

УДК 528; 550.3; 551

## **СОВРЕМЕННЫЕ ГЛОБАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ КВАЗИГЕОИДА: ТОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ**

***Вадим Федорович Канушин***

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плеханова, 10, кандидат технических наук, доцент кафедры физической геодезии и дистанционного зондирования, e-mail: kaf.astronomy@ssga.ru

***Ирина Геннадьевна Ганагина***

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плеханова, 10, кандидат технических наук, доцент, заведующая кафедрой физической геодезии и дистанционного зондирования, e-mail: gam0209@yandex.ru

***Денис Николаевич Голдобин***

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плеханова, 10, младший научный сотрудник, e-mail: kaf.astronomy@ssga.ru

***Елена Михайловна Мазурова***

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плеханова, 10, доктор технических наук, профессор кафедры физической геодезии и дистанционного зондирования, e-mail: kaf.astronomy@ssga.ru

***Николай Сергеевич Косарев***

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, Плеханова 10, младший научный сотрудник, e-mail: kosarevnsk@yandex.ru

***Александра Михайловна Косарева***

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плеханова, 10, младший научный сотрудник, e-mail: kosareva-am@yandex.ru

По данным глобальных моделей гравитационного поля Земли EIGEN-6C, EIGEN-6C3stat, GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5 и EIGEN-6C4, представленных на сайте Немецкого научно-исследовательского центра наук о Земле (ICGEM) в виде гармонических коэффициентов геопотенциала, построены глобальные модели квазигеоида. Для оценки точности современных глобальных моделей квазигеоида выполнено сравнение высот, полученных по моделям квазигеоида, с аномалиями высот, полученными из геометрического нивелирования и ГНСС-измерений для территории двух различных регионов России. Выполнено сравнение высот квазигеоида, вычисленных по исследуемым моделям, с высотами квазигеоида, полученными по данным модели EGM-2008. Приведены степенные дисперсии высот квазигеоида и их ошибки. Исследования высокостепенной модели EIGEN-6C4 показали улучшение пространственного разрешения и точности высот квазигеоида на исследуемых территориях по сравнению с данными модели EGM-2008 на 5 %.

**Ключевые слова:** степенные дисперсии, глобальные модели квазигеоида, высота квазигеоида, модели гравитационного поля Земли, ГНСС-технологии, EGM-2008, EIGEN-6C, EIGEN-6C3stat, GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5, EIGEN-6C4.

## Введение

Одной из задач физической геодезии является определение глобального квазигеоида. Для решения этой задачи необходимо знать внешнее гравитационное поле Земли. Это поле может быть задано либо в виде цифровой модели средних значений аномалий силы тяжести для стандартных трапеций на поверхности Земли, либо в виде системы коэффициентов в разложении потенциала силы тяжести в ряд по сферическим функциям. За последние годы значительно увеличился объем наземных гравиметрических данных, а также появилось множество различных высокостепенных моделей гравитационного поля Земли, основанных на наземных, спутниковых, альтиметрических и градиентометрических данных [1–9].

Модели квазигеоида получают различными методами. В гравиметрическом методе искомые высоты квазигеоида определяют путем сочетания вычислений высот по интегральной формуле Стокса в области, обеспеченной гравиметрической съемкой (обычно ограниченной радиусом не более 2 000 км), и использования гармонических коэффициентов геопотенциала (одной из комбинированных моделей гравитационного поля Земли) для учета дальних зон. В настоящее время модели квазигеоида могут быть получены методом спутникового нивелирования, с использованием данных ГНСС-измерений и геометрического нивелирования [10–14].

Имеющиеся в настоящее время гравиметрические измерения на поверхности Земли способны определять местные волны квазигеоида для участков Земли протяженностью, как правило, не более 1 000 км. Точность превышений высот квазигеоида, полученных в результате астрономо-гравиметрического нивелирования в системе координат 1995 года (СК-95), характеризуется следующими средними квадратическими ошибками:

- 6–9 см – при расстояниях 10–20 км;
- 0,3–0,5 м – при расстоянии 1 000 км.

Однако для определения глобального квазигеоида с таким пространственным разрешением недостаточно существующих наземных гравиметрических данных. Современные спутниковые проекты позволили значительно повысить разрешающую способность и точность длинноволновой части моделей гравитационного поля, однако эти модели не могут отразить высокочастотные детали квазигеоида.

Без достоверной оценки точности и пространственного разрешения модель гравитационного поля Земли имеет ограниченную ценность. В научной литературе имеется достаточное количество публикаций, посвященных исследованию точности и разрешающей способности современных глобальных моделей гравитационного поля Земли, их анализу с применением наземной информации [15–21].

В данной работе выполнены исследования точностных характеристик и разрешающей способности современных глобальных моделей квазигеоида

EIGEN-6C, EIGEN-6C3stat, GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5 и EIGEN-6C4, представленных на сайте Немецкого научно-исследовательского центра наук о Земле (ICGEM) в виде гармонических коэффициентов геопотенциала (<http://icgem.gfz-potsdam.de>). Исследуемые модели получены с учетом современных данных спутникового проекта GOCE. Для оценки пространственной разрешающей способности выполнен спектральный анализ гармонических коэффициентов рассматриваемых моделей. Для оценки точности выполнено сравнение высот, вычисленных по моделям квазигеоида, с высотами квазигеоида, полученными из геометрического нивелирования и ГНСС-измерений. Рассмотрены территории двух различных регионов России. Так же выполнено сравнение высот квазигеоида, вычисленных по данным исследуемых моделей, с высотами квазигеоида, полученными по данным модели EGM-2008.

### Основные характеристики исследуемых моделей

В табл. 1 представлены модели гравитационного поля Земли: одна спутниковая модель и три комбинированные модели, разработанные с учетом современных данных спутникового проекта GOCE, а также модель EGM-2008. Информация по моделям приведена на сайте ICGEM в виде гармонических коэффициентов геопотенциала.

Таблица 1

Модели геопотенциала, разработанные с учетом результатов проекта GOCE, и модель EGM-2008

Модель	Год создания	Степень N0	Описание исходных данных
1. GO_CONS_GCF_2_TIM_R5	2014	280	S(GOCE)
2. EIGEN – 6C	2011	1420	S(GOCE,GRACE,LAGEOS),G,A
3. EIGEN – 6C3 stat	2014	1949	S(GOCE,GRACE,LAGEOS), G, A
4. EIGEN – 6C4	2014	2190	S(GOCE,GRACE,LAGEOS),G,A
5. EGM-2008	2008	2190	S(GRACE),G,A

Описание исходных данных: S – спутниковые данные, G – гравиметрические данные, A – альтиметрические данные.

Модель GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5 разработана на основе градиентометрических данных спутника GOCE, полученных в период с 1 ноября 2009 г. по 20 октября 2013 г. [3].

Модель EIGEN-6C является первой высокостепенной глобальной моделью гравитационного поля серии 6C. Модель создана путем комбинации градиентометрических данных спутника GOCE, межспутниковых измерений проекта GRACE, результатов лазерных траекторных наблюдений спутников Lageos за период с 1985 по 2010 г. Модель EIGEN-6C дополнена данными цифровой мо-

дели аномального гравитационного поля с шагом 1', полученными на морях и океанах с помощью спутниковой альтиметрии, а на суше – по данным глобальной модели EGM-2008. Комбинация различных типов данных позволила увеличить разложение геопотенциала до степени и порядка 1420, что соответствует 14-километровому пространственному разрешению.

Модель EIGEN-6C3stat появилась на сайте ICGEM (<http://icgem.gfz-potsdam.de>) в 2014 г. Эта модель представляет собой последующий релиз моделей серии 6C, является в основном реконструкцией модели EGM-2008 и содержит увеличенный объем данных спутника GOCE, спутников Lageos и межспутниковых измерений проекта GRACE. Комбинация различных типов данных позволила увеличить разложение модели геопотенциала EIGEN-6C3stat до степени и порядка 1949, что соответствует приблизительно 10-километровому пространственному разрешению.

Модель EIGEN-6C4 является последней ультравысококачественной глобальной моделью гравитационного поля Земли и содержит гармоники геопотенциала до 2190 степени. Комбинация данных при создании модели EIGEN-6C4 сформирована следующим образом:

- гармонические коэффициенты геопотенциала степени от 2 до 30, полученные в результате лазерных траекторных наблюдений спутников Lageos за период с 1985 по 2010 г.;

- гармонические коэффициенты геопотенциала степени от 2 до 130, полученные в результате межспутниковых измерений проекта GRACE за период с 2003 по 2012 г.;

- гармонические коэффициенты геопотенциала до степени 235, полученные по данным GOCE-SGG, включая компоненты градиента силы тяжести  $T_{xx}$ ,  $T_{yy}$ ,  $T_{zz}$  и  $T_{xz}$ ;

- наземные данные обеспечили наполнение ряда гармонических коэффициентов до степени 370 путем использования модели океанического геоида DTU12 и высот геоида EGM-2008;

- полярные области заполнены с использованием данных гравитационного поля модели EIGEN-6C3stat.

### ***Спектральный анализ и определение пространственного разрешения исследуемых моделей глобального гравитационного поля Земли***

Для оценки разрешающей способности исследуемых моделей глобального гравитационного поля использована информация, которая содержится в нормированных гармонических коэффициентах  $\bar{C}_{nm}$ ,  $\bar{S}_{nm}$  разложения геопотенциала в ряд шаровых функций геоцентрических координат [22, 23]:

$$V(\varphi, \lambda, r) = \frac{fM}{r} \left[ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{a_e}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \right], \quad (1)$$

где  $fM$  – геоцентрическая гравитационная постоянная;

$a_e$  – экваториальный радиус Земли;

$\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$  – нормированные безразмерные гармонические коэффициенты модели геопотенциала степени  $n$  и порядка  $m$ ;

$\bar{P}_{nm}(\sin \varphi)$  – присоединенные функции Лежандра.

Ряд (1) представляет собой спектральное разложение гравитационного поля по волнам длиной приблизительно равной  $360^\circ/n$ , что соответствует пространственному разрешению около  $180^\circ/n$ . В этом случае индексы  $n$  и  $m$  – степень и порядок шаровой функции в ряде (1) можно интерпретировать как частоты.

Разложение в ряд шаровых функций для высоты квазигеоида над эллипсоидом имеет вид [22]:

$$\zeta(\varphi, \lambda, r) = \frac{fM}{r\gamma} \left[ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{a_e}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \right], \quad (2)$$

где  $\Delta \bar{C}_{nm} = \bar{C}_{nm} - \bar{C}_{nm}^0$  – разность коэффициентов нормированных сферических функций реального и нормального поля силы тяжести;

$\bar{C}_{nm}^0$  – коэффициенты нормированных сферических функций нормального поля силы тяжести отнесенного к эллипсоиду WGS- 84;

$\gamma$  – нормальное значение силы тяжести.

Отсутствие в формулах (1), (2) сферических функции со степенями  $n = 0$  и  $n = 1$  объясняется выбором геоцентрической системы координат.

Принимая во внимание ортогональность сферических функций, преобразуем уравнения (2) и получим дисперсию высоты квазигеоида

$$D(\zeta) = \sum_{n=2}^{\infty} D_n(\zeta). \quad (3)$$

Степенная дисперсия высоты квазигеоида, характеризующая дисперсию гармоники данной степени  $n$ , будет

$$D_n(\zeta) = R^2 \left( \frac{a_e}{r} \right)^{2n} \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm}^2 + \bar{S}_{nm}^2), \quad (4)$$

где  $R$  – средний радиус сферы,

Степенная дисперсия погрешностей гармонических коэффициентов высоты квазигеоида может быть вычислена по формуле

$$D\sigma_n(\zeta) = R^2 \left( \frac{ae}{r} \right)^{2n} \sum_{m=0}^n \left( \sigma \bar{C}_{nm}^2 + \sigma \bar{S}_{nm}^2 \right), \quad (5)$$

где  $\sigma \bar{C}_{nm}$  и  $\sigma \bar{S}_{nm}$  – погрешности определения коэффициентов разложения геопотенциала в ряд (1).

Разделив степенные дисперсии погрешностей коэффициентов (5) на степенные дисперсии самих коэффициентов (4), получим формулу относительной погрешности гармонических коэффициентов гармоник  $n$ -й степени

$$d_n^2 = \frac{\sum_{m=2}^n \left( \sigma \bar{C}_{nm}^2 + \sigma \bar{S}_{nm}^2 \right)}{\sum_{m=2}^n \left( \Delta \bar{C}_{nm}^2 + \bar{S}_{nm}^2 \right)}. \quad (6)$$

Результаты вычисления зависимостей изменения относительных погрешностей (5) от степени  $n$  разложения в ряд (1) по данным моделей геопотенциала EIGEN-6C, EIGEN-6C3stat, GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5, EIGEN-6C4 и EGM-2008 представлены на рис. 1–5. На вертикальной оси графиков (см. рис. 1–5) 1 соответствует предельному значению, когда погрешности коэффициентов по величине равняются абсолютным значениям самих коэффициентов.

Кривая зависимости относительных погрешностей коэффициентов модели GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5 (см. рис. 1) от степени  $n$  разложения (1) пересекает предельное значение, равное 1, при  $n = 260$ . Таким образом, разрешающая способность модели GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5 ограничена степенью гармоники  $n = 260$ , что соответствует длине волны геоида около 77 км.

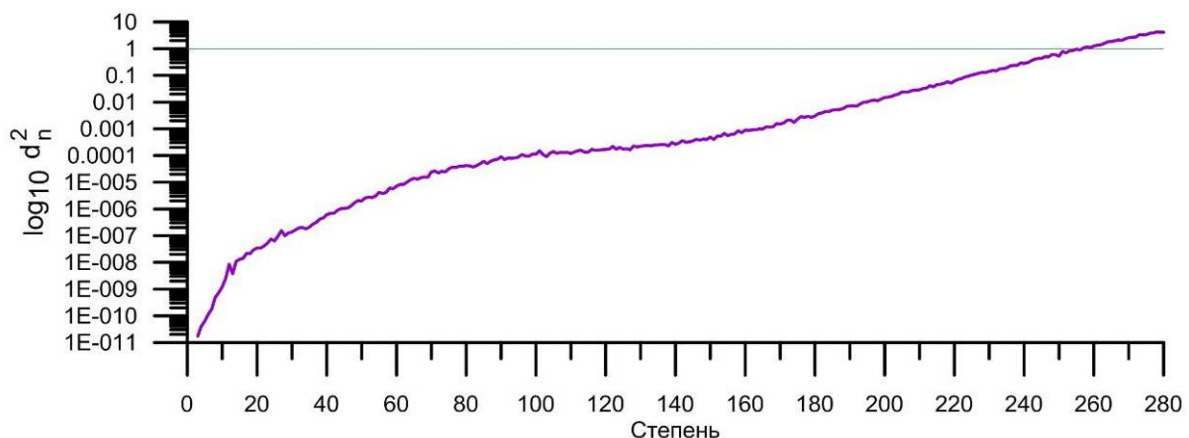


Рис. 1. Относительные погрешности определения гармонических коэффициентов геопотенциала в зависимости от степени  $n$  разложения ряда (1) модели GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5 ( $N_{\max} = 280$ , предельное  $n = 260$ )

Кривые относительных погрешностей для модели EIGEN-6C (см. рис. 2) и модели EIGEN-6C3stat (см. рис. 3) ведут себя почти одинаково. Они быстро возрастают в диапазоне волн от  $n = 2$  до  $n = 260$ , достигая максимума, затем убывают и, начиная с  $n = 360$ , монотонно растут, приближаясь к предельному значению, не пересекая его. Результаты исследования позволяют предположить, что разрешающая способность модели EIGEN-6C около 14 км, что соответствует длине волны геоида, заявленной при разработке. Разрешающая способность модели EIGEN-6C3stat около 10 км и также соответствует длине волны геоида, заявленной при создании модели.

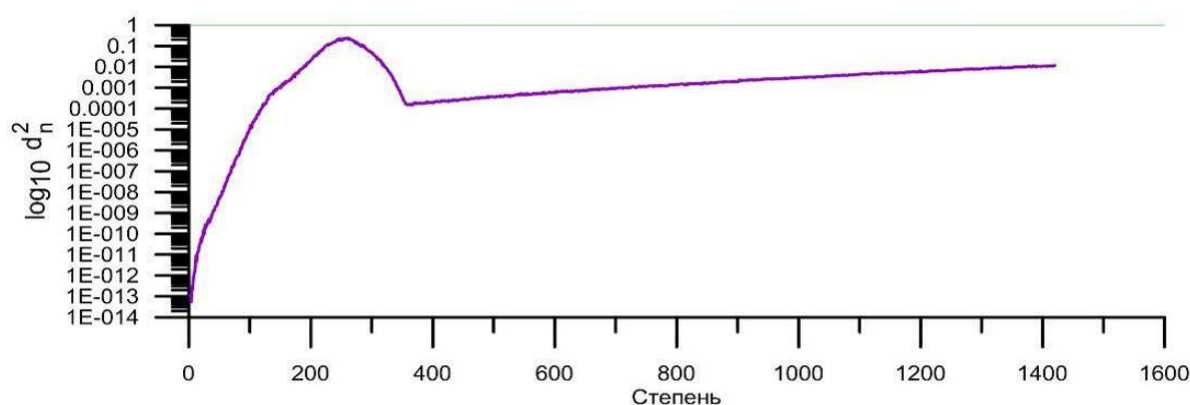


Рис. 2. Относительные погрешности определения гармонических коэффициентов геопотенциала в зависимости от степени  $n$  разложения ряда (1) модели EIGEN-6C ( $N_{\max} = 1420$ )

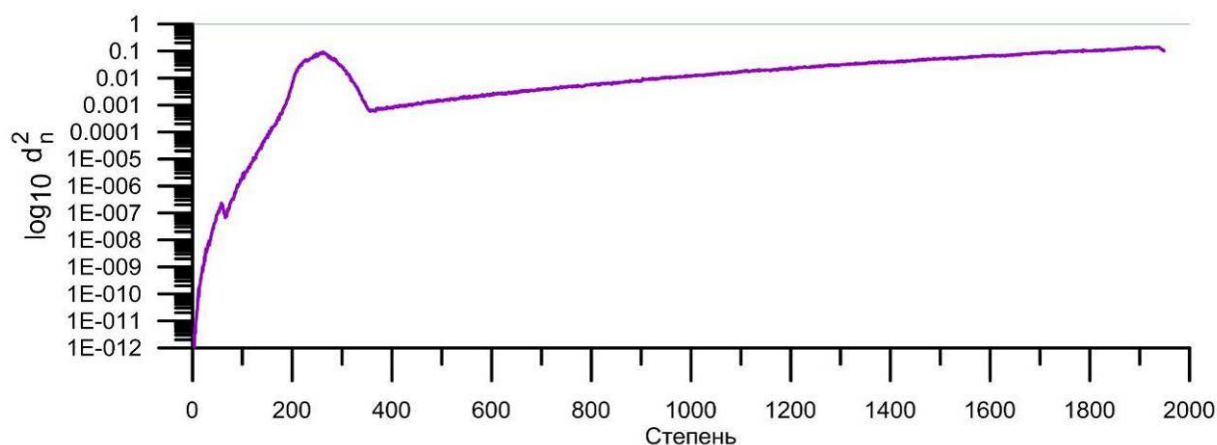


Рис. 3. Относительные погрешности определения гармонических коэффициентов геопотенциала в зависимости от степени  $n$  разложения ряда (1) модели EIGEN-6C3stat ( $N_{\max} = 1949$ )

Кривая относительных погрешностей  $d_n^2$  для модели EIGEN-6C4 (см. рис. 4) быстро возрастает ( $2 < n < 370$ ), затем скачком снижается на четыре порядка и далее монотонно возрастает с увеличением степени  $n$ .

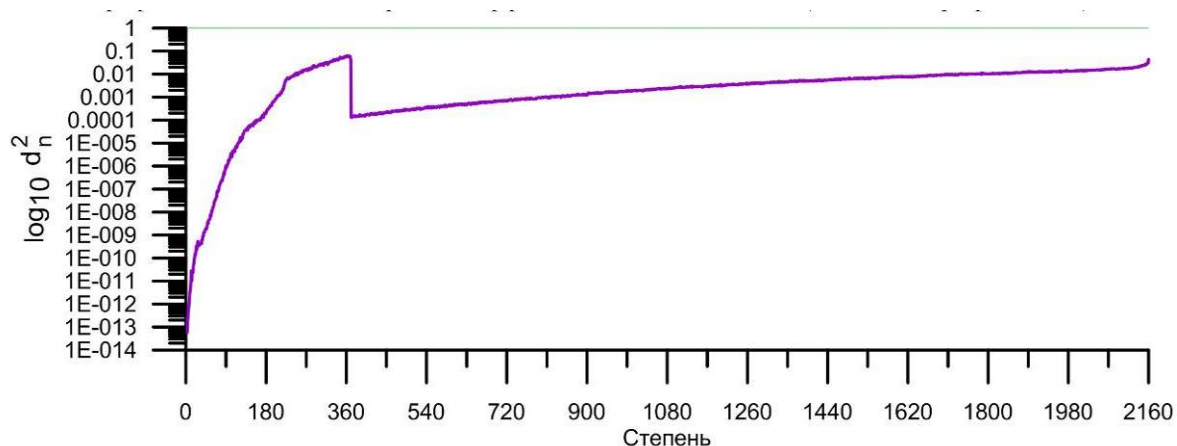


Рис. 4. Относительные погрешности определения гармонических коэффициентов геопотенциала в зависимости от степени  $n$  разложения ряда (1) модели EIGEN-6C4 ( $N_{\max} = 2190$ )

Линия зависимости относительных погрешностей гармонических коэффициентов модели EGM-2008 от степени  $n$  (см. рис. 5) пересекает предельное значение, равное 1, при  $n = 1840$ . Согласно полученным результатам, разрешающая способность модели EGM-2008 ограничена предельной степенью сферической гармоники  $n = 1840$ , что соответствует пространственному разрешению 10,6 км.

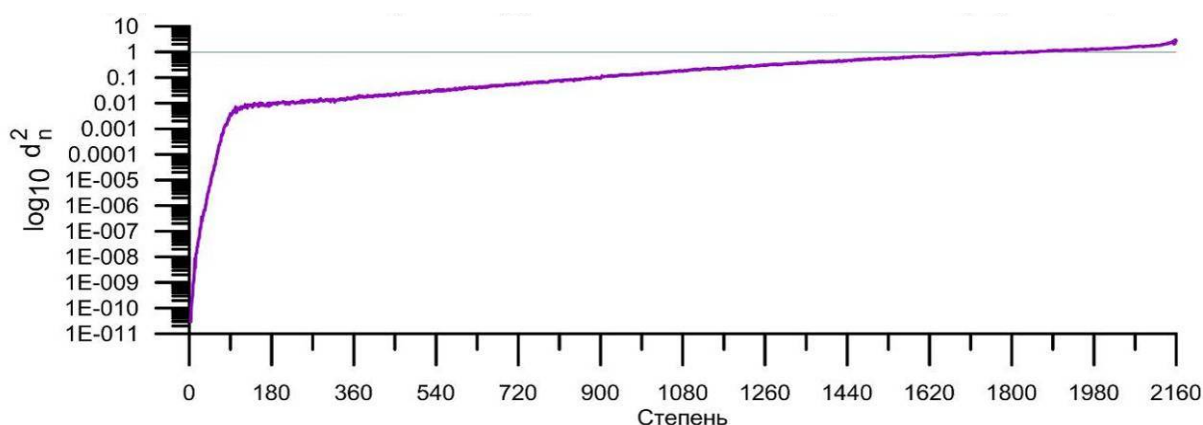


Рис. 5. Относительные погрешности определения гармонических коэффициентов геопотенциала в зависимости от степени  $n$  разложения ряда (1) модели EGM-2008 ( $N_{\max} = 2190$ , предельное  $n = 1840$ )



Анализируя полученные результаты, можно сделать следующие выводы:

- пространственная разрешающая способность спутниковой модели GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5 составляет 77 км, а ожидаемая разрешающая способность – 70 км;

- пространственная разрешающая способность комбинированной модели EGM-2008 составляет 10,6 км;

- наблюдается повышение точности определения гармоник в полосе частот от степени  $n = 250$  до  $n = 370$  моделей геопотенциала EIGEN-6C, EIGEN-6C3stat. Это можно объяснить наполнением ряда гармонических коэффициентов путем использования перекрытий двух моделей океанического геоида DTU10 и DTU12 и высот геоида EGM-2008;

- резкое повышение точности гармонических коэффициентов модели EIGEN-6C4 при  $n = 360$ , безусловно, связано с наполнением ряда гармонических коэффициентов до степени 370 путем использования модели океанического геоида DTU, высот геоида EGM-2008 и данных гравитационного поля модели EIGEN-6C3stat для заполнения полярных областей.

Следует отметить, что точность самих коэффициентов достаточно высока (см. рис. 6). При этом модели EIGEN-6C3stat и EIGEN-6C4, разработанные по последним данным проекта GOCE, содержат гармонические коэффициенты на два-четыре порядка точнее (при степени разложения от  $n = 2$  до  $n \approx 200$ ), чем коэффициенты модели EGM-2008.

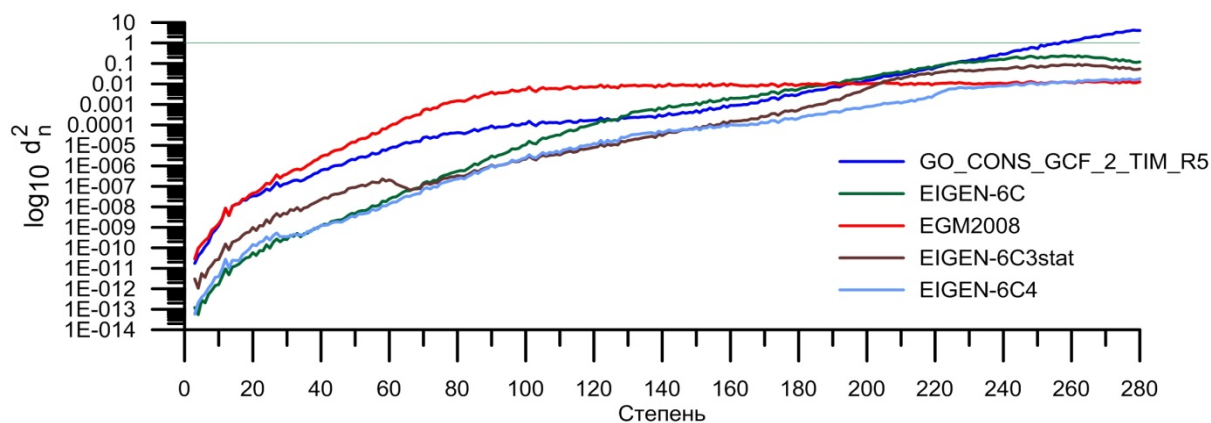


Рис. 6. Относительные погрешности определения гармонических коэффициентов геопотенциала в зависимости от степени  $n$  (от  $n = 2$  до  $n \approx 280$ ) разложения ряда (1) моделей GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5, EIGEN-6C, EIGEN-6C3stat, EIGEN-6C4 и EGM-2008

В диапазоне волн геоида от  $n \approx 200$  и выше заметного повышения точности исследуемых моделей GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5, EIGEN-6C, EIGEN-6C3stat, EIGEN-6C4 не наблюдается.

**Сравнительная оценка точности исследуемых моделей  
по независимым данным**

Сравнительная оценка точности тестируемых глобальных моделей EIGEN-6C, EIGEN-6C3stat, GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5, EIGEN-6C4 высот квазигеоида выполнялась по формуле:

$$\Delta\zeta(P) = \zeta_H(P) - \zeta_C(P), \quad (7)$$

где  $\zeta_C(P)$  – модельные значения высоты квазигеоида в точке  $P(B,L)$ , вычисленные по формуле (2);

$\zeta_H(P) = H^G(P) - N^y(P)$  – высота квазигеоида, в которой  $H^G(P)$  геодезическая высота, получена по спутниковым данным;

$N^y(P)$  – нормальная высота, получена из геометрического нивелирования.

Для оценки точности исследуемых моделей использовано два участка на территории России, в которых по формуле (7) на пунктах  $P(B,L)$  получены значения высот квазигеоида  $\zeta_C(P)$ , относительно эллипсоида WGS-84. Первый участок размером 300 км вдоль меридиана и 450 км вдоль параллели расположен на территории Западной Сибири. На исследуемой территории расположены 308 пунктов  $P(B,L)$ , в которых заданы нормальные высоты  $N^y(P)$ , полученные из геометрического нивелирования. На этих же пунктах были выполнены спутниковые координатные определения и получены геодезические высоты  $H^G(P)$ , средние квадратические погрешности которых из уравнивания спутниковой сети находятся в интервале от 1,5 см до 3,1 см, в среднем – 1,8 см [24, 25].

Второй участок размером  $40 \times 50$  км<sup>2</sup> расположен на территории Центральной России и содержит 202 пункта  $P(B, L)$ , на которых вычислены высоты квазигеоида над эллипсоидом WGS-84 по геодезическим высотам, полученным из ГНСС-измерений и нормальным высотам. Построенная по этим данным карта высот квазигеоида оценивается средней квадратической погрешностью от 1,7 см до 3–5 см.

В пунктах  $P(B, L)$  вычислены значения высот квазигеоида по данным моделей EIGEN-6C, EIGEN-6C3stat, GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5, EIGEN-6C4 и EGM-2008. Определены разности  $\Delta\zeta(P)$  между вычисленными по моделям значениями высот квазигеоида и полученными из измерений на 308 пунктах территории Западной Сибири и на 202 пункта территории Центральной России.

В табл. 2 приведены статистические параметры распределения разностей  $\Delta\zeta(P)$ , полученных в результате сравнения высот квазигеоида, вычисленных по данным моделей EIGEN-6C, EIGEN-6C3stat, GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5,

EIGEN-6C4 и EGM2008, с высотами квазигеоида, полученными из совместного использования спутниковых и наземных геодезических измерений на территории Западной Сибири.

Таблица 2

Статистические параметры распределения разности  $\Delta\zeta(P)$  между высотами квазигеоида, вычисленными по данным исследуемых моделей, и высотами квазигеоида, полученными из совместного использования спутниковых и наземных геодезических измерений на территории Западной Сибири (в метрах)

Модель	GO_CONS_GCF_2_TIM_R5	EIGEN-6C	EIGEN-6C3stat	EIGEN-6C4	EGM-2008
Степень	280	1420	1949	2190	2190
Количество значений	308	308	308	308	308
Минимум	-1,03	-0,829	-0,832	-0,831	-0,84
Максимум	0,313	0,19	0,172	0,167	0,191
Среднее	-0,212	-0,21	-0,215	-0,218	-0,213
Стандартная ошибка	0,012	0,01	0,01	0,01	0,01
99 % доверительный интервал	0,031	0,027	0,026	0,026	0,027
Среднее отклонение	0,159	0,153	0,145	0,144	0,153
Стандартное отклонение	0,207	0,183	0,174	0,174	0,184
Асимметрия	-0,124	-0,277	-0,37	-0,35	-0,304
Экссесс	0,862	-0,31	-0,085	-0,096	-0,222
Колмогорова – Смирнова стат	0,045	0,057	0,058	0,057	0,06
Критическая K-S стат, $\alpha = 0,10$	0,069	0,069	0,069	0,069	0,069

На рис. 7 приведены гистограммы разностей  $\Delta\zeta(P)$  между высотами квазигеоида, вычисленными по данным моделей EIGEN-6C, EIGEN-6C3stat, GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5, EIGEN-6C4 и EGM-2008, и высотами квазигеоида, полученными из совместного использования спутниковых и наземных геодезических измерений на территории Западной Сибири.

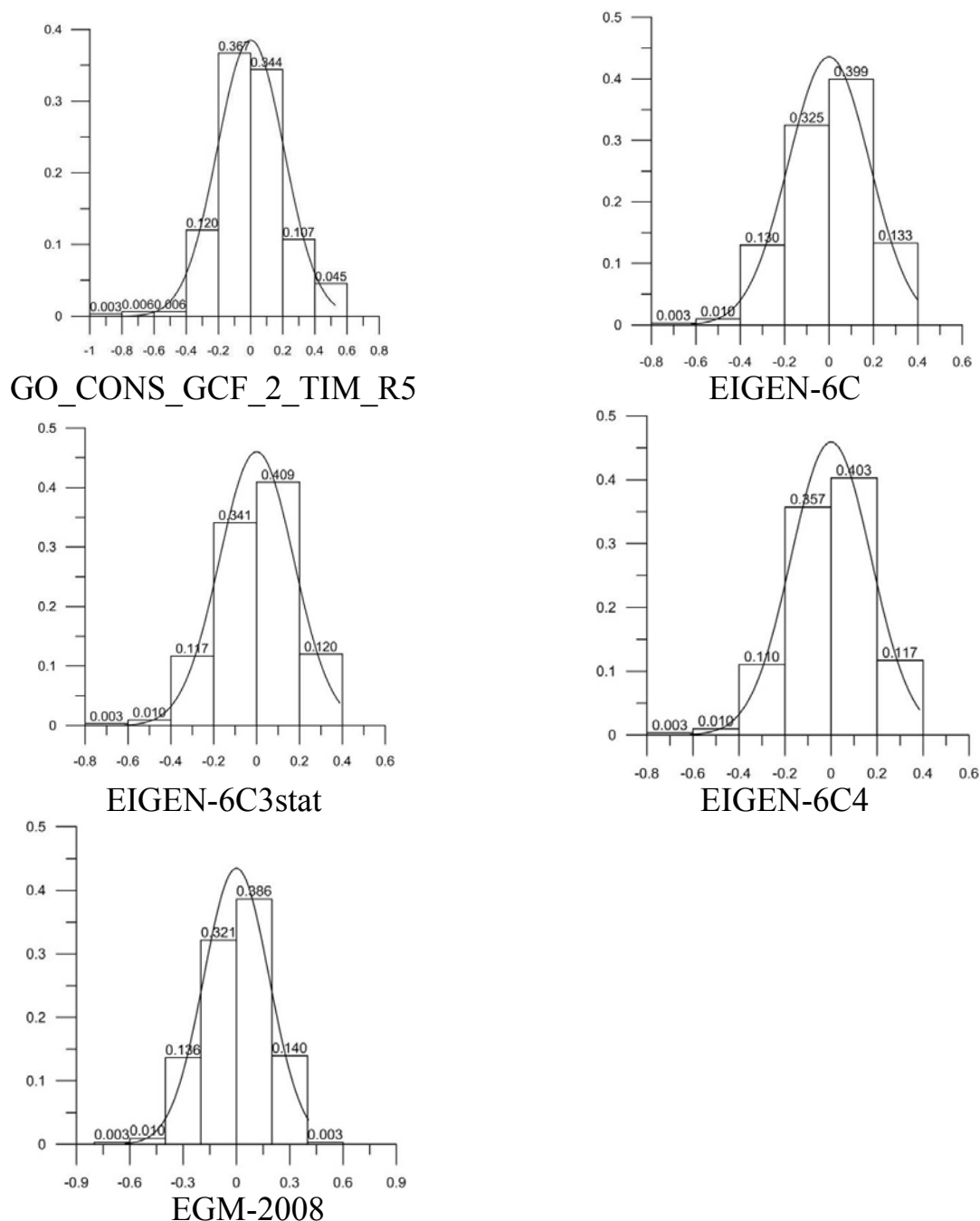


Рис. 7. Гистограммы разностей  $\Delta\zeta(P)$  между высотами квазигеоида, вычисленными по исследуемым моделям, и высотами квазигеоида, полученными из совместного использования спутниковых и наземных геодезических измерений на территории Западной Сибири (в метрах)

Анализируя полученные результаты, можно сделать следующие выводы:

- стандартное отклонение моделей EIGEN-6C3stat и EIGEN-6C4 составило 0,174 м, на 5 % меньше стандартного отклонения модели EGM2008;
- все модели имеют отрицательное среднее значение разности  $\Delta\zeta(P)$  и лежат в интервале от -0,210 до -0,218 м, что указывает на систематическое

смещение в системе нормальных высот и неравенство нулю разности потенциалов реального  $W_0$  и нормального  $U_0$  в начале счета высот (футштоке);

– чисто спутниковая модель GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5 имеет стандартное отклонение 0,207, которое на 16 % больше стандартного отклонения моделей EIGEN-6C3stat и EIGEN-6C4;

– представленные на рис. 7 гистограммы имеют распределение с небольшой отрицательной асимметрией и небольшим эксцессом. Для выбранного уровня значимости 0,1, согласно критерию Kolmogorov-Smirnov, распределение можно считать нормальным.

В табл. 3 приведены статистические параметры распределения разностей  $\Delta\zeta(P)$ , полученных в результате сравнения высот квазигеоида, вычисленных по данным моделей EIGEN-6C, EIGEN-6C3stat, GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5, EIGEN-6C4 и EGM2008, с высотами квазигеоида, полученными из совместного использования спутниковых и наземных геодезических измерений на территории Центральной России.

Таблица 3

Статистические параметры распределения разности  $\Delta\zeta(P)$  между высотами квазигеоида, вычисленными по данным исследуемых моделей, и высотами квазигеоида, полученными из совместного использования спутниковых и наземных геодезических измерений на территории Центральной России (в метрах)

Модель	GO_CONS_GCF_2_TIM_R5	EIGEN-6C	EIGEN-6C3stat	EIGEN-6C4	EGM-2008
Степень	280	1420	1949	2190	2190
Количество значений	202	202	202	202	202
Минимум	-0,715	-0,648	-0,657	-0,651	-0,652
Максимум	0,084	0,059	0,015	0,022	0,016
Среднее	-0,326	-0,262	-0,296	-0,288	-0,293
Стандартная ошибка	0,018	0,015	0,014	0,014	0,014
99 % доверительный интервал	0,035	0,029	0,028	0,028	0,028
Среднее отклонение	0,227	0,183	0,176	0,177	0,177
Стандартное отклонение	0,254	0,208	0,199	0,2	0,199
Асимметрия	-0,024	-0,275	-0,246	-0,247	-0,238
Эксцесс	-1,455	-1,254	-1,296	-1,295	-1,312
Колмогорова – Смирнова стат	0,103	0,115	0,116	0,117	0,121
Критическая K-S стат, $\alpha = 0,10$	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085

На рис. 8 приведены гистограммы разностей  $\Delta\zeta(P)$  между высотами квазигеоида, вычисленными по данным моделей EIGEN-6C, EIGEN-6C3stat, GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5, EIGEN-6C4 и EGM2008, и высотами квазигеоида,

полученными из совместного использования спутниковых и наземных геодезических измерений на территории Центральной России.

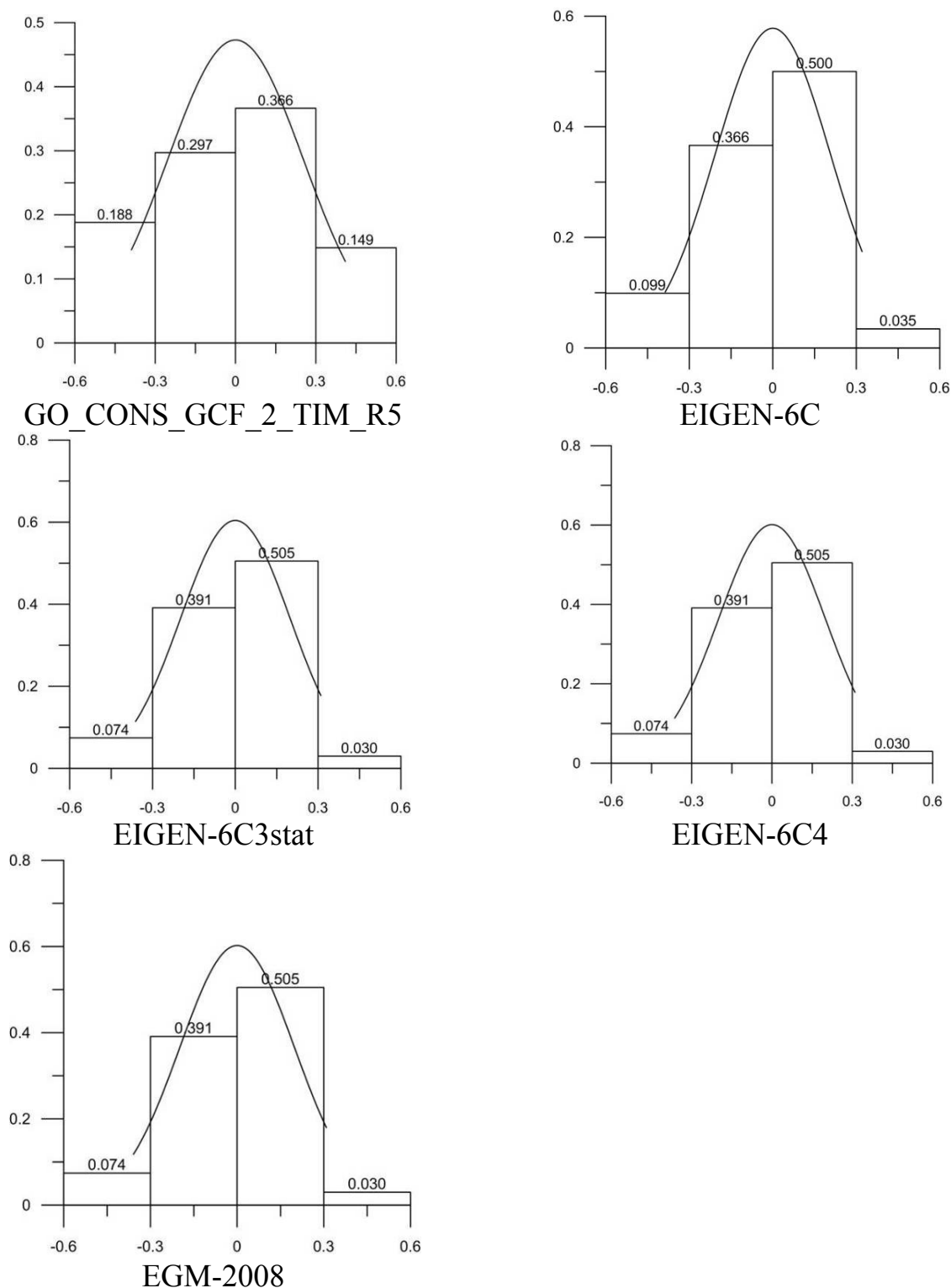


Рис. 8. Гистограммы разностей  $\Delta\zeta(P)$  между высотами квазигеоида, вычисленными по исследуемым моделям, и высотами квазигеоида, полученными из совместного использования спутниковых и наземных геодезических измерений на территории Центральной России (в метрах)

Анализируя полученные результаты, можно сделать следующие выводы:

- наименьшее стандартное отклонение равное 0,199 и 0,200 м, имеют высокостепенные модели EIGEN-6C3stat, EIGEN-6C4 и EGM-2008;
- чисто спутниковая модель имеет стандартное отклонение равное 0,254 м, что на 22 % превосходит погрешности высокостепенных моделей;
- среднее значение разностей  $\Delta\zeta(P)$  всех моделей имеет отрицательный знак и колеблется от -0,2 до -0,4 м, что указывает на наличие систематической погрешности, обусловленной, возможно, несовпадением системы высот с выбранным для обработке эллипсоидом;
- гистограммы имеют отрицательную асимметрию и эксцесс однако согласно критерию Kolmogorov-Smirnov, для выбранного уровня значимости 0,1, распределение можно считать нормальным (см. табл. 3).

### Выводы

Результаты исследования моделей квазигеоида, построенных по данным современных глобальных моделей геопотенциала EIGEN-6C, EIGEN-6C3stat, GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5 и EIGEN-6C4 и EGM2008, позволяют сделать следующие выводы.

1. Графики зависимости относительных погрешностей коэффициентов от степени разложения  $n$  позволяют выявить предельное значение степени разложения гармонических коэффициентов  $n$  в ряд, при котором погрешности коэффициентов начинают превосходить абсолютные значения самих коэффициентов. Пространственная разрешающая способность спутниковой модели GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5 меньше заявленной при ее разработке на 7 км, а для модели EGM-2008 – на 1,6 км.

2. Повышение точности определения гармоник в полосе частот от степени  $n = 250$  до  $n = 370$  моделей геопотенциала EIGEN-6C, EIGEN-6C3stat обусловлено наполнением ряда гармонических коэффициентов данными моделей океанического геоида DTU10 и DTU12 и высот геоида EGM-2008. Резкое повышение точности определения гармоник модели геопотенциала EIGEN-6C4 обусловлено наполнением ряда гармонических коэффициентов до степени 370 различных типов данных: модели океанического геоида DTU, высот геоида EGM2008 и данных гравитационного поля модели EIGEN-6C3stat для заполнения полярных областей.

3. Точность гармонических коэффициентов геопотенциала достаточно высокая. Модели EIGEN-6C3stat и EIGEN-6C4, разработанные по последним данным проекта GOCE, содержат гармонические коэффициенты при степени разложения от  $n = 2$  до  $n \approx 200$  на два-четыре порядка точнее, чем коэффициенты модели EGM-2008.

4. В диапазоне волн геоида от  $n \approx 200$  и выше заметного повышения точности исследуемых моделей GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5, EIGEN-6C, EIGEN-6C3stat, EIGEN-6C4 не наблюдается.

5. Статистические параметры распределения разности между высотами квазигеоидов, полученными по данным моделей EIGEN-6C, EIGEN-6C3stat, GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5 и EIGEN-6C4 и EGM-2008, и высотами квазигеоида, полученными из геометрического нивелирования и ГНСС-измерений на территории двух различных регионов России указывают на то, что стандартные отклонения для исследуемых моделей меняются в пределах 10–20 %.

6. Среднее значение разностей  $\Delta\zeta(P)$  для исследуемых моделей имеет отрицательный знак и колеблется от -0,210 до -0,326 м, что указывает на наличие систематической погрешности, обусловленной, возможно, выбором начала отсчета высот, неравенством нулю разности реального и нормального потенциалов в футштоке и погрешностями геодезических высот, полученных из ГНСС-измерений.

7. Высокостепенные модели EIGEN-6C3stat и EIGEN-6C4 показали улучшение пространственного разрешения и точности высот квазигеоида на исследуемых территориях по сравнению с данными модели EGM-2008 на 5 %.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-27-00068).

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Modern global Earth's gravity field models and their errors / V. N. Koneshov, V. B. Nepoklonov, R. A. Sermyagin, E. A. Lidovskaya // Gyroscopy and Navigation. – 2013. – Vol. 4, No. 3. – P. 147–155.

2. Сравнение спутниковых моделей проекта GOCE с различными наборами независимых наземных гравиметрических данных / В. Ф. Канушин, И. Г. Ганагина, Д. Н. Голдобин и др. // Вестник СГГА – 2014. – Вып. 3 (27). – С. 21–35.

3. Evaluation of recent Earth's global gravity field models with terrestrial gravity data / A. P. Karpik, V. F. Kanushin, I. G. Ganagina et al. // Contributions to Geophysics and Geodesy. – 2016. – Vol. 46, No. 1. – P. 1–11.

4. Исследование современных глобальных моделей гравитационного поля Земли / В. Ф. Канушин, А. П. Карпик, И. Г. Ганагина, Д. Н. Голдобин, Н. С. Косарев, А. М. Косарева : монография. – Новосибирск : СГУГиТ, 2015. – 270 с.

5. Исследование спектральных характеристик глобальных моделей гравитационного поля Земли, полученных по космическим миссиям CHAMP, GRACE и GOCE / А. П. Карпик, В. Ф. Канушин, И. Г. Ганагина и др. // Гироскопия и навигация. – 2014. – № 4 (87). – С. 34–44.

6. Mayer-Guerr T. ITG-Grace03s: the latest GRACE gravity field solution [Electronic resource]. – Режим доступа: [http://www.massentransporte.de/fileadmin/20071015-17-Potsdam/mo\\_1050\\_06\\_mayer.pdf](http://www.massentransporte.de/fileadmin/20071015-17-Potsdam/mo_1050_06_mayer.pdf).

7. Kvas A. ITSG-Grace 2014 [Electronic resource]. – Режим доступа: [http://portal.tugraz.at/portal/page/portal/TU\\_Graz/Einrichtungen/Institute/Hompages/i5210/research/ITSG-Grace2014](http://portal.tugraz.at/portal/page/portal/TU_Graz/Einrichtungen/Institute/Hompages/i5210/research/ITSG-Grace2014).

8. Biancale R. An improved 10-day time series of the geoid from GRACE and LAGEOS data [Electronic resource]. – Режим доступа: [ftp://ftp.csr.utexas.edu/pub/grace/Proceedings/Presentations\\_GSTM2008.pdf](ftp://ftp.csr.utexas.edu/pub/grace/Proceedings/Presentations_GSTM2008.pdf).

9. Елагин А. В., Дорогова И. Е. Оценка влияния релятивистских эффектов на траекторию движения искусственных спутников Земли // Вестник СГУГиТ – 2015. – Вып. 3 (31). – С. 32–39.



10. К вычислению уклонений отвесной линии и превышений геоида по гравитационным аномалиям / Э. А. Боярский, Л. В. Афанасьева, В. Н. Конешов, Ю. А. Рожков // *Физика Земли*. – 2010. – № 6. – С. 80–85.
11. Конешов В. Н., Непоклонов В. Б., Августов Л. И. Оценка навигационной информативности аномального гравитационного поля Земли // *Гироскопия и навигация*. – 2016. – № 2 (93). – С. 95–106.
12. Одномерное сферическое преобразование Фурье и его реализация для расчета глобальной модели квазигеоида в нулевом приближении теории Молоденского / Д. Н. Голдобин, Е. М. Мазурова, В. Ф. Канушин и др. // *Вестник СГУГиТ* – 2015. – Вып. 3 (31). – С. 45–52.
13. О результатах создания глобальной модели геоида на основе алгоритма одномерного сферического преобразования Фурье / Е. М. Мазурова, В. Ф. Канушин, И. Г. Ганагина и др. // *Гироскопия и навигация*. – 2016. – № 1 (92). – С. 133–142.
14. Обиденко В. И., Оприцова О. А., Решетов А. П. Разработка методики получения нормальных высот на территории Новосибирской области с использованием глобальной модели геоида EGM2008 // *Вестник СГУГиТ*. – 2016. – Вып. 1 (33). – С. 14–26.
15. Определение разности потенциалов силы тяжести и высот в геодезии посредством гравиметрических и спутниковых измерений / В. Ф. Канушин, А. П. Карпик, Д. Н. Голдобин и др. // *Вестник СГУГиТ* – 2015. – Вып. 3 (31). – С. 45–52.
16. О возможности применения результатов аэрогравиметрических измерений для вычисления уклонений отвесной линии в труднодоступных районах / Ю. А. Рожков, Н. В. Дробышев, В. Н. Конешов, В. В. Клевцов // *Физика Земли*. – 2005. – № 2. – С. 84–87.
17. Конешов В. Н., Осика И. В., Степанова И. Э. Методика расчета уклонения отвесной линии на основе S-аппроксимаций // *Физика Земли*. – 2007. – № 6. – С. 19–25.
18. Save H. Improvements in GRACE gravity fields using regularization [Electronic resource]. – Режим доступа : <http://adsabs.harvard.edu/abs/2008AGUFM.G13A0628S>.
19. К вопросу влияния методов регуляризации на точность современных глобальных моделей геопотенциала / В. Ф. Канушин, И. Г. Ганагина, Д. Н. Голдобин и др. // *Гироскопия и навигация*. – 2016. – № 2 (93). – С. 77–86.
20. Koch K. R., Kusche J. Regularization of geopotential determination from satellite data by variance components // *Journal of Geodesy*. – 2002. – Vol. 76. – P. 259–268.
21. Chronometric measurement of orthometric height differences by means of atomic clocks / S. M. Kopeikin, V. F. Kanushin, A. P. Karpik et al. // *Gravitation and Cosmology*. – 2016. – Vol. 22, No. 3. – P. 234–244.
22. Hoffman-Wellenhof B., Moritz H. *Physical geodesy* / B. Hoffman-Wellenhof. – Springer-Verlag Wien, 2005. – 405 p. – Англ.
23. Kaula W. H. Statistical and Harmonic Analysis of Gravity // *Journal of Geophysical Research*. – 1959. – Vol. 64. – P. 2401–2421.
24. Карпик А. П., Сапожников Г. А., Дюбанов А.В. Реализация проекта наземной инфраструктуры глобальной навигационной спутниковой системы «ГЛОНАСС» на территории Новосибирской области // ГЕО-Сибирь-2010. VI Междунар. научн. конгр. : пленарное заседание : сб. материалов (Новосибирск, 19–29 апреля 2010 г.). – Новосибирск : СГГА, 2010. – С. 57–62.
25. Гиенко Е. Г., Струков А. А., Решетов А. П. Исследование точности получения нормальных высот и уклонений отвесной линии на территории Новосибирской области с помощью глобальной модели геоида EGM2008 // ГЕО-Сибирь-2011. VII Междунар. науч. конгр. : сб. материалов в 6 т. (Новосибирск, 19-29 апреля 2011 г.). – Новосибирск : СГГА, 2011. Т. 1, ч. 2. – С. 186–191.

Получено 12.10.2016

© В. Ф. Канушин, И. Г. Ганагина, Д. Н. Голдобин,  
Е. М. Мазурова, Н. С. Косарев, А. М. Косарева, 2017

## QUASIGEOID MODERN GLOBAL MODELS: ACCURACY CHARACTERISTICS AND RESOLUTION

### *Vadim F. Kanushin*

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 630108, Russia, Novosibirsk, Plakhotnogo St., 10, Ph. D., Associate Professor, Department of Physical Geodesy and Remote Sensing, e-mail: kaf.astronomy@snga.ru

### *Irina G. Ganagina*

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 630108, Russia, Novosibirsk, 10 Plakhotnogo St., Ph. D., Head of the Department of Physical Geodesy and Remote Sensing, e-mail: kaf.astronomy@snga.ru

### *Denis N. Goldobin*

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 630108, Russia, Novosibirsk, 10 Plakhotnogo St, Junior Researcher, e-mail: kaf.astronomy@snga.ru

### *Elena M. Mazurova*

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 630108, Russia, Novosibirsk, 10 Plakhotnogo St., Ph. D., Professor, Department of Physical Geodesy and Remote Sensing, e-mail: kaf.astronomy@snga.ru

### *Nikolay S. Kosarev*

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 630108, Russia, Novosibirsk, 10 Plakhotnogo St., Junior Researcher, Department of Physical Geodesy and Remote Sensing, e-mail: kosarevnsk@yandex.ru

### *Alexandra M. Kosareva*

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 630108, Novosibirsk, 10 Plakhotnogo St., Junior Researcher, e-mail: kaf.astronomy@snga.ru

On the basis of global models of the gravitational field of the Earth such as EIGEN-6C, EIGEN-6C3stat, GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5 and EIGEN-6C4, which are presented on the website of the German Research Centre for Geosciences (ICGEM) in the form of harmonic coefficients of the geopotential are constructed global quasigeoid models. For accuracy evaluation of the modern global quasigeoid models we performed a comparison of heights anomalies which are obtained from quasigeoid models, with heights which are obtained from the geometric leveling and GNSS measurements for the territories of two different Russian regions. We have carried out a comparison of quasigeoid heights calculated over investigated models and quasigeoid heights obtained according by the model EGM-2008. The paper presents degree dispersion of quasigeoid heights and their errors. Research of the high degree model EIGEN-6C4 showed improved spatial permission ability and accuracy quasigeoid heights in the study area relatively of the model data EGM-2008 on 5 percents.

**Key words:** degree dispersion, Global quasigeoid models, Quasigeoid height, models of the Earth's gravitational field, GNSS technology, EGM-2008, EIGEN-6C, EIGEN-6C3stat, GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5, EIGEN-6C4.

## REFERENCES

1. Koneshov, V. N., Nepoklonov, V. B., & Avgustov, L. I. (2016). Estimating the navigation informativity of the Earth's anomalous gravity field. *Gyroscopy and Navigation*, 7(3), 277–284.
2. Kanushin, V. F., Ganagina, I. G., Goldobin, D. N., Mazurova, E. M., Kosareva, A. M., & Kosarev, N. S. (2014). Comparison of the GOCE project satellite models with different sets of independent terrestrial gravimetry data. *Vestnik SGGG [Vestnik SSGA]*, 3(27), 21–34 [in Russian].
3. Karpik, A. P., Kanushin, V. F., Ganagina, I. G., Goldobin, D. N., Kosarev, N. S., & Kosareva, A. M. (2016). Evaluation of recent Earth's global gravity field models with terrestrial gravity data. *Contributions to Geophysics and Geodesy*, 46(1), 1–11.
4. Kanushin, V. F., Karpik, A. P., Ganagina, I. G., Goldobin, D. N., Kosarev, N. S., & Kosareva, A. M. (2015). *Issledovanie sovremennykh global'nykh modeley gravitatsionnogo polya Zemli [Study of the current global model of the gravitational field of the Earth]*. Novosibirsk: SSUGT [in Russian].
5. Karpik, A. P., Kanushin, V. F., Ganagina, I. G., Goldobin, D. N., & Mazurova, E. M. (2015). Analyzing spectral characteristics of the global earth gravity field models obtained from the CHAMP, GRACE and GOCE space missions. *Gyroscopy and Navigation*, 6(2), 101–108.
6. Mayer-Guerr, T. ITG-Grace03s: the latest GRACE gravity field solution. (n. d.). Retrieved from [http://www.massentransporte.de/fileadmin/20071015-17-Potsdam/mo\\_1050\\_06\\_mayer.pdf](http://www.massentransporte.de/fileadmin/20071015-17-Potsdam/mo_1050_06_mayer.pdf)
7. Kvas, A. ITSG-Grace 2014. (n. d.). Retrieved from [http://portal.tugraz.at/portal/page/portal/TU\\_Graz/Einrichtungen/Institute/Homepages/i5210/research/ITSG-Grace2014](http://portal.tugraz.at/portal/page/portal/TU_Graz/Einrichtungen/Institute/Homepages/i5210/research/ITSG-Grace2014).
8. Biancale, R. An improved 10-day time series of the geoid from GRACE and LAGEOS data. (n. d.). Retrieved from [ftp://ftp.csr.utexas.edu/pub/grace/Proceedings/Presentations\\_GSTM2008.pdf](ftp://ftp.csr.utexas.edu/pub/grace/Proceedings/Presentations_GSTM2008.pdf).
9. Elagin, A. V., & Dorogova, I. E. (2015). Influence of the relativistic effects on the trajectory of artificial earth satellites. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 3(31), 32–39 [in Russian].
10. Boyarsky, E. A., Afanasyeva, L. V., Koneshov, V. N., & Rozhkov, Y. E. (2010). On calculation of the vertical deflection and the geoid undulation from gravity anomalies. *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*, 46(6), 538–543.
11. Koneshov, V. N., Nepoklonov, V. B., Semyagin, R. A. & Lidovskaya, E. A. (2013). Modern global Earth's gravity field models and their errors. *Gyroscopy and Navigation*, 4(3), 147–155.
12. Goldobin, D. N., Mazurova, E. M., Kanushin, V. F., Ganagina, I. G., Kosarev, N. S., & Kosareva, A. M. (2015). One dimensional spherical Fourier transformation and its implementation for the calculation of the global model quasigeoid with accuracy of the zero approach of Molodensky's theory. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 3(31), 45–52 [in Russian].
13. Mazurova, E. M., Kanushin, V. F., Ganagina, I. G., Goldobin, D. N., Bochkareva, V. V., Kosarev, N. S., & Kosareva A. M. (2016). Development of the global geoid model based on the algorithm of one-dimensional spherical Fourier transform. *Gyroscopy and Navigation*, 7(3), 269–278.
14. Obidenko, V. I., Opritova, O. A., & Reshetov, A. P. (2016). Working out of a technique of reception of normal heights in territory of the Novosibirsk region with use of earth gravitational model EGM2008. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 1(33), 14–25 [in Russian].
15. Kanushin, V. F., Karpik, A. P., Goldobin, D. N., Ganagina, I. G., Gienko, E.G., & Kosarev, N. S. (2015). The definition of gravity potential and heights differences in geodesy by gravimetric and satellite measurements. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 3(31), 53–69 [in Russian].

16. Rozhkov, Y. E., Drobyshev, N. V., Koneshov, V. N., & Klevtsov, V. V. (2005). Application of airborne gravity measurements in inaccessible regions to the calculation of plumb line deflections. *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*, 41(2), 173–175.
17. Koneshov, V. N., Osika, I. V., & Stepanova, I. E. (2007). A method for calculating the plumb line declination on the basis of S-approximations. *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*, 43(6), 459–465.
18. Save, H. Improvements in GRACE gravity fields using regularization (n. d.). Retrieved from <http://adsabs.harvard.edu/abs/2008AGUFM.G13A0628S>.
19. Kanushin, V. F., Ganagina, I. G., Goldobin, D. N., Kosarev, N. S., & Kosareva A. M. (2016). The influence of regularization methods on the accuracy of modern global geopotential models. *Gyroscope and Navigation*, 7(4), 366–371.
20. Koch, K. R., Kusche, J. (2002). Regularization of geopotential determination from satellite data by variance components. *Journal of Geodesy*, 76, 259–268.
21. Kopeikin S. M., Kanushin V. F., Karpik A. P., Tolstikov A. S., Gienko E. G., Goldobin D. N., Kosarev, N. S., Ganagina I. G., Mazurova E. M., Karaush A.A., & Hanikova E. A. (2016). Chronometric measurement of orthometric height differences by means of atomic clocks. *Gravitation and Cosmology*, 22(3), 234–244.
22. Hoffman-Wellenhof, B., & Moritz, H. (2005). *Physical geodesy*. Springer-Verlag Wien.
23. Kaula, W. H. (1959). Statistical and Harmonic Analysis of Gravity. *Journal of Geophysical Research*, 64, 2401–2421.
24. Karpik, A. P., Sapozhnikov, G. A., & Dyubanov, A. V. (2010). The implementation of the project on ground-based infrastructure of the Global Navigation Satellite System GLONASS on the territory of the Novosibirsk region. In *Sbornik materialov Interekspo GEO-Sibir'-2015: Plenarnoe zasedanie [Proceedings of Interexpo GEO-Siberia-2010: Plenary session]* (pp. 57–62). Novosibirsk: SSGA [in Russian].
25. Gienko, E. G., Strukov, A. A., & Reshetov, A. P. (2011). Studying the accuracy of normal heights and vertical deviations on the territory of the Novosibirsk region using the global geoid model EGM2008. In *Sbornik materialov Interekspo GEO-Sibir'-2011: T. 1. Geodeziya, geoinformatika, kartografiya, marksheyderiya [Proceedings of Interexpo GEO-Siberia-2011: Vol. 1. Geodesy, Geoinformation, Cartography, Mine Surveying]* (pp. 186–191). Novosibirsk: SSGA [in Russian].

Received 12.10.2016

© V. F. Kanushin, I. G. Ganagina, D.N. Goldobin,  
E. M. Mazurova, N. S. Kosarev, A. M. Kosareva, 2017