающим с наиболее вероятной ориентацией нормали к плоскости трещины. Это дает возможность количественно учесть то, что деформация сжатия препятствует образованию трещины. Если в (9) есть только одна ненулевая компонента, то это значит, что нормаль к трещине имеет точно такое же направление. Если ненулевых компонент две, то разность между ними есть отклонение наиболее вероятной ориентации от случайной в сторону одной из осей. Если все три компонента одинаковы, то это будет означать хаотичную ориентацию трещин в трехмерном пространстве. Результаты обработки решения упругой задачи показывают, что почти всюду на виртуальной поверхности  $z_0 = -0.05$  компонента  $I_z$  (8) равна нулю. Это означает, что трещины субвертикальны. Из рис. 4 следует, что вдали от структуры ориентация нормали к плоскости трещины в плоскости XY случайна ( $I_x = I_y$ ). Вблизи структуры нормаль к трещине отклоняется в сторону оси x примерно на 5 градусов, что может приводить к слабой анизотропии. Следует отметить, что на границе раздела двух сред влияние формы границы на ориентацию трещин будет значительно более существенным.

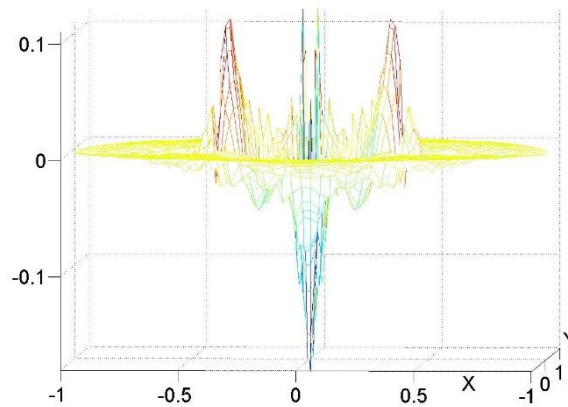


Рис. 4. Отклонение нормали к плоскости трещин от хаотичной ориентации (в сторону оси X) в радианах. Максимальное отклонение не совпадает с элементами структуры

## ВЫВОДЫ

1. Предложен критерий трещинообразования, учитывающий роль силы тяжести в процессе трещинообразования, а также то, что сжимающие нормальные деформации препятствуют образованию трещин.

2. Под действием силы тяжести и рельефа трещины почти всюду субвертикальны. Что касается ориентации в горизонтальной плоскости, то под влиянием рельефа отклонение от хаотичной ориентации в этой плоскости сравнительно невелико ( $\pm 5^0$ ). Это означает, что в однородной среде наведенная рельефом анизотропия невелика (по некоторым оценкам, коэффициент анизотропии, обусловленной подобным изменением преимущественной ориентации, составит 5 %).

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Bakulin A., Grechka V., Tsvankin I. Estimation of fracture parameters from reflection seismic data – Part I: HTI model due to a single fracture set // *Geophysics*. - 2000. - Vol. 65. - P.1788-1802.
2. Bakulin A., Grechka V., Tsvankin I. Estimation of fracture parameters from reflection seismic data – Part II: Fractured models with orthorhombic symmetry // *Geophysics*. - 2000. - Vol. 65. - P. 1803-1817.
3. Gorshkalev S.B., Karsten W.V., Lebedev K.A., Korsunov I.V. Evidence for Rapid Variation of Azimuthal Anisotropy in the Near Surface: An Example from Eastern Siberia, Russia // *J. Seismic Expl.* - 2007. - Vol. 16. - P. 319-330.
4. Каркашадзе Г.Г. Механическое разрушение горных пород. - М.: Издательство МГГУ, 2004. - 222 с.

© Е. Б. Сибиряков, Б. П. Сибиряков, 2016