

УДК 550.382.3

## ТЕОРИЯ ОРИЕНТАЦИОННОЙ ОСТАТОЧНОЙ НАМАГНИЧЕННОСТИ ОСАДОЧНЫХ ПОРОД (ТРЕХМЕРНАЯ МАГНИТО-РЕОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ШВЕДОВА – БИНГАМА)

*М. И. Малахов, Д. М. Малахов*

*Северо-Восточный комплексный научно-исследовательский институт ДВО РАН, г. Магадан  
E-mail: malakhov@neisri.ru*

Приведено описание кинетики статистического выравнивания магнитных моментов частиц по геомагнитному полю до момента блокирования в потенциальных ямах. Приведены основные параметры механизма угловой фиксации магнитных зерен в природных дисперсных структурах, какими являются донные отложения озер, морей и осадочные породы на континентах. В рамках магнито-реологической модели Шведова – Бингама получено объяснение влияния пертурбационных процессов (микросейсмы, биотурбация, криотурбация) на приобретение осадком «вибрационной» компоненты постседиментационной ориентационной остаточной намагниченности (PDRM). Указанные воздействия временно разрушают связи между частицами, что приводит к уменьшению предела прочности грунта, и, как результат, снижается характерное время поворота жестких магнитных диполей. Для осадочных пород различной водонасыщенности предложено количественное описание как запаздывания палеомагнитного сигнала в реологической зоне Такера – Храмова, так и фильтрации (сглаживания) геомагнитного сигнала.

**Ключевые слова:** постседиментационная ориентационная остаточная намагниченность, скорость намагничивания, ошибки наклонения и склонения, магнитная реология, влагосодержание, пластическая и структурная вязкость, предельное напряжение сдвига.

### ВВЕДЕНИЕ

После доклада В. П. Щербакова на III съезде по геомагнетизму (Ялта, 1986) произошли существенные подвижки в физике образования остаточной намагниченности осадков (Щербаков, 1988). Впервые после воззрений Т. Нагаты, Д. Коллинсона, А. Н. Храмова и др. использованы идеи физико-химической механики по механизму блокирования магнитных частиц, казалось бы, в еще полужидком осадке.

Формирование твердообразных дисперсных систем с большим содержанием жидкости начинается с образования так называемых коагуляционных структур. Данные структуры – простейший и наиболее общий вид дисперсных систем, образуются в суспензиях в результате коагуляционного сцепления частиц дисперсной фазы через тончайшие остаточные прослойки жидкости (или газа). Такие относительно устойчивые прослойки, препятствующие дальнейшему сближению частиц, могут возникать при двух различных значениях толщины, что соответствует слабому коагуляционному сцеплению при большей толщине

и прочному (ближнему) при наименьшей толщине. Благодаря водным прослойкам коагуляционные структуры обладают сравнительно небольшой прочностью и тиксотропными свойствами, т. е. способностью восстанавливаться после механического пертурбационного разрушения в результате благоприятных соударений частиц высокодисперсной фракции, участвующих в броуновском движении.

Тиксотропные свойства проявляются наиболее ярко в достаточно разбавленных и вместе с тем высокодисперсных суспензиях (глубоководных илах, озерных глинах и т. п.). Прочность коагуляционных структур в суспензиях определяется количеством контактов сцепления в единице объема и, следовательно, возрастает с дисперсностью – с увеличением количества частиц и плотности их упаковки (пористости, влажности, влагосодержания). При постоянной дисперсности в данной суспензии прочность структуры возрастает с увеличением объемного заполнения твердой фазой  $\phi$ , особенно в области предельно высоких  $\phi$ . Этот предел и определяется тем, что резкое нарастание прочности структуры препятствует дальнейшему уплотнению осадка суспензии под действием гравитации.

С увеличением концентрации твердого компонента водная прослойка между частицами исчезает, и частицы касаются друг друга, осуществляя так называемый точечный контакт с элементами сухого трения. Такие контакты называются контактами переходного типа. При увеличении площади сухого контакта величина последнего возрастает. Этот тип контакта называется фазовым. При большой длительности близкого соприкосновения частиц химические процессы на границе между зернами фазовый контакт преобразуют в кристаллизационный тип контакта. Магнитная деформация ориентационного типа (поворот магнитных частиц) в дисперсных структурах с кристаллизационными контактами между частицами в дальнейшем практически невозможна под действием земного магнитного поля. Закрепленная в твердообразном теле дисперсной структуры пространственная ориентация магнитных моментов представляет собой информационный носитель о векторе геомагнитного поля и других внешних воздействиях.

Подход к описанию кинетики ориентации большого числа магнитных частиц под действием геомагнитного поля в трехмерной системе координат уже имеется (Малахов, Малахов, 2001). Отметим, что в цитируемой работе практически не уделено внимания важнейшей реологической характеристике – эффективной вязкости грунта. Кривая вязкости в реологии по значимости такая же, как интегральная и дифференциальная кривые магнитной деформации (Малахов, 2003а). В магнетизме осадочных пород, в отличие от реологии, принято использовать не кривую вязкости, а кривую времени магнитной релаксации, которая получается из кривой вязкости (Малахов, Малахов, 2003).

### 1. ОДНОМЕРНАЯ МАГНИТО-РЕОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ PDRM – DRM

Значимость магнитных и реологических параметров в трехмерной модели PDRM – DRM логично определить путем сравнения с одномерной моделью [Нагата, 1965; Щербаков, 1988]. Обобщенное стохастическое уравнение Нагаты – Щербакова вращательного движения магнитной частицы с объемом  $V$  в среде с пластической вязкостью  $\eta^*$  и прочностью контакта  $p_r$  между частицами представимо в форме (Малахов, 2006)

$$T_s + L_m = f(t). \quad (1)$$

Здесь  $T_s = J \frac{d^2\theta}{dt^2} + 6V\eta^* \frac{d\theta}{dt} + 6VG\theta + 6Vp_r$  – момент сил, действующий на частицу со стороны суспензии;  $L_m = mH\sin\theta$  – вращательный момент, обязанный геомагнитному полю. В указанных соотношениях введены обозначения:  $\theta$  – угол

между векторами магнитного момента частицы  $m$  и геомагнитного поля  $H$ ;  $d\theta/dt$  – скорость вращения;  $d^2\theta/dt^2$  – вторая производная угла  $\theta$  по времени;  $J$  – момент инерции частицы;  $G$  – аналог модуля Гука;  $f(t)$  – интенсивность случайного воздействия с математическим ожиданием  $\langle f \rangle = 0$  и дисперсией  $\langle f^2 \rangle \neq 0$ .

Вычисление средней ориентации магнитных моментов большого числа частиц по магнитному полю приводит к определению временной зависимости намагниченности и ее равновесного значения (при  $t \rightarrow \infty$ ). Влияние каждого слагаемого уравнения (1) хорошо известно (Малахов, 2003б; Щербаков, Щербакова, 1986).

Соотношение твердого и жидкого компонентов в слое осадка на глубине  $h$  ниже границы «вода – дно» определяется влажностью  $\varpi$ , изменяющейся от бесконечности (вода) до некоторого известного значения  $\varpi_h = \varpi(h)$ . Суспензия может характеризоваться также влагосодержанием  $\varpi^* = 100\varpi/(\varpi + 100)$  или объемной концентрацией твердого компонента  $\varphi = 100/(2,58\varpi + 100)$ . Логично предположить, что количество магнитных частиц  $c_h = c(h)$  в осадке на глубине  $h$  почти пропорционально объемной концентрации твердых частиц  $\varphi_h$ .

Магнитный момент частицы определяется формулой  $m = \sigma(\delta, V)I_sV$  ( $I_s$  – спонтанная и  $\sigma(\delta, V)$  – относительная намагниченности зерна;  $\delta$  – форм-фактор частицы) (Малахов, Малахов, 2003а). Интенсивность магнитного поля  $H$  удобно представить в относительных энергетических единицах  $K$  ( $K = mH/kT$  – кучность,  $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – абсолютная температура).

Ньютоновская вязкость  $\eta$  суспензии на глубине  $h$  состоит из суммы постоянной пластической  $\eta^*$  и переменной структурной  $\eta_s$ :  $\eta(h) = \eta^*(\varpi_h) + \eta_s(\varpi_h)$  (Малахов и др., 2004, 2005). Структурная составляющая  $\eta_s$  вязкости грунта представляет собой отношение прочности единичного контакта  $p_r$  к скорости поворота магнитной частицы  $d\theta/dt$  (Малахов, 2003б). Отметим, что оценка указанных величин трудна в реализации. Используя суммарный эффект от всех частиц, заменим  $p_r$  прочностью коагуляционной структуры  $P_r$ , а  $d\theta/dt$

скоростью изменения намагниченности  $dI/dt$ . Концентрация дисперсной фазы  $\varpi^*$  (влагосодержание), предел прочности  $P_r(\varpi^*)$  (пределное напряжение сдвига) и пластическая вязкость  $\eta^*(\varpi^*)$  грунта определяются методами инженерной геологии (Горькова, 1966).

Численное значение среднего влагосодержания  $60\% < \varpi^* < 70\%$ , соответствующее границе текучей и пластичной систем для разных глин, нахо-

дится в согласии с классификацией форм связи воды с твердым материалом и совпадает с величиной  $\varpi_b^* = 68-70\%$  в магнитных опытах П. Такера на искусственных глинистых суспензиях (Tucker, 1980). Граница текучести  $\varpi_b^*$  соответствует полному или почти полному удалению свободной воды из полидисперсной системы под действием гравитационного уплотнения. Прохождение магнитными частицами этапа текучей консистенции глин является основным необходимым условием проявления механизма ориентационного намагничивания. Реология глинистого слоя между литологической границей «вода – дно» с начальным влагосодержанием  $\varpi^* \approx 100\%$  и слоем с  $\varpi_b^*$  соответствует реологии зоны Такера – Храмова (Малахов и др., 2004).

Таким образом, приобретение намагниченности природной дисперсной структурой состоит из трех важных постседиментационных стадий:

непосредственного приобретения намагниченности с момента появления коагуляционной структуры и ее развития (характерные времена поворота  $\tau$  магнитных частиц структуры достаточно малы по сравнению с временем намагничивания);

преобразования коагуляционных контактов в контакты переходного типа;

закрепления образовавшейся намагниченности через возникновение фазовых, а затем кристаллизационных контактов между частицами (время поворота магнитных диполей почти бесконечно  $\tau \rightarrow \infty$  при  $dI/dt \rightarrow 0$ , частицы как бы заморожены в немагнитную матрицу осадка и их магнитные моменты не меняются).

Из уравнения (1) можно получить уравнение, соответствующее вращению отдельных магнитных частиц, ансамбль которых образует «долгоживущую» постседиментационную ориентационную остаточную намагниченность:

$$6V\eta^* \frac{d\theta}{dt} + 6Vp_r + mH\sin\theta = f(t). \quad (2)$$

Перепишем его в форме, применяемой в физико-химической механике для скорости деформации дисперсной структуры в угловых величинах:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{\tau} \{\sin\theta - f\tau\}, \quad (3)$$

где характерное время поворота частицы в магнитном поле  $K$  обозначено как

$$\tau(K, \eta^*, p_r) = \frac{6V \left( \eta^* + \frac{p_r}{d\theta/dt} \right)}{kTK}. \quad (4)$$

Переход от одной частицы к большому числу магнитных частиц видоизменяет уравнение скорости приобретения намагниченности  $I$  в магнитном поле  $K_{\text{mag}}$  (Малахов и др., 2005):

$$\frac{dI}{dt}(K_{\text{mag}}) = -\frac{1}{\tau_{\text{mag}}} \{I - c_h mL(K_{\text{mag}})\}, \quad (5)$$

$$I < c_h mL(K_{\text{mag}})$$

или спада намагниченности  $I$  в поле  $K_{\text{rel}}$ :

$$\frac{dI}{dt}(K_{\text{rel}}) = -\frac{1}{\tau_{\text{rel}}} \{I - c_h mL(K_{\text{rel}})\},$$

$$I > c_h mL(K_{\text{rel}}).$$

При полном «выключении» поля

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{1}{\tau_{\text{rel}}} I. \quad (7)$$

Для формул (5) и (6) характерные времена намагничивания и релаксации при влажности  $\varpi_h$  определяются формулами:

$$\tau_{\text{mag}}(K_{\text{mag}}) = \frac{6V\eta_{\text{mag}}(\varpi_h)}{kTK_{\text{mag}}}, \quad (8)$$

$$\tau_{\text{rel}}(K_{\text{rel}}) = \frac{6V\eta_{\text{rel}}(\varpi_h)}{kTK_{\text{rel}}}.$$

В уравнении (7)  $\tau_{\text{rel}} = \frac{6V\eta_{\text{rel}}(\varpi_h)}{kT}$  несколько от-

личается от времени релаксации, представленного в одном из соотношений (8).

Ньютоновские переменные коэффициенты вязкости представляются формулами (см. таблицу)

$$\eta_{\text{mag}}(K_{\text{mag}}, dI/dt, \varpi_h, P_r) = \eta^*(\varpi_h) + \frac{P_r(\varpi_h)}{dI/dt}; \quad (9)$$

$$\eta_{\text{rel}}(K_{\text{rel}}, dI/dt, \varpi_h, P_r) = \eta^*(\varpi_h) + \frac{P_r(\varpi_h)}{dI/dt}.$$

Через среднюю ориентацию магнитных моментов большого числа частиц находятся уравнения для остаточной намагниченности в случае ее роста и спада (рис. 1):

$$I(t, K_{\text{mag}}, \tau_{\text{mag}}) = [c_h mL(K_{\text{mag}}) - I_0^\infty] \Psi(t, \tau_{\text{mag}}) + I_0^\infty; \quad (10)$$

$$I(t, K_{\text{rel}}, \tau_{\text{rel}}) = [I_0^\infty - c_h mL(K_{\text{rel}})] Y(t, \tau_{\text{rel}}) + c_h mL(K_{\text{rel}}).$$

В соотношениях (10) введены обозначения:  $I_0^\infty$  – намагниченность, приобретенная к моменту начала действия магнитного поля  $K_{\text{mag}}$  или  $K_{\text{rel}}$ ;  $\Psi(t, \tau_{\text{mag}}) = 1 - \exp(-t/\tau_{\text{mag}})$  – функция ползучести и  $Y(t, \tau_{\text{rel}}) = \exp(-t/\tau_{\text{rel}})$  – функция релаксации;  $L(K) = \text{cth}(K) - 1/K$  – функция Ланжевена.

*Замечание.* При предельном переходе  $dI/dt \rightarrow 0$  в уравнениях (5) и (6) выражение в фигурных скобках стремится к нулю (магнитные частицы в не-

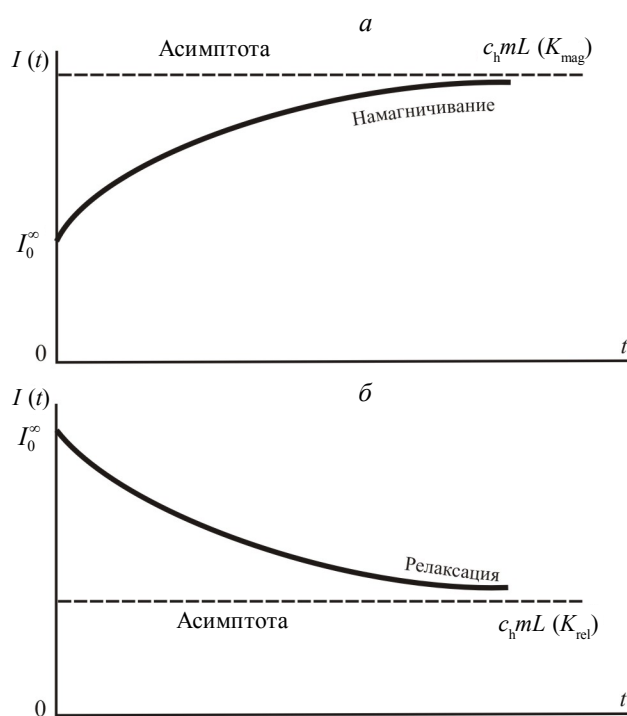


Рис. 1. Форма кривой временной зависимости остаточной намагниченности в модели Шведова – Бингама: *a* – намагничивание в магнитном поле  $K_{\text{mag}}$ ; *b* – релаксация в магнитном поле  $K_{\text{rel}}$ ;  $I_0^\infty$  – начальное значение намагниченности;  $c_h mL(K)$  – значения соответствующих асимптот

Fig. 1. Remanent magnetization versus time curve for the Schwedoff – Bingham model: *a* – magnetization within the magnetic field  $K_{\text{mag}}$ ; *b* – the magnetic field  $K_{\text{rel}}$  relaxation;  $I_0^\infty$  – the initial value of magnetization;  $c_h mL(K)$  – the corresponding asymptote values

магнитной матрице осадка перестают вращаться). Таким образом, получим знаменитую модель Коллинсона – Храмова  $I = c_h mL(K)$  (Храмов, 1968; Collinson, 1965).

## 2. МАГНИТНЫЕ И РЕОЛОГИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ПРИРОДНЫХ ГРУНТОВ

### Гранулометрия частиц и их магнитный момент

Многие магнитные свойства осадочных пород определяет магнитное состояние зерен или доменная структура (ДС), которая зависит от гранулометрии частиц. Размер зерна, наряду с его формой, влияет на величину магнитного момента и степень подвижности частицы в осадке определенной влажности. Известно, что в зависимости от размера и формы частицы метастабильные (близкие к однодоменному SD-состоянию) зерна магнитных минералов находятся в одном из 3 магнитных состояний – с однородной намагниченностью, с малой и большой неоднородностью магнитного момента (квазиоднодоменное PSD-состояние). Магнитные свойства таких частиц предска-

заны и изучены (Афремов и др., 1998; Щербаков, 1978; Щербаков и др., 1991; Day, 1977; Dunlop, 1998; Fabian et al., 1996).

Магнитный момент обладает некоторым определенным направлением, если энергия магнитной структуры частицы имеет минимум или стремится к нему. В ходе прямого наблюдения ДС и численного моделирования обнаружено, что в малых ферромагнитных частицах, имеющих форму параллелепипеда, SD-состояние сменяется некоторой слабо неоднородной модой, называемой «flower» («цветок»). Однако при увеличении размера до некоторого критического  $d_f$  мода «flower» теряет устойчивость и скачком переходит в моду «curling» («закрутка»). Как считает В. П. Щербаков с коллегами, существенным недостатком работ последних лет по ДС природных минералов является то, что в них практически отсутствует анализ соответствия ДС, полученной путем компьютерного моделирования, результатам чисто аналитического подхода.

Вопросы практического использования информации о магнитном состоянии горных пород вынуждают проводить сопоставление аналитических расчетов и численного моделирования микромагнитных уравнений для частиц не только в форме параллелепипеда, но и в эллипсоидальной форме (природные осадки содержат большей частью именно такие частицы). Модельные и аналитические расчеты позволяют строго подойти к вычислению магнитного момента  $m$  отдельной частицы в зависимости от ее объема и формы. Тем не менее авторы считают, что на практике оценку магнитного момента частиц любого размера можно выполнить по методике, предложенной В. П. Щербаковым для PSD-частиц, не вдаваясь в типы распределения намагниченности в частице (Щербаков, 1978).

*Метод Щербакова.* Значение относительной намагниченности  $\sigma(d, q)$ , или приведенного к единице магнитного момента зерна, зависит от размера  $d$  и удлиненности (сплюснутости)  $q$  частицы. Например, для частиц с формой эллипсоида и параллелепипеда  $q = d/b$ ,  $d \equiv a$ , здесь  $b = c$  – полуоси эллипсоида или размеры сторон параллелепипеда. Остаточная намагниченность зерна  $I_r$  представляет собой произведение  $\sigma(d, q)$  на спонтанную намагниченность  $I_s$ . Для SD-частиц  $\sigma(d, q) = 1$ , а для квазиоднодоменных  $\sigma(d, q) < 1$ . Для частиц магнетита менее 1 мкм теория представляет  $\sigma(d, q)$  кусочно-линейными функциями (Афремов и др., 1998; Щербаков, 1978; Щербаков и др., 1991; Щербаков, Сычева, 2001; Dunlop et al., 1974; Fabian et al., 1996).

Более крупные частицы магнитной фракции осадков уже трудно считать квазиоднодоменными. Такие частицы многодоменны и чаще обладают намагниченностью терромагнитной приро-

ды  $I_r = I_n$  (Щербаков, Марков, 1982), так как материнские породы в большинстве своем магматического происхождения. Для многодоменных частиц относительную намагниченность обозначим  $\sigma_n = I_n/I_s$ .

Таким образом, величина  $\sigma(d, q)$  как функция размера частицы (и формы) – объект теоретических расчетов, численных моделей для квазиоднодоменных зерен и прямых экспериментов для многодоменных. Первые расчеты  $\sigma(d, q)$  опирались на модель Ч. Киттеля и Х. Амара (домены и доменные стенки представляют собой однородно намагниченные области) (Щербаков, 1978; Day, 1977). Позднее предложена модель для PSD-частиц без априорного разбиения на домены (Moon, Merrill, 1984; Enkin, Dunlop, 1987). Основная идея, которая их объединяет, – это одномерное изменение направления вектора намагниченности. Микромагнитный численный анализ последних лет показал, что в действительности при превышении частицами критического размера одно- или квазиоднодоменного (мода «flower») в них всегда возникает одна или несколько мод «curling». И, как считает В. П. Щербаков, пока ни в одних численных расчетах не удалось получить домены, в общепринятом смысле этого слова, как области с однородной намагниченностью, разделенные плоскими стенками Блоха.

Истинное значение отношения  $I_r/I_s = \sigma_r$  для природных магнитных зерен без серьезной ошибки можно заменить «лабораторной»  $\sigma_n = I_n/I_s$ . Намагниченность  $I_n$  образуется в магнитных полях порядка величины современного земного магнитного поля. Нельзя исключать и хемогенный механизм для квазиоднодоменных частиц  $I_r = I_{rc}$  ( $\sigma_{rc} = I_{rc}/I_s$ ). На данный момент возможна только качественная оценка путем замены в соотношении  $I_{rc}/I_s$  химической намагниченности  $I_{rc}$  на не-

которую часть термоостаточной намагниченности  $kI_n(d, q)$ , где  $k$  – коэффициент пропорциональности (Щербаков и др., 1996) со всеми вытекающими последствиями.

Экспериментальная «гранулометрическая» зависимость  $I_n(d, H=1Э)$  для магнетита после обзора Р. Дэя (Day, 1977) постоянно пополнялась новыми точками. На дополненной кривой Д. Данлоп и К. Аргил выделили некоторые характерные участки (Dunlop, Argyle, 1997). Если вся кривая Дэя  $I_n(d)$  в логарифмическом масштабе аппроксимируется зависимостью  $d^{-0,6}$ , то участок от 0,1 до 10 мкм на кривой Данлопа – Аргила  $I_n(d)$  – зависимостью  $d^1$ , причем для частиц крупнее 10 мкм на графике  $I_n(d)$  наблюдается вторая ветвь.

*Суспензионный метод и его модификация.* Данный способ оценки среднего магнитного момента частиц реализован японскими исследователями на примере глубоководных красных глин и карбонатных илов Тихого океана (Yoshida, Katsura, 1985). Основы метода были заложены в работах Ф. Стэйси, К. Бартона и др. (Малахов, 1982a; Stacey, 1972; Barton et al., 1980). Основываясь на предположении, что гранулометрическое распределение частиц в этих двух типах отложений подчиняется логнормальному, по кривым полевой зависимости DRM определяли параметры дифференциальной кривой функции распределения магнитных моментов частиц. По ней можно найти среднее значение магнитного момента  $m_{cp}$  одной частицы. Так, для магнетитовых частиц красных глин и карбонатных илов этот параметр равен соответственно  $3,7 \cdot 10^{-16}$  и  $1,6 \cdot 10^{-16}$  Ам<sup>2</sup> (Yoshida, Katsura, 1985).

Модификация метода использована нами при оценке остаточной намагниченности отдельных зерен магнетита и маггемита известного размера на основе полевых кривых, полученных П. Шиве на глицириновых суспензиях (Малахов и др., 2004; Shive, 1985).

#### Зависимость предела прочности и пластической вязкости от влагосодержания глин The rock undrained shear strength and plastic viscosity versus the water content of clays

Тип глины	Формулы предела прочности и пластической вязкости	Параметры формул в системе СГСМ
Текучий ( $\varpi_1^* < \varpi^* < 96\%$ )	$P_r(\varpi^*) = P_1 \frac{100 - \varpi^*}{100 - \varpi_1^*} \exp\left\{b_1 \frac{\varpi_1^* - \varpi^*}{100 - \varpi_1^*}\right\}$ $\eta^*(\varpi^*) = \eta_0 \exp\{a_1(100 - \varpi^*)\}$	$\eta_0 \approx 10^{-2}$ пуаз, $P_1 \approx 425$ дин/см <sup>2</sup> , $a_1 \approx 0,145, b_1 \approx 3,9,$ $\varpi_1^* \approx 70\%$
Пластичный ( $\varpi_2^* < \varpi^* < \varpi_1^*$ )	$P_r(\varpi^*) = P_1 \exp\{b_2(\varpi_1^* - \varpi^*)\}$ $\eta^*(\varpi^*) = \eta_{10} \exp\{a_2(\varpi_1^* - \varpi^*)\}$	$\eta_{10} \approx 0,84$ пуаз, $a_2 \approx 0,225, b_2 \approx 0,187,$ $\varpi_2^* \approx 27\%$
Твердообразный ( $14\% < \varpi^* < \varpi_2^*$ )	$P_r(\varpi^*) = P_2 \exp\{b_3(\varpi_2^* - \varpi^*)\}$ $\eta^*(\varpi^*) = \eta_{11} \exp\{a_3(\varpi_2^* - \varpi^*)\}$	$\eta_{11} \approx 1,28 \cdot 10^4$ пуаз, $P_2 \approx 1,27 \cdot 10^6$ дин/см <sup>2</sup> , $a_3 \approx 0,349, b_3 \approx 0,302$

### Реологические характеристики природных грунтов

Полными исходными инженерно-технологическими реологическими параметрами считаются данные по влагосодержанию  $\varpi^*(h)$ , предельному напряжению сдвига  $P_r(h)$  и пластической вязкости  $\eta^*(h)$  по длине керна донных отложений. Некоторые исследователи ограничиваются одной или двумя характеристиками из указанных.

А. А. Багров провел экспериментальные исследования вязкопластических параметров различных глин в широком диапазоне концентрации дисперсной фазы (Багров, 1966). В полулогарифмических осях «вязкость – концентрация» и «предельное напряжение сдвига – концентрация» выявлены линейные участки. На кривой  $\ln \eta^*(\varpi^*)$  их два, а на  $\ln P_r(\varpi^*)$  – три. Диапазон влагосодержания в опытах очень широк – от 14 до 96%. Приведем усредненные данные по трем типам глинистых систем (см. таблицу).

Литературные данные по озерным и морским донным отложениям в основном содержат информацию о распределении влагосодержания с глубиной  $h$ . Нас интересовали данные по кернам осадков Тихого океана, оз. Байкал и Хубсугул (Высокоразрешающая..., 2004; Литология..., 1979; Миноура и др., 1999; Прокопенко и др., 2003; Свальнов, 1991; Тани и др., 2001; Чебыкин и др., 2004; Yamazaki, 1992). Детальность дискретной кривой  $\varpi^*(h)$  различна (рис. 2, 3). Развитие новых подходов в физике образования PDRM – DRM осадков потребовало наполнения магнито-реологической модели Шведова – Бингама технологическими измерениями влагосодержания  $\varpi^*(h)$ , предела прочности  $P_r(h)$  донных грунтов и вязкости (Есин, 2003; Кондратенко, Шилов, 1999; Осипов, 1978; Katari et al., 2000; Tsurusaki et al., 1994). Приведение этих кривых –  $\varpi^*(h)$  и  $P_r(h)$  – к одному и тому же горизонту  $h$  позволило получить зависимости  $P_r(\varpi^*)$  для донных отложений различных участков приэкваториальной области Тихого оке-

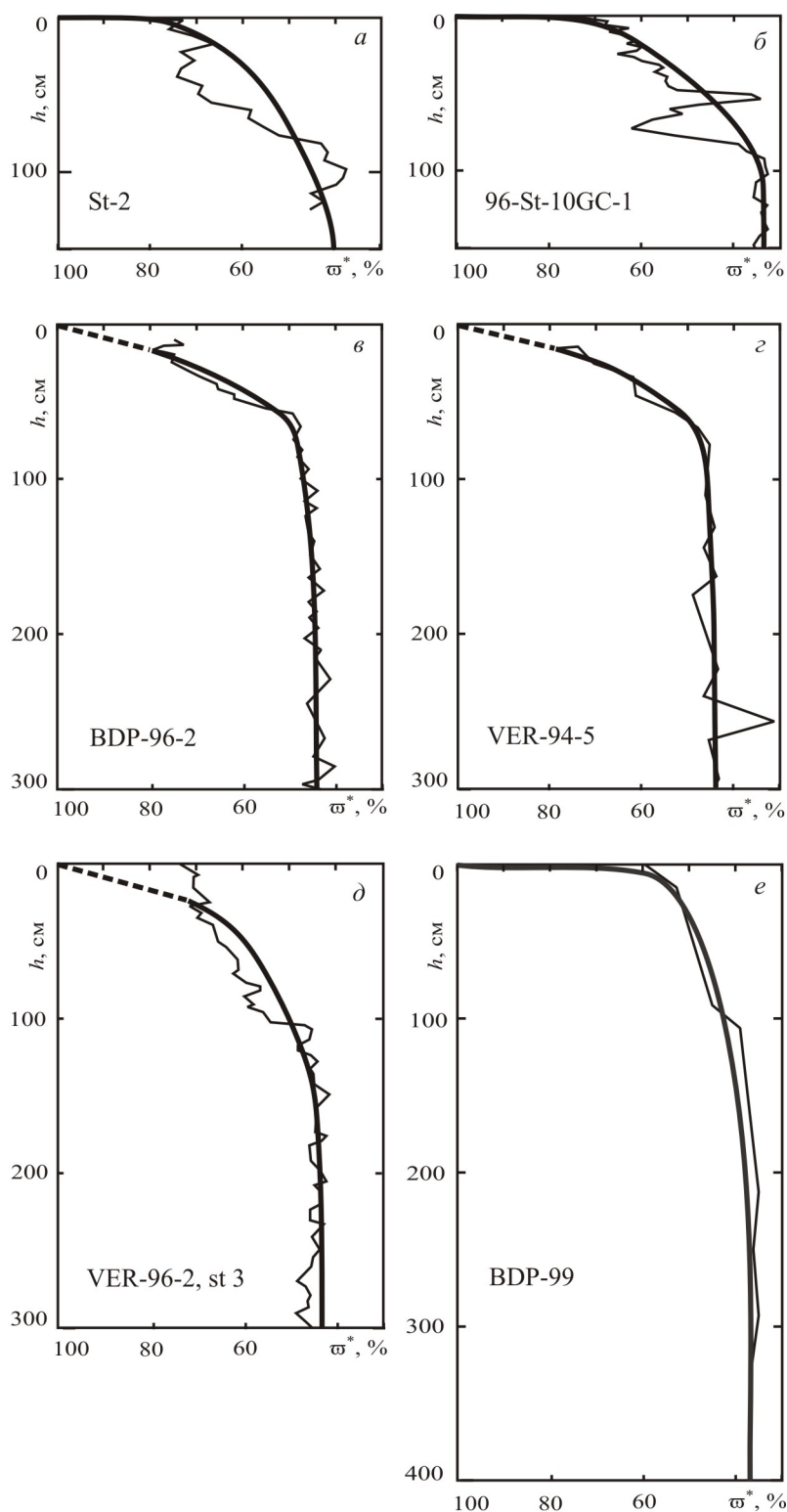


Рис. 2. Зависимость влагосодержания  $\varpi^*$  от глубины  $h$  для осадков колонок из оз. Хубсугул (а) и Байкал (б – е)

Fig. 2. The sediment water content  $\varpi^*$  versus the depth  $h$  from sedimentary cores of Khubsgul Lake (a) and Baikal Lake (б – е)

ана (рис. 4). Подобие кривых  $P_r(\varpi^*)$  тихоокеанских илов и подобных кривых для часовярской и прохоровской глин говорит об универсальности природы сил взаимодействия в природных дис-

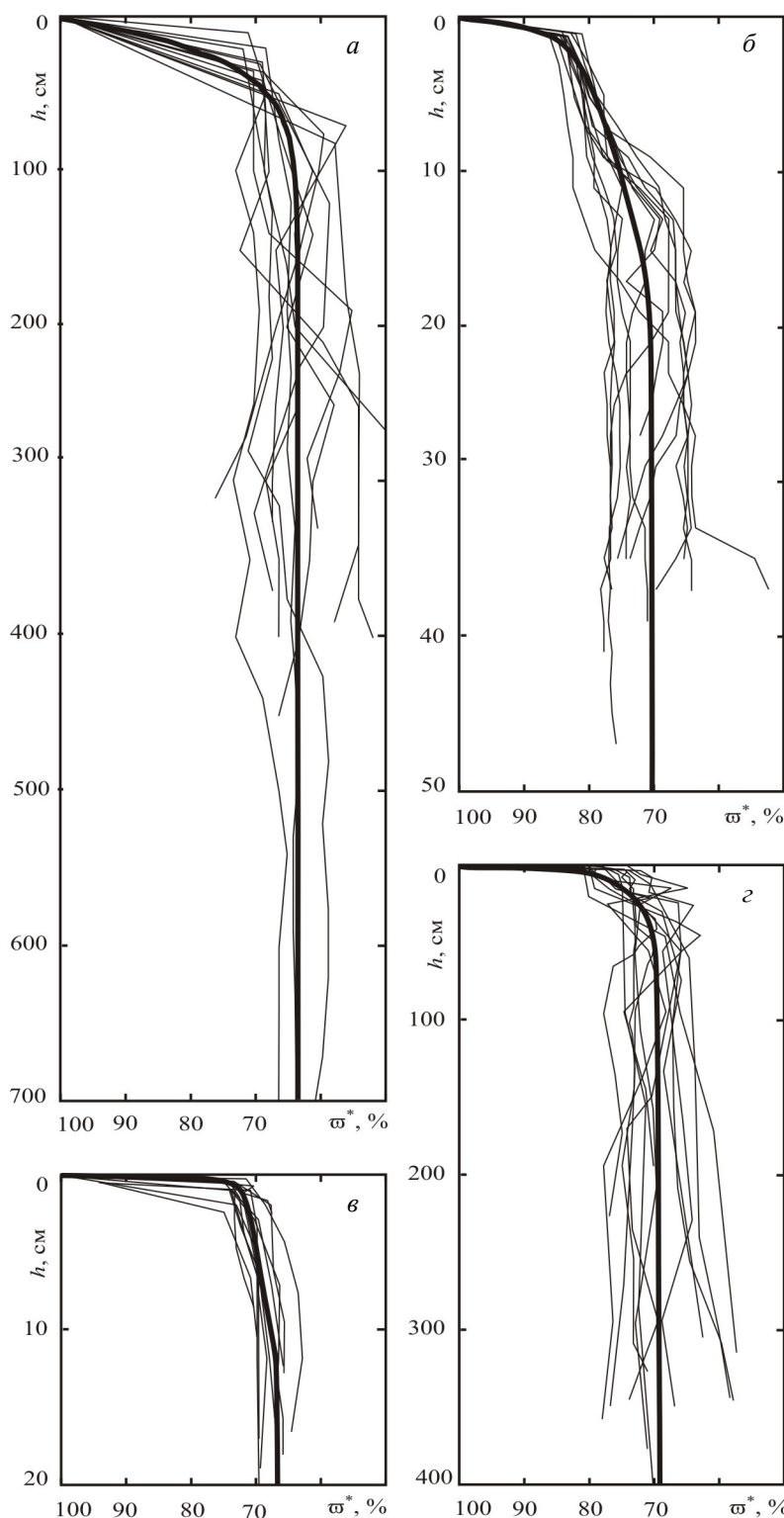


Рис. 3. Зависимость влагосодержания  $\varpi^*$  от глубины  $h$  для осадков колонок из различных районов Тихого океана: южная тропическая зона – полигон GH83-3 (а) (Tsurusaki et al., 1994), полигон GH82-4 (б) (Yamazaki, 1992); северная тропическая зона (в) (Свальнов, 1991); Транстихоокеанский профиль (г) (Литология..., 1979)

Fig. 3. The sediment water content  $\varpi^*$  versus the depth  $h$  from sedimentary cores of different water areas of the Pacific: the southern tropical area – GH83-3 Polygon (а) (Tsurusaki et al., 1994), GH82-4 Polygon (б) (Yamazaki, 1992); the northern tropical area (в) (Свальнов, 1991); the Transpacific profile (г) (Литология..., 1979)

персных структурах различного генезиса (рис. 5). Поэтому закономерности, представленные в таблице, можно распространить на пластическую вязкость грунтов природных водоемов, так как порядок значений сохраняется (Есин, 2003; Осипов, 1978).

### 3. ТРЕХМЕРНАЯ МАГНИТО-РЕОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ PDRM – DRM

#### Детерминированное вращательное движение частиц в дисперсной структуре

Совокупность из большого количества одинаковых магнитных частиц образует намагниченность в водной суспензии немагнитных твердых частиц. Поступательное и вращательное движения частиц произвольной формы в общем связаны между собой (Малахов, 1982; Черноус, Щербаков, 1980). Для частиц высокой симметрии, таких как шар, эллипсоид, диск, цилиндр, тонкая игла и т. п., поступательное движение не рассматривают.

Ориентацию частицы произвольной формы можно характеризовать косинусами углов между единичными векторами, жестко связанными с частицей и осями лабораторной (закрепленной на неподвижном дне, берегу, корабле и т. п.) системы координат, которые образуют матрицу  $A$ , где  $a_{ik}$  – косинус угла между  $i$ -й осью неподвижной системы и  $k$ -й осью вращающейся системы координат:

$$a_{ik}a_{lk} = \delta_{il}; \quad a_{ik}a_{il} = \delta_{kl}, \quad (11)$$

причем только три переменные являются независимыми. Для описания ориентации частицы произвольной формы необходимо использовать два единичных вектора  $\mathbf{c}$  и  $\mathbf{e}$  с условиями  $\mathbf{e}^2 = \mathbf{c}^2 = 1$ ,  $(\mathbf{e}, \mathbf{c}) = 0$ . Для осесимметричной частицы достаточно одного единичного вектора, например  $\mathbf{e}$ , направленного вдоль оси симметрии частицы (как правило, совпадающей с магнитным моментом частицы).

Рис. 4. Изменение влагосодержания  $\omega^*$  и предельного напряжения сдвига  $P_r$  верхнего слоя донных отложений Тихого океана:  $a, б$  – колонка MC02, Мексиканский залив (Katari et al., 2000);  $в, г$  – колонки полигона GH83-3, южная тропическая область (Tsurusaki et al., 1994)

Fig. 4. The sediment water content  $\omega^*$  and undrained shear strength  $P_r$  changes within the upper layer of sea bottom sediments in the Pacific:  $a, б$  – the MC02 Column core, the Gulf of Mexico (Katari et al., 2000);  $в, г$  – the GH83-3 Polygon cores, the southern tropical area (Tsurusaki et al., 1994)

Частица в водной суспензии вращается со скоростью (Малахов, 1982б)

$$\Omega_i = -\varepsilon_{ijk}\Omega_{jk}/2. \quad (12)$$

Здесь  $\varepsilon_{ijk}$  – антисимметричный единичный вектор;  $\Omega_{jk}$  – угловая скорость частицы. Представительную точку выбирают в центре симметрии частицы.

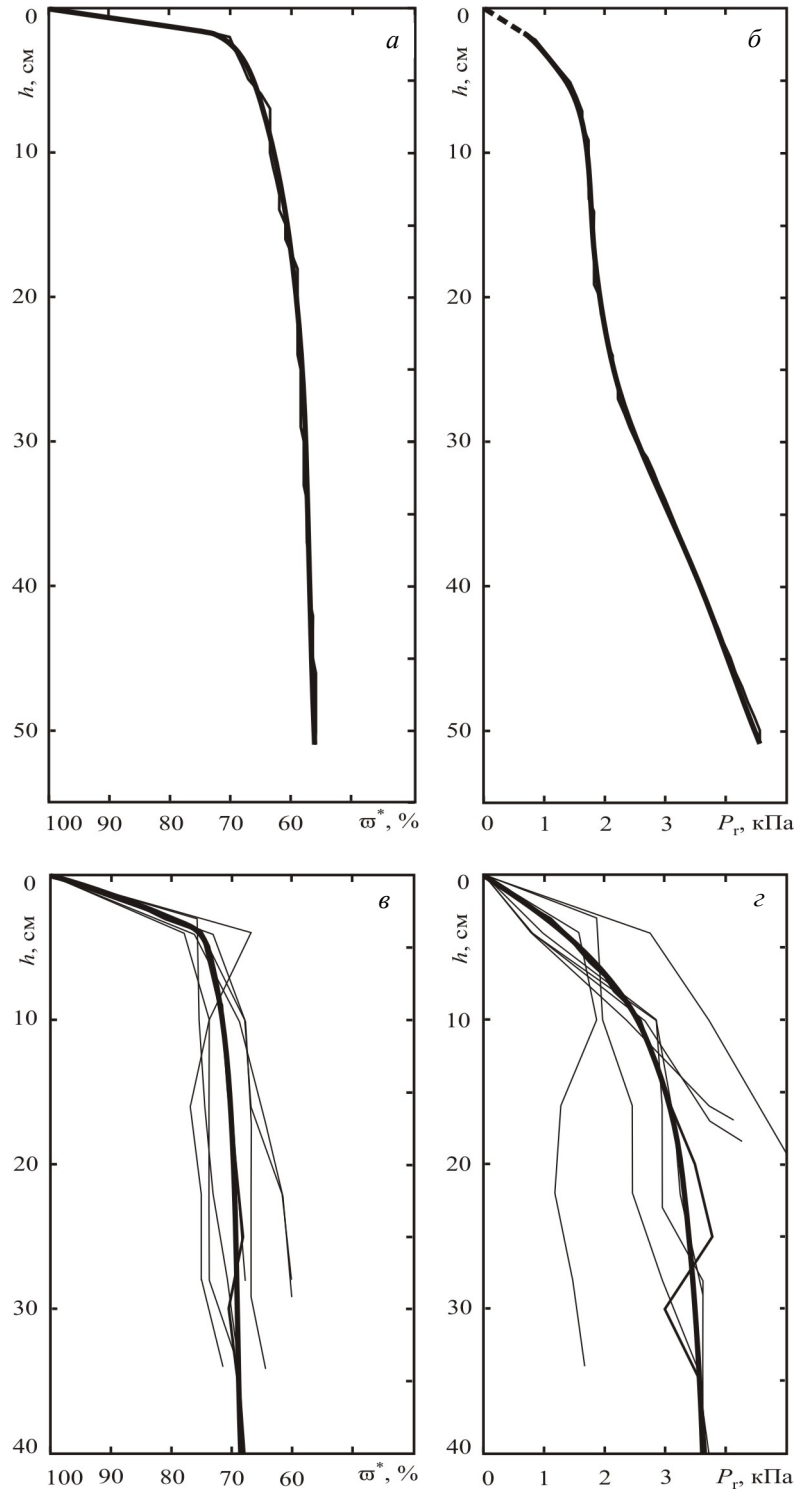
Одним из центральных вопросов теории вращательного движения частицы суспензии является вопрос о ее поведении под действием внешнего момента сил:

$$L_j = -\varepsilon_{jls}L_{ls}/2. \quad (13)$$

При этом со стороны суспензии на частицу действует момент сил  $T_{jp}$ , который может быть вычислен по известным свойствам суспензии, окружающей частицу (Ландау, Лифшиц, 1988). При медленном безынерционном движении частицы и суспензии внешний момент сил  $L$  уравновешивается моментом сил  $T$ , действующим на частицу со стороны суспензии:

$$T_{js} + L_{js} = 0. \quad (14)$$

Эти условия определяют вращательную скорость частицы в трехмерной системе координат. Определим скорость вращения осесимметричной частицы (полуоси  $a_1 = a, a_2 = a_3 = b$ ), находящейся в потоке вязкой суспензии с известными постоянными градиентами скорости  $\gamma$  и  $\omega$  среды около частицы. Ориентацию частицы определим одним вектором  $e$  (рис. 6). Момент сил, действующих на частицу в неподвижной (лабораторной) системе координат, определяется соотношением (Малахов, 1982б)



$$T_{ts} = \frac{16\pi\eta^*}{3} \left[ \left( \frac{a^2 + b^2}{a^2\alpha_0 + b^2\beta_0} - \frac{1}{\beta_0} \right) (e_s e_i \delta_{ij} - e_t e_j \delta_{sl}) \times \left( \omega_{jl} - \Omega_{jl} \right) + \frac{\omega_{ts} - \Omega_{ts}}{\beta_0} + \frac{a^2 - b^2}{a^2\alpha_0 + b^2\beta_0} \times (e_s e_i \delta_{ij} - e_t e_j \delta_{sl}) \gamma_{jl} \right] \quad (15)$$



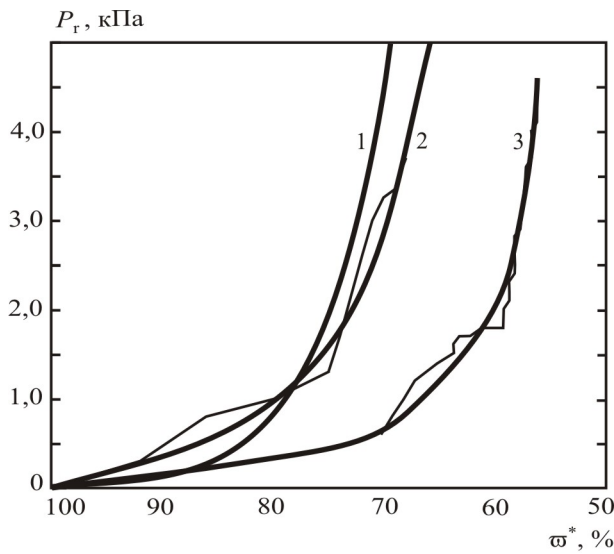


Рис. 5. Зависимость предельного напряжения сдвига  $P_r$  от влагосодержания  $w^*$  природных грунтов: 1 – часовьярская и прохоровская глины (Багров, 1966); 2 – глубоководные илы полигона GH83-3, южная тропическая область Тихого океана (Tsurusaki et al., 1994); 3 – осадки колонки MC02, Мексиканский залив (Katari et al., 2000)

Fig. 5. The undrained shear strength  $P_r$  versus the sediment water content  $w^*$  in natural soils: 1 – Chassovyarskaya and Prokhorovskaya Clays (Багров, 1966); 2 – deep-sea ooze from GH83-3 Polygon, the southern tropical area of the Pacific (Tsurusaki et al., 1994); 3 – the MC02 Column core, the Gulf of Mexico (Katari et al., 2000)

Здесь обозначены  $\gamma_{jl}$  симметричный и  $\omega_{jl}$  антисимметричный тензоры градиента скорости окружающей частицу среды (Ландау, Лифшиц, 1988). Функции  $\alpha_0(q)$  и  $\beta_0(q)$  от параметра удлиненности  $q = a/b$  представляются через интегралы Джеффри (Ламб, 1947).

Скорость вращения частицы находится из условия равенства нулю суммы моментов сил, действующих на частицу. Кроме момента сил окружения частицы  $T_{ik}$ , на нее может непосредственно действовать некоторый сторонний момент сил (на магнитные частицы в геомагнитном поле действует вращательный магнитный момент  $L_{js}$ ). Условие компенсации (14) моментов сил с помощью соотношения (15) позволяет определить угловую скорость вращения частицы (Малахов, 1982б):

$$\Omega_{it} = \frac{3}{16\pi\eta^*} \left\{ \left[ \frac{a^2\alpha_0 + b^2\beta_0}{a^2 + b^2} - \beta_0 \right] \times \right. \\ \left. \times (e_t e_k \delta_{lj} - e_l e_j \delta_{tk}) L_{jk} + \beta_0 L_{it} \right\} + \\ + \Delta (e_t \gamma_{ls} - e_l \gamma_{ts}) e_s + \omega_{it}. \quad (16)$$

Переход от равенства (14) к соотношению (16) полностью аналогичен переходу от уравнения (1) к уравнению (3) в одномерной модели. Угловая скорость  $\Omega_{it}$  частицы определяется как градиентами скорости  $\gamma_{js}$  и  $\omega_{js}$  среды вокруг частицы, так и сторонним моментом  $L_{js}$ . Коэффициент формы

$$\Delta = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \text{ изменяется от } -1 \text{ до } +1, \text{ имея предельными случаями}$$

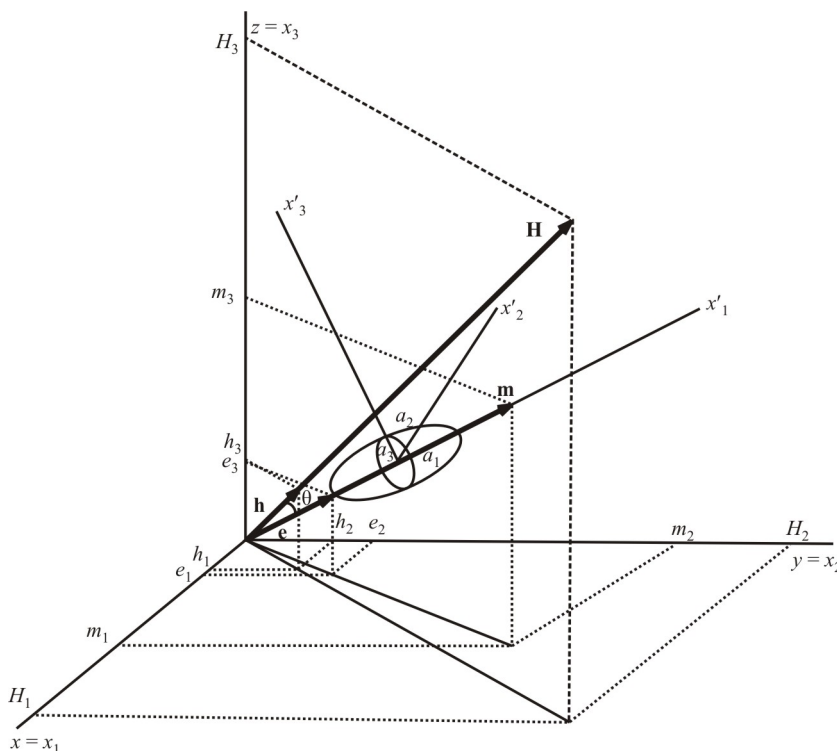


Рис. 6. Ошибка ориентации вектора магнитного момента эллипсоидальной частицы:  $\mathbf{h}$  – единичный вектор магнитного поля Земли  $\mathbf{H}$ ;  $\mathbf{e}$  – единичный вектор магнитного момента  $\mathbf{m}$  частицы;  $(x_1, x_2, x_3)$  – неподвижная система координат;  $(x'_1, x'_2, x'_3)$  – подвижная система координат, связанная с телом частицы

Fig. 6. The vector orientation error of the magnetic moment of an ellipsoidal particle:  $\mathbf{h}$  – the solitary vector of the Earth's magnetic field  $\mathbf{H}$ ;  $\mathbf{e}$  – the solitary vector of the particle magnetic moment  $\mathbf{m}$ ;  $(x_1, x_2, x_3)$  – a stable system of coordinates;  $(x'_1, x'_2, x'_3)$  – an unstable system of coordinates related to the particle body

частицы с формой «плоский диск» и «тонкая игла», при  $\Delta = 0$  – шар.

Из выражения (16) по формуле

$$\frac{de_i}{dt} = \Omega_{ik} e_k \quad (17)$$

находим линейную скорость движения конца вектора  $\mathbf{e}$  на единичной сфере (Малахов, 1982б):

$$\begin{aligned} \frac{de_i}{dt} = & \omega_{ik} e_k + \Delta(\gamma_{ls} e_s - \gamma_{ks} e_k e_s e_l) + \\ & + \frac{3}{16\pi\eta^*} \frac{a^2 \alpha_0 + b^2 \beta_0}{a^2 + b^2} L_{jk} e_k. \end{aligned} \quad (18)$$

Эта формула удобна для анализа вращательного движения частицы.

*Замечание.* В седиментационную фазу водный поток (точнее, градиенты скорости течения  $\gamma$  и  $\omega \neq 0$ ) стремится ориентировать длинную ось частицы, а значит, и единичный вектор  $\mathbf{e}$  по направлению течения, на что указывали из качественных соображений Е. Ирвинг и наблюдали А. Рис и В. Элвуд (Rees, 1961; Ellwood, 1980; Ellwood, Ledbetter, 1979).

Используя известные соотношения

$$\Omega_j = -\varepsilon_{jit} \Omega_{it} / 2, \quad (19)$$

$$L_{jk} = -\varepsilon_{jks} L_s, \quad (20)$$

выражение (16) можно записать в другой форме, откуда следует, что эллипсоидальная частица в неподвижной суспензии под действием внешнего момента сил  $L_s$  вращается со скоростью

$$\begin{aligned} \Omega_i = & \left\{ \frac{3}{16\pi\eta^*} \frac{a^2 \alpha_0 + b^2 \beta_0}{a^2 + b^2} \delta_{ij} + \right. \\ & \left. + \frac{3}{16\pi\eta^*} \left( \beta_0 - \frac{a^2 \alpha_0 + b^2 \beta_0}{a^2 + b^2} \right) e_i e_j \right\} L_j. \end{aligned} \quad (21)$$

### Стохастическое вращательное движение частиц в дисперсной структуре

Рассмотрим решение задачи стохастического (броуновского) вращательного движения малых частиц в суспензии, для которых случайный фактор соизмерим с детерминированным. Способ оценки движения частиц существенно математически отличается от описанного выше и является задачей стохастической теории. Наличие случайных составляющих моментов сил приводит к случайным составляющим вращательной скорости (Нагата, 1965; Шило и др., 1978; Малахов, 1982б). Например, для осесимметричной частицы следует записать

$$\begin{aligned} \hat{\Omega}_{ji} = & \Omega_{ji}(\mathbf{e}, t) + \Psi_{ji}(\mathbf{e}, t), \\ \hat{\Omega}_k = & \Omega_k(\mathbf{e}, t) + \Psi_k(\mathbf{e}, t), \end{aligned} \quad (22)$$

где  $\Omega_{ji} = -\varepsilon_{jik} \Omega_k$  – регулярная составляющая вращательной скорости определена формулой (16);

$\Psi_{ji} = -\varepsilon_{jik} \Psi_k$  – случайная составляющая.

В подвижной системе координат находим момент сил, действующий на частицу со стороны суспензии, состоящий из среднего момента (15) и случайной добавки

$$\hat{T}_{ik} = T_{ik} - \frac{16\pi\eta^*}{3} \left( \frac{a^2 + b^2}{a^2 \alpha_0 + b^2 \beta_0} \right) \Psi_{ik}. \quad (23)$$

Теперь, при учете случайных составляющих скорости вращения, средний момент сил, действующих на частицу, не равен нулю. Предположим, что случайные составляющие скорости ведут себя как случайный процесс типа «белый шум» с математическим ожиданием  $\langle \Psi_k(\mathbf{e}, t) \rangle = 0$  и кор-

реляционным тензором  $\langle \Psi_k(\mathbf{e}, t) \Psi_l(\mathbf{e}', t') \rangle = 2\delta(t-t') D_{kl}^r(\mathbf{e}, \mathbf{e}')$  (Рытов, 1976). Здесь  $D_{kl}^r$  – тензор вращательной диффузии,  $\delta(t-t')$  – дельта-функция. Усреднение проводится по ансамблю реализации случайной силы. Используя выражения (22), записываем стохастическое дифференциальное уравнение для скорости изменения положения вектора ориентации  $\mathbf{e}$ , с учетом соотношений (17) и (19), которое с добавлением сил реакции с неопределенным множителем имеет вид

$$\frac{de_i}{dt} = \varepsilon_{jks} \Omega_k e_s - \frac{1}{2} U e_j + \Phi_j. \quad (24)$$

Здесь случайная составляющая  $\Phi_j$ , имеющая три независимые компоненты, только после определения  $U$  приобретает значение  $\Phi_j = \varepsilon_{jks} \Psi_k e_s$  (Малахов, 1982б).

Задача определения стохастического вращательного движения частиц во времени сводится к задаче об отыскании функции распределения вероятности ориентации частицы  $W(\mathbf{e}, t)$ , или, иначе говоря, по стохастическому дифференциальному уравнению (24) для  $e_j$  необходимо составить уравнение Фоккера – Планка для функции  $W(\mathbf{e}, t)$  (Рытов, 1976)

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial(e_j W)}{\partial e_j}. \quad (25)$$

Дифференцируя и раскрывая скобки, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial t} + \Omega_{ji} e_i \frac{\partial W}{\partial e_j} + U e^2 W = \\ = \varepsilon_{jks} \varepsilon_{tlp} \frac{\partial}{\partial e_p} \left( D_{kl}^r e_p e_s \frac{\partial W}{\partial e_t} \right). \end{aligned} \quad (26)$$

Для того чтобы уравнение (26) при усреднении обращалось в тождество, необходимо положить  $U = e_1 \frac{\partial \Omega_{j1}}{\partial e_1}$ .

В уравнения релаксации намагниченности входит тензор вращательной диффузии  $D_{ik}^r$ , который выражается через так называемый тензор подвижности  $M_{ik}$ ,  $D_{ik}^r = E^r M_{ik}$ . Здесь  $E^r$  – постоянная для данной температуры среды (Ландау, Лифшиц, 1988; Хаппель, Бреннер, 1976). В уравнении (21) первое слагаемое в фигурных скобках представляет скалярную часть тензора подвижности. Симметричный тензор вращательной диффузии  $D_{ji}^r$  для осесимметричной частицы может быть представлен так:

$$D_{kt}^r = D (\delta_{kt} + e_k e_t). \quad (27)$$

Здесь  $D$  – коэффициент вращательной диффузии:

$$D = \frac{3E^r}{16\pi\eta^*} \frac{a^2\alpha_0 + b^2\beta_0}{a^2 + b^2}. \quad (28)$$

Учитывая размерность величин, входящих в выражение (28), для случая простейшего броуновского теплового движения суспензии логично записать равенство (Малахов, Малахов, 2003а):

$$E^r = E_0 \equiv kT. \quad (29)$$

Для магнитных суспензий ньютоновская вязкость кроме пластической вязкости  $\eta^*$  содержит структурную компоненту  $\eta_s$ . Аналитический вид коэффициентов  $\alpha_0$  и  $\beta_0$  для «длинных» (палочкообразных) и «плоских» (дискообразных) частиц известен (Малахов, Малахов, 2003б). Выделяя в коэффициенте диффузии сферическую часть объема, равного объему эллипсоида  $V = \frac{4}{3}\pi ab^2$ , имеем

$$D = \frac{E^r}{6V\eta^*} \frac{1}{\delta}. \quad (30)$$

Здесь  $\frac{1}{\delta} = \frac{3}{2}a^2b \frac{a^2\alpha_0 + b^2\beta_0}{a^2 + b^2}$ . Форм-фактор  $\delta$ , как функция удлиненности частицы  $q$ , представляет собой зависимость [Малахов, Малахов, 2003а]

$$\delta(q) = \frac{2(1+q^2)}{3q(\alpha_0 + q^2\beta_0)}. \quad (31)$$

С учетом последних соотношений уравнение Фоккера – Планка (26) для частиц с формой эллипсоида вращения представимо в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial t} + e_s \frac{\partial}{\partial e_j} (\Omega_{js} W) = \\ = D \left( \mathbf{e}^2 \frac{\partial^2 W}{\partial e_j^2} - 2e_j \frac{\partial W}{\partial e_j} - e_s e_j \frac{\partial^2 W}{\partial e_s \partial e_j} \right). \end{aligned} \quad (32)$$

Рассмотрим случай, когда нет сторонних моментов сил и скорость вращения частиц с формой эллипсоида вращения ( $-1 < \Delta < +1$ ) по формуле (18) определяется только гидродинамикой среды:

$$\Omega_{is} = \omega_{is} + \Delta (e_s \gamma_{ij} - e_i \gamma_{sj}) e_j. \quad (33)$$

С учетом равенств (33) и (22) уравнение (32) приводит нас к уравнению для функции распределения осей симметрии эллипсоидов вращения, находящихся в среде с градиентами скорости  $\omega_{is}$  и  $\gamma_{js}$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial t} + \Delta (\gamma_{js} e_s - \gamma_{sl} e_s e_l e_j) \frac{\partial W}{\partial e_j} + \\ + \omega_{js} e_s \frac{\partial W}{\partial e_j} - 3\Delta \gamma_{ls} e_l e_s W = \\ = D \left( \mathbf{e}^2 \frac{\partial^2 W}{\partial e_j^2} - 2e_j \frac{\partial W}{\partial e_j} - e_s e_j \frac{\partial^2 W}{\partial e_s \partial e_j} \right). \end{aligned} \quad (34)$$

Моменты первого порядка получим интегрированием:

$$\langle e_k \rangle = \int e_k W(\mathbf{e}, t) \delta(1 - \mathbf{e}^2) d\mathbf{e}. \quad (35)$$

Скорость изменения средней ориентации, как в детерминированном случае (21), вычисляется следующим образом: умножим левую и правую часть уравнения (34) на  $e_k$  и проинтегрируем

$$\frac{d\langle e_k \rangle}{dt} = -2D \langle e_k \rangle + \langle \Omega_{ks} e_s \rangle. \quad (36)$$

Здесь  $\frac{1}{2D} = \tau$  – характерное время вращательной диффузии момента  $\langle e_k \rangle$  на единичной сфере, скобки  $\langle \rangle$  означают усреднение по правилу (35).

#### *Процессы ориентации совокупности магнитных частиц в дисперсной структуре под действием геомагнитного поля*

В описанной выше динамике поведения частиц в суспензии можно учесть сторонние моменты сил геомагнитной природы. В магнитном поле Земли напряженностью  $\mathbf{H}$  на частицу с магнитным моментом  $\mathbf{m}$  действует вращательный момент  $\mathbf{L} = [\mathbf{m}\mathbf{H}]$  или в тензорной форме (Ландау, Лифшиц, 1957)

$$L_{jk} = m_k H_j - m_j H_k. \quad (37)$$

Будем считать, что магнитный момент  $\mathbf{m} = m\mathbf{e}$  жестко связан с телом частицы и не меняет своей ориентации относительно последней. Предположим, что направление постоянного момента  $\mathbf{m}$  совпадает с осью симметрии  $\mathbf{e}$  частицы, тогда из соотношения (37) имеем

$$L_{jk} = m (e_k H_j - e_j H_k). \quad (38)$$

Вращательный магнитный момент  $L_{jk}$  стремится ориентировать ось симметрии  $\mathbf{e}$  вдоль направления геомагнитного поля. По формуле (17) находим скорость вращения частицы под действием среды и геомагнитного поля  $H$  (Малахов, Малахов, 2001)

$$\Omega_{it}^{(h)} = \Omega_{it} - DK(e_i h_t - e_t h_i). \quad (39)$$

Здесь  $\Omega_{it}$  – скорость вращения без поля;  $K = mH/E^r$  – кучность;  $h_i$  – компоненты единичного вектора в направлении поля  $\mathbf{H} = H\mathbf{h}$  (см. рис. 6).

Запишем уравнение для функции распределения  $W(\mathbf{e}, \mathbf{h}, t)$ , описывающей вращательную диффузию магнитного момента  $\mathbf{m}$  (вектора  $\mathbf{e}$ ) в суспензии под влиянием геомагнитного поля  $\mathbf{H}$ :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial W}{\partial t} + \Delta(\gamma_{sl} e_s - \gamma_{is} e_s e_i) \frac{\partial W}{\partial e_i} + \omega_{is} e_s \frac{\partial W}{\partial e_i} - \\ & - 3\Delta\gamma_{is} e_i e_s W - DK \left[ (e_j e_i h_t - h_j) \frac{\partial W}{\partial e_j} + 2e_j h_j W \right] = \\ & = D \left[ \mathbf{e}^2 \frac{\partial^2 W}{\partial e_j^2} - 2e_j \frac{\partial W}{\partial e_j} - e_s e_j \frac{\partial^2 W}{\partial e_s \partial e_j} \right]. \end{aligned} \quad (40)$$

Уравнение (40) отличается от уравнения (34) наличием дополнительных членов, связанных с вектором магнитного поля Земли.

В постседиментационную фазу частицы продолжают «следить» за полем (Малахов, Малахов, 2001). Теорию PDRM – DRM можно представить как решение макроскопического уравнения релаксации среднего момента  $m\langle \mathbf{e} \rangle$  (или намагниченности  $c_i m\langle \mathbf{e} \rangle$ ,  $c_i$  – нормировочный множитель, соответствующий концентрации частиц) приближенными методами или методами компьютерного моделирования.

Введем неравновесные моменты первого, второго и высших порядков:

$$\langle e_k \rangle = \int_{c_k} \int e_k W(\mathbf{e}, \mathbf{h}, t) \delta(1 - \mathbf{e}^2) d\mathbf{e}; \quad (41)$$

$$\langle e_i e_k \rangle = \int_{c_i} \int e_i e_k W(\mathbf{e}, \mathbf{h}, t) \delta(1 - \mathbf{e}^2) d\mathbf{e} \quad (42)$$

и т. д., которые характеризуют среднюю ориентацию магнитного момента различных порядков.

*Замечание.* Блуждание ориентации магнитных частиц можно описать более простым уравнением, чем уравнение (40), если сделать следующие допущения: градиенты скорости течений отсутствуют  $\gamma = \omega = 0$ ; форма частиц почти сферическая  $\Delta = 0$ :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial W}{\partial t} + DK \left[ (e_j e_i h_t - h_j) \frac{\partial W}{\partial e_j} + 2e_j h_j W \right] = \\ & = D \left[ \mathbf{e}^2 \frac{\partial^2 W}{\partial e_j^2} - 2e_j \frac{\partial W}{\partial e_j} - e_s e_j \frac{\partial^2 W}{\partial e_s \partial e_j} \right]. \end{aligned} \quad (43)$$

Дифференциальные операторы в формуле (43) содержат только угловые переменные (Малахов, Малахов, 2001; Шило и др., 1978; Hamano, 1980). Нормированное стационарное решение (43) есть

$$W_0(\mathbf{e}, \mathbf{h}) = \frac{K}{4\pi \text{sh}K} \exp(K_i e_i), \quad K_i = Kh_i. \quad (44)$$

#### Кинетика ориентации магнитных частиц в дисперсной структуре с переменной вязкостью

Запишем релаксационное уравнение движения для первого момента  $\langle e_k \rangle$  функции распределения  $W(\mathbf{e}, \mathbf{h}, t)$ , интегрируя уравнение (40):

$$\begin{aligned} \frac{d\langle e_k \rangle}{dt} = & -2D\langle e_k \rangle + DK(h_k - \langle e_k e_j \rangle h_j) + \\ & + \Delta(\langle e_j \rangle \gamma_{jk} - \langle e_k e_j e_s \rangle \gamma_{js}) + \omega_{kj} \langle e_j \rangle. \end{aligned} \quad (45)$$

Появились трудности с вхождением второго  $\langle e_i e_k \rangle$  и третьего  $\langle e_i e_k e_l \rangle$  моментов. Выполним вычисление при  $\Delta \rightarrow 0$ . При этом допущении уравнения для первых трех моментов приобретают вид (Малахов, Малахов, 2001)

$$\frac{d\langle e_k \rangle}{dt} = -2D\langle e_k \rangle + DK(h_k - \langle e_k e_j \rangle h_j) + \omega_{kj} \langle e_j \rangle; \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle e_i e_k \rangle}{dt} = & -6D(\langle e_i e_k \rangle - \frac{1}{3} \delta_{ik}) + \\ & + DK(\langle e_i \rangle h_k - \langle e_k \rangle h_i - 2\langle e_i e_k e_j \rangle h_j) + \\ & + \omega_{ij} \langle e_j e_k \rangle + \omega_{kj} \langle e_j e_i \rangle; \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle e_i e_k e_l \rangle}{dt} = & -12D[\langle e_i e_k e_l \rangle - (\delta_{ik} \langle e_l \rangle + \delta_{il} \langle e_k \rangle - \delta_{kl} \langle e_i \rangle)] + \\ & + (\omega_{ij} \langle e_j e_k e_l \rangle + \omega_{kj} \langle e_j e_i e_l \rangle + \omega_{lj} \langle e_j e_i e_k \rangle) + \end{aligned} \quad (48)$$

$$+ DK(\langle e_i e_k \rangle h_l + \langle e_i e_l \rangle h_k + \langle e_k e_l \rangle h_i - 3\langle e_i e_k e_l e_s \rangle h_s).$$

Решение уравнений можно найти разложением по малым ( $K < 1$ ) и большим ( $K > 1$ ) значениям магнитного поля.

Обрыв цепочки уравнений в случае произвольного поля эффективно делается методом Леонтовича (Леонтович, 1944). После проведения этой операции над уравнением (46) получим релаксационное уравнение для момента первого порядка (Малахов, Малахов, 2001)

$$\begin{aligned} \frac{d\langle e_k \rangle}{dt} = & -D \frac{K-L}{L} (\vartheta_k - h_k h_j \vartheta_j) - \\ & - D \frac{2L}{K^{d/4K}} h_k h_j \vartheta_j + \omega_{kj} \langle e_j \rangle. \end{aligned} \quad (49)$$

Здесь введены обозначения для функции Ланжевена  $L = L(K)$ , ее производной  $dL/dK$  и разности  $\vartheta_k = \langle e_k \rangle - \langle e_k \rangle_0$  между неравновесным  $\langle e_k \rangle$  и равновесным  $\langle e_k \rangle_0$  значениями первого момента в магнитном поле  $H$ . Момент  $\langle e_k \rangle_0$  находится по функции (44). Введем в уравнение (49) слагаемое, соответствующее «сухому» трению магнитной частицы с ее окружением. Считаем, что градиенты скорости малы, а коэффициент формы может быть  $\Delta \neq 0$  (или  $\delta \neq 1$ ). Уравнение (49) примет вид

$$\begin{aligned} \frac{d\langle e_k \rangle}{dt} = & -D \frac{K-L}{L} (\vartheta_k - h_k h_j \vartheta_j) - \\ & -D \frac{2L}{K \frac{dL}{dK}} h_k h_j \vartheta_j + \delta 6V p_r^{(k)}. \end{aligned} \quad (50)$$

Здесь  $p_r^{(k)}$  – прочность контакта частицы в направлении оси  $k$ . После выполнения простых алгебраических преобразований в правой части уравнения (50) имеем соотношение

$$\begin{aligned} \frac{d\langle e_k \rangle}{dt} = & -D^{(k)} \frac{K-L}{L} (\vartheta_k - h_k h_j \vartheta_j) - \\ & -D^{(k)} \frac{2L}{K \frac{dL}{dK}} h_k h_j \vartheta_j. \end{aligned} \quad (51)$$

Здесь коэффициент диффузии

$$D^{(k)} = \frac{E^r}{\delta 6V (\eta^* + \eta_s^{(k)})} \quad (52)$$

зависит от пластической  $\eta^*$  и структурной вязкости

$\eta_s^{(k)} = \frac{p_r^{(k)}}{d\langle e_k \rangle/dt}$ . Обозначим в уравнении (51)

$$\tau_{\rightarrow}^{(k)} = \frac{L}{D^{(k)}(K-L)}, \quad \tau_{\uparrow}^{(k)} = \frac{K \frac{dL}{dK}}{2D^{(k)}L} \quad (53)$$

и перепишем уравнение (51) так:

$$\frac{d\langle e_k \rangle}{dt} = -\frac{1}{\tau_{\rightarrow}^{(k)}} (\vartheta_k - h_k h_j \vartheta_j) - \frac{1}{\tau_{\uparrow}^{(k)}} h_k h_j \vartheta_j. \quad (54)$$

Если  $(\vartheta_k - h_k h_j \vartheta_j) = [\mathbf{h}[\mathbf{\vartheta}\mathbf{h}]]_k$ , тогда  $\tau_{\rightarrow}^{(k)}$  есть время релаксации составляющей момента (намагниченности), перпендикулярной направлению геомагнитного поля  $\mathbf{H}$ , а  $\tau_{\uparrow}^{(k)}$  – время релаксации составляющей момента (намагниченности), параллельной направлению  $\mathbf{H}$ . Заметим, что  $\tau_{\rightarrow}^{(k)}$  и  $\tau_{\uparrow}^{(k)}$  зависят от величины геомагнитного поля  $K$ . Очевидно, если  $K \neq 0$ , то  $\tau_{\uparrow}^{(k)} < \tau_{\rightarrow}^{(k)}$ .

Случай  $K < 1$  соответствует ситуации, когда действие дезориентирующих сил  $E^r$  велико. Тогда  $L = \frac{K}{3} - \frac{K^3}{45}$ , а времена релаксации записываются как

$$\tau_{\rightarrow}^{(k)} = \frac{1 - K^2/10}{2D^{(k)}}, \quad \tau_{\uparrow}^{(k)} = \frac{1 - 2K^2/15}{2D^{(k)}}. \quad (55)$$

Случай  $K > 1$ .  $L = 1 - \frac{1}{K}$ , тогда времена релаксации представимы соотношениями

$$\tau_{\rightarrow}^{(k)} = \frac{1}{D^{(k)}K}, \quad \tau_{\uparrow}^{(k)} = \frac{1}{2D^{(k)}K}. \quad (56)$$

Самое простое приближение уравнения (45) может быть получено, если значение момента второго порядка считать равным его равновесному значению в магнитном поле  $\mathbf{H}$ :

$$\langle e_k e_i \rangle_0 h_i = h_k - \frac{2\langle e_k \rangle_0}{K}. \quad (57)$$

После подстановки выражения (57) в правую часть формулы (45) находим релаксационное уравнение в первом приближении (ср. с одномерным уравнением (7) при  $\omega_{kj} = 0$ ):

$$\frac{d\langle e_k \rangle}{dt} = -\frac{1}{\tau_{\rightarrow}^{(k)}} (\langle e_k \rangle - \langle e_k \rangle_0). \quad (58)$$

Здесь  $\frac{1}{\tau_{\rightarrow}^{(k)}} = 2D^{(k)}$ . Пусть теперь задан и имеет равновесное значение момент третьего порядка

$$\langle e_i e_k e_j \rangle_0 h_j = -\frac{3}{K} \langle e_i e_k \rangle_0 + \frac{1}{2} (\langle e_i \rangle_0 h_k + \langle e_k \rangle_0 h_i) + \frac{1}{K} \delta_{ik}.$$

Уравнение (47) с помощью полученного соотношения можем записать в виде (полагая  $\omega_{kj} = 0$ )

$$\begin{aligned} \frac{d\langle e_i e_k \rangle}{dt} = & -6D^{(k)} [\langle e_i e_k \rangle - \langle e_i e_k \rangle_0] + \\ & + D^{(k)} K (\vartheta_i h_k - \vartheta_k h_i), \end{aligned}$$

где  $\vartheta_k = \langle e_k \rangle - \langle e_k \rangle_0$ . Из последнего уравнения находим стационарное значение момента второго порядка:

$$\langle e_i e_k \rangle = \langle e_i e_k \rangle_0 + \frac{1}{6} K [\vartheta_i h_k + \vartheta_k h_i]. \quad (59)$$

Теперь с помощью момента второго порядка (59) записываем согласно соотношению (45) релаксационное уравнение для первого момента (намагниченности) во втором приближении

$$\frac{d\langle e_k \rangle}{dt} = -\frac{1}{\tau_{\rightarrow}^{(k)}} (\vartheta_k - h_k h_j \vartheta_j) - \frac{1}{\tau_{\uparrow}^{(k)}} h_k h_j \vartheta_j, \quad (60)$$

где обозначены измененные времена релаксации

$$\frac{1}{\tau_{\rightarrow}^{(k)}} = \frac{1}{6} D^{(k)} (12 + K^2); \quad \frac{1}{\tau_{\uparrow}^{(k)}} = \frac{1}{3} D^{(k)} (6 + K^2). \quad (61)$$

Уравнения (60) и (61) при малых полях ( $K < 1$ ) близки к выражению (53) и (54).

### Магнито-реологические кривые и алгоритм их вычисления

Изменяющийся во времени магнитный образ природных дисперсных систем описывается «полной магнито-реологической кривой» (Малахов, Малахов, 2003б). Последняя состоит из совокупности кривых:

$\mathbf{I} = \mathbf{I}(t, \mathbf{K}, \tau_{\rightarrow}^{(k)}, \tau_{\uparrow}^{(k)})$  – интегральной магнито-реологической кривой;

$\frac{d\mathbf{I}}{dt}(\mathbf{K}, \tau_{\rightarrow}^{(k)}, \tau_{\uparrow}^{(k)})$  – дифференциальной магнито-реологической кривой;

$\tau_{\rightarrow}^{(k)}(\mathbf{K}, \frac{d\mathbf{I}}{dt}), \tau_{\uparrow}^{(k)}(\mathbf{K}, \frac{d\mathbf{I}}{dt})$  – кривых времени магнитной релаксации.

Компоненты полной магнито-реологической кривой представляют собой совокупность самосогласованных уравнений. Замыкание уравнений друг на друга предполагает применение методов компьютерного моделирования (Малахов, 2006). Ниже предлагается алгоритм вычисления полной магнито-реологической кривой.

Построим уравнение для скорости релаксации намагниченности, умножив левую и правую части уравнения типа (54) на значение предельной ориентационной намагниченности  $I_0^\infty = c_h m$  для слоя осадка, находящегося на некоторой глубине ниже границы «вода – дно»:

$$\frac{dI_k}{dt} = -\frac{1}{\tau_{\rightarrow}^{(k)}} (\mathcal{G}_k - h_k h_j \mathcal{G}_j) I_0^\infty - \frac{1}{\tau_{\uparrow}^{(k)}} h_k h_j \mathcal{G}_j I_0^\infty. \quad (62)$$

В соотношении (62) есть сомножители вида  $\mathcal{G}_k I_0^\infty = I_0^\infty \langle e_k \rangle - I_0^\infty \langle e_k \rangle_0$ , представляющие разницу компонент неравновесной  $I_k(t) = I_0^\infty \langle e_k \rangle$  и равновесной  $I_0^\infty \langle e_k \rangle_0$  намагниченностей. Переход от  $\langle e_k \rangle$  к  $I_k$  приводит к пересмотру формы записи структурной вязкости:

$$\eta_s^{(k)} = \frac{P_r^{(k)}}{dI_k/dt}. \quad (63)$$

Значение прочности  $p_r^{(k)}$  единичного контакта заменено на предельное напряжение сдвига  $P_r^{(k)}$ , представляющее суммарный эффект межчастичных связей дисперсной структуры по направлению  $k$ .

В коэффициент вращательной диффузии входят величины, у которых имеются инструментальные аналоги:

$$D^{(k)} = \frac{E^r}{\delta \delta V \left( \eta^* + \frac{P_r^{(k)}}{dI_k/dt} \right)}. \quad (64)$$

*Замечание.* Для уравнения (49), в котором могут присутствовать «сухое» трение и элементы статической модели Гука, коэффициент диффузии представляется так:

$$D^{(k)} = \frac{E^r}{\delta \delta V \left( \eta^* + \frac{P_r^{(k)} + G I_j - \omega_{kj} I_j / \delta \delta V}{dI_k/dt} \right)}. \quad (65)$$

### Разностные схемы.

Заменим дифференциалы намагниченности и времени на соответствующие приращения

$dI_x \approx \Delta I_x = I_x^{i+1} - I_x^i$ ;  $dI_y \approx \Delta I_y = I_y^{i+1} - I_y^i$ ;  $dI_z \approx \Delta I_z = I_z^{i+1} - I_z^i$ ;  $dt \approx \Delta t = t^{i+1} - t^i$ . Разностные схемы для вычисления намагниченности на некоторой глубине  $h$  представляются уравнениями

$$\begin{aligned} I_x^{i+1} &= I_x^i \Delta t - \frac{I_0^\infty \Delta t}{\tau_{\rightarrow}^{(xi)}} (\mathcal{G}_x^i - h_x (h_y \mathcal{G}_y^i + h_z \mathcal{G}_z^i)) - \\ &\quad - \frac{I_0^\infty \Delta t}{\tau_{\uparrow}^{(xi)}} h_x (h_y \mathcal{G}_y^i + h_z \mathcal{G}_z^i); \\ I_y^{i+1} &= I_y^i \Delta t - \frac{I_0^\infty \Delta t}{\tau_{\rightarrow}^{(yi)}} (\mathcal{G}_y^i - h_y (h_z \mathcal{G}_z^i + h_x \mathcal{G}_x^i)) - \\ &\quad - \frac{I_0^\infty \Delta t}{\tau_{\uparrow}^{(zi)}} h_y (h_z \mathcal{G}_z^i + h_x \mathcal{G}_x^i); \end{aligned} \quad (66)$$

$$\begin{aligned} I_z^{i+1} &= I_z^i \Delta t - \frac{I_0^\infty \Delta t}{\tau_{\rightarrow}^{(zi)}} (\mathcal{G}_z^i - h_z (h_x \mathcal{G}_x^i + h_y \mathcal{G}_y^i)) - \\ &\quad - \frac{I_0^\infty \Delta t}{\tau_{\uparrow}^{(zi)}} h_z (h_x \mathcal{G}_x^i + h_y \mathcal{G}_y^i). \end{aligned}$$

Число итерационных шагов ( $i = 0, 1, 2, \dots, N = h/v\Delta t$ ) определяется глубиной захоронения  $h$  слоя осадка и скоростью осадконакопления  $v$  ( $h$ ).

В соотношения (66) введены обозначения для переменных  $I_0^\infty \mathcal{G}_x^i = I_x^i - I_0^\infty L(K) h_x$ ;  $I_0^\infty \mathcal{G}_y^i = I_y^i - I_0^\infty L(K) h_y$ ;  $I_0^\infty \mathcal{G}_z^i = I_z^i - I_0^\infty L(K) h_z$  и компонент единичного вектора  $\mathbf{h}$  геомагнитного поля  $h_x = K_x/K$ ;  $h_y = K_y/K$ ;  $h_z = K_z/K$ . На  $i$ -м временном шаге итера-

ции поперечные  $\tau_{\rightarrow}^{(x)i}$ ,  $\tau_{\rightarrow}^{(y)i}$ ,  $\tau_{\rightarrow}^{(z)i}$  и продольные  $\tau_{\uparrow}^{(x)i}$ ,  $\tau_{\uparrow}^{(y)i}$ ,  $\tau_{\uparrow}^{(z)i}$  времена релаксации содержат соответствующие коэффициенты вращательной диффузии:

$$\begin{aligned} D_x^i &= \frac{E^r}{\delta 6V \left( \eta^* + \frac{P_r^{(x)} \Delta t}{\Delta I_x} \right)}; \\ D_y^i &= \frac{E^r}{\delta 6V \left( \eta^* + \frac{P_r^{(y)} \Delta t}{\Delta I_y} \right)}; \\ D_z^i &= \frac{E^r}{\delta 6V \left( \eta^* + \frac{P_r^{(z)} \Delta t}{\Delta I_z} \right)}. \end{aligned} \quad (67)$$

#### Величина запаздывания записи палеомагнитного сигнала

Р. Кингом дано определение ошибки по наклону в угловых величинах  $\delta J = J_H - J_1$  и ее безразмерного аналога (Нагата, 1965):

$$f_J = \operatorname{tg} J_1 / \operatorname{tg} J_H. \quad (68)$$

Определены аналогичные характеристики для ошибки по склонению  $\delta D = D_H - D_1$  (Малахов, 1982б)

$$f_D = \operatorname{tg} D_1 / \operatorname{tg} D_H. \quad (69)$$

Необходимость введения ошибки по склонению определяется размерностью модели PDRM – DRM. Одномерная модель не требует введения ошибки по склонению.

Несовпадение направления намагниченности и магнитного поля Земли определяется термином «запаздывание записи палеомагнитного сигнала» на этапе формирования PDRM или вторичной химической намагниченности в осадках и осадочных породах (Большаков, 1995; Малахов и др., 2005).

Таким образом, величины  $\delta J$  и  $\delta D$  (или  $f_J$  и  $f_D$ ) представляют собой количественную меру этого запаздывания. Обладая компонентами намагниченности в виде соотношений (66), определим формулы для вычисления меры запаздывания записи палеомагнитного сигнала в предлагаемой трехмерной модели PDRM – DRM:

$$f_J^i = \frac{I_z^i / \sqrt{I_x^i{}^2 + I_y^i{}^2}}{h_z / \sqrt{h_x^2 + h_y^2}}, \quad f_D^i = \frac{I_y^i / I_x^i}{h_y / h_x}. \quad (70)$$

## ОБСУЖДЕНИЕ

Авторы, используя идеи физико-химической механики дисперсных структур, представили решение прямой задачи магнитной реологии – оценили величину остаточной намагниченности (меру остаточной магнитной деформации) природных грунтов, образующейся под действием магнитных полей порядка земного. Показано, что магнитный образ стратифицированного слоя донного грунта природных водоемов характеризует так называемая полная магнито-реологическая кривая. Осадочные породы и осадки определенной водонасыщенности характеризуются пластической вязкостью  $\eta^*$  и предельным напряжением сдвига  $P_r$ . Эти параметры малы в верхнем «активном» слое дна, но увеличиваются с глубиной. Жизнедеятельность роющих организмов (биотурбация) в активном слое и вибрационные процессы (микросейсмы) в более глубоких слоях временно снижают прочностные параметры грунта, что позволяет магнитным частицам переориентироваться. Циклический процесс «замерзание – оттаивание» при высоком содержании жидкой фазы приводит к аналогичному явлению – криотурбации.

Статистика по морским отложениям свидетельствует, что из-за высокой дисперсности твердой фазы и низких скоростей осадкообразования почти полный исход свободной воды соответствует влагосодержанию  $\varpi_b^* = 70\text{--}65\%$  (см. рис. 3). Глинистый слой с влагосодержанием от 100% до  $\varpi_b^*$  находится ниже литологической границы «вода – дно». В океанах он имеет мощность от 5 до 20 см и совпадает с литологической мощностью «активного» слоя. В озерах слои донного грунта с влагосодержанием  $\varpi_b^* \approx 40\%$  из-за грубодисперсности твердой матрицы и высоких скоростей осадконакопления приходятся на глубины до 100 см (см. рис. 2). Механические параметры «активного» слоя соответствуют реологической зоне Такера – Храмова. Компьютерный эксперимент показал, что вязкопластичные и прочностные свойства зоны Такера – Храмова определяют глубину фиксации магнитных частиц, что обуславливает запаздывание палеомагнитного сигнала и его фильтрацию (сглаживание) (Малахов, 2006). Независимым способом данный вывод подтверждают наблюдения палеомагнитологов Казанского университета на оз. Нарочь и Свирь (Нургалиев и др., 2004).

Магнито-реологическая модель Шведова – Бингама позволяет по-новому подойти к проблеме определения палеонапряженности (Малахов, 2004). Стремясь к равновесному значению, намагниченность осадка на любой глубине  $h$  представляет собой кривую  $I(h) = I(vt) = I(t)$  роста или спада (см. рис. 1). При малом влагосодержании процесс ползучести намагниченности  $I(t)$  развит слабо. В момент времени  $t$  возможна замена  $I(t)$

на равновесное значение  $c_n mL (K_{\text{eff}})$ , достижимое в некотором эффективном магнитном поле  $K_{\text{eff}}$ . Таким образом, намагниченность в модели Шведова – Бингама не всегда отражает истинное магнитное поле Земли. «Отпечаток» истинного древнего магнитного поля  $K_{\text{Earth}}$  наблюдается в осадочной породе только тогда, когда ансамбль магнитных частиц блокируется в немагнитной матрице в состоянии фишеровского распределения их магнитных моментов.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основным результатом работы, по нашему мнению, является построение трехмерной магнито-реологической модели Шведова – Бингама, описывающей механизм ориентационного намагничивания для осадков и осадочных пород. Показано, что магнитный образ природных донных осадков озер и морей описывает так называемая полная магнито-реологическая кривая в векторной форме. Ее компоненты представляют собой совокупность самосогласованных уравнений:

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}(t, \mathbf{K}, \tau_{\rightarrow}^{(k)}, \tau_{\uparrow}^{(k)}); \frac{d\mathbf{I}}{dt}(\mathbf{K}, \tau_{\rightarrow}^{(k)}, \tau_{\uparrow}^{(k)}); \tau_{\rightarrow}^{(k)}(\mathbf{K}, \frac{d\mathbf{I}}{dt}), \tau_{\uparrow}^{(k)}(\mathbf{K}, \frac{d\mathbf{I}}{dt}).$$

Замыкание уравнений друг на друга предполагает применение методов компьютерного моделирования.

Авторы благодарят докторов наук Г. З. Гурария, А. Н. Храмова, В. А. Шашканова, В. А. Большакова, В. И. Белокопя за ценные советы и замечания при обсуждении данной работы на секции «Палеомагнетизм, магнетизм горных пород, теория гидромагнитного динамо» 6-й международной конференции «Проблемы геокосмоса» (Санкт-Петербург, 23–27 мая 2006 г.). Благодарность выражается проф. Д. К. Нургалиеву за поддержку поднятых в статье проблем и ценные замечания. Особая признательность проф. В. П. Щербакову за формирование основной идеи и внимание к работе.

### ЛИТЕРАТУРА

Афремов Л. Л., Ламаиш Б. Е., Панов А. В. О метастабильных состояниях квазиоднодоменного ферромагнитного зерна // Физика Земли. – 1998. – № 11. – С. 56–60.

Багров А. А. Исследование вязкопластических параметров глин в широком интервале изменения концентрации дисперсной фазы // Коллоид. журн. – 1966. – Т. 28, № 2. – С. 179–183.

Большаков В. А. Палеомагнитная запись геомагнитных экскурсов и вторичная намагниченность пород // Физика Земли. – 1995. – № 1. – С. 66–70.

Высокоразрешающая осадочная запись по керну глубоководного бурения на посольской банке в озере Байкал (BDP-99) / кол. участников проекта «Байкал-бурение» // Геол. и геофиз. – 2004. – Т. 45, № 2. – С. 163–193.

Горькова И. М. Теоретические основы оценки осадочных пород в инженерно-геологических целях. – М. : Наука, 1966. – 136 с.

Есин Н. В. Вязкость суспензии в гравитационных потоках осадка // Докл РАН. – 2003. – Т. 393, № 1. – С. 75–77.

Кондратенко А. В., Шилов В. В. Инженерно-геологическая стратификация осадочного чехла центральной и восточной зон рудного поля Клариион-Клиппертон // Геология океанов и морей : тез. докл. 13-й междунар. школы морской геологии. – М. : ГЕОС, 1999. – Т. 2. – С. 116–117.

Ламб Г. Гидродинамика. – М. ; Л. : ГИТТЛ, 1947. – 928 с.

Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. – М. : Физматгиз, 1957. – 455 с.

Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. – М. : Наука, 1988. – Т. 6. – 575 с.

Леонтович М. А. Статистическая физика. – М. : Гостехиздат, 1944. – 358 с.

Литология и геохимия осадков Тихого океана (Транстихоокеанский профиль). – М. : Наука, 1979. – 263 с.

Малахов Д. М., Малахов М. И. Влияние магнитного состояния и формы частиц на их степень подвижности в постседиментационную фазу осадкообразования // Процессы постседиментационного намагничивания и характерные изменения магнитного поля и климата Земли в прошлом. – Магадан : СВКНИИ ДВО РАН, 2003а. – С. 67–72.

Малахов Д. М., Малахов М. И. Магнитная реология глинистых грунтов (на примере глубоководных илов и глин) // Сергеевские чтения. – 2003б. – Вып. 5. – С. 36–41.

Малахов М. И. Посториентационная намагниченность однодоменных и псевдооднодоменных зерен // Методы палеомагнетизма в решении геологических задач (на примере Дальнего Востока). – Владивосток : ДВНЦ АН СССР, 1982а. – С. 163–178.

Малахов М. И. Тензорная модель ориентационной намагниченности тонкодисперсных осадков // Там же. – 1982б. – С. 138–162.

Малахов М. И. Магнито-реологический анализ записи геомагнитного сигнала осадками и осадочными породами // Палеомагнетизм и магнетизм горных пород: теория, практика, эксперимент. – М. : ГЕОС, 2003а. – С. 42–47.

Малахов М. И. Физические процессы постседиментационного намагничивания океанских и континентальных осадков // Процессы постседиментационного намагничивания и характерные изменения магнитного поля и климата Земли в прошлом. – Магадан : СВКНИИ ДВО РАН, 2003б. – С. 9–42.

Малахов М. И. Определение палеонапряженности геомагнитного поля тестом переосаждения как обратная задача магнитной реологии природных дисперсных структур // Палеомагнетизм и магнетизм горных пород: теория, практика, эксперимент : материалы междунар. семинара. – Казань : Изд-во Казан. ун-та, 2004. – С. 78–83.

Малахов М. И. Механизм палеомагнитной записи режимов инверсии и осцилляции геомагнитного поля озерными и морскими донными отложениями // Исследование магнитных свойств горных пород : сб. науч. тр. памяти Л. Е. Шолпо. – Владивосток : Изд-во Дальневост. ун-та, 2006. – С. 56–63.

Малахов М. И., Малахов Д. М. Тензорная модель постседиментационной фазы образования ориентационной намагниченности (на примере океанских и озер-



- ных осадков) // Палеомагнитные и магнитные исследования горных пород на Северо-Востоке России. – Магадан : СВКНИИ ДВО РАН, 2001. – С. 71–80.
- Малахов М. И., Малахов Д. М., Соляников Я. Л.* Компьютерный эксперимент постседиментационного намагничивания ниже границы вода – дно (зона Такера – Храмова) // Палеомагнетизм и магнетизм горных пород: теория, практика, эксперимент. – Казань : Изд-во Казан. ун-та, 2004. – С. 78–83.
- Малахов М. И., Соляников Я. Л., Малахов Д. М.* Магнито-реологическая модель механизма запаздывания записи палеомагнитного сигнала (проблема климатостратиграфического положения инверсии Матуяма – Брюнес в глубоководных осадках) // Квартер – 2005 : IV Всерос. совещ. по изучению четвертичного периода. – Сыктывкар : Геопринт, 2005. – С. 248–250.
- Миноура К., Ода К., Накамура Т. и др.* Оценка потерь верхнего слоя осадков в кернах скв. BDP-96-1, BDP-96-2 (оз. Байкал) // Геол. и геофиз. – 1999. – Т. 40, № 8. – С. 1262–1268.
- Нагата Т.* Магнетизм горных пород. – М. : Мир, 1965. – 346 с.
- Нургалиев Д. К., Борисов А. С., Хеллер Ф.* Реконструкция вариаций геомагнитного поля в голоцене: проблемы и перспективы // Палеомагнетизм и магнетизм горных пород: теория, практика, эксперимент. – Казань : Изд-во Казан. ун-та, 2004. – С. 32–38.
- Осинов Ю. Б.* Магнетизм глинистых грунтов. – М. : Недра, 1978. – 200 с.
- Прокопенко А. А., Кузьмин М. И., Калмычков Г. В. и др.* Изменение состава донных осадков озера Хубсугул как показатель изменений климата в Байкальском регионе на рубеже 15–14 тыс. лет назад // Докл. РАН. – 2003. – Т. 390, № 1. – С. 109–112.
- Рытов С. М.* Введение в статистическую радиофизику. Ч. 1. Случайные процессы. – М. : Наука, 1976. – 494 с.
- Свальнов В. Н.* Динамика пелагического литогенеза. – М. : Наука, 1991. – 256 с.
- Тани Ю., Йоши К., Ито Н. и др.* Распределение фотосинтетических пигментов и других биогенных соединений в осадках кернов из Южной котловины озера Байкал // Геол. и геофиз. – 2001. – Т. 40, № 1–2. – С. 206–212.
- Ханпель Д., Бреннер Г.* Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. – М. : Мир, 1976. – 400 с.
- Храмов А. Н.* Ориентационная намагниченность тонкодисперсных осадков // Физика Земли. – 1968. – № 1. – С. 115–119.
- Чебыкин Е. П., Эджингтон Д. Н., Гольдберг Е. Л. и др.* Изотопы ряда радиоактивного распада урана 238 – сигналы палеоклиматов верхнего плейстоцена и геохронометры в осадках озера Байкал // Геол. и геофиз. – 2004. – Т. 45, № 5. – С. 539–556.
- Черноус М. А., Щербаков В. П.* Роль гидродинамических факторов в образовании осадочной намагниченности // Физика Земли. – 1980. – № 1. – С. 120–125.
- Шило Н. А., Малахов М. И., Линькова Т. И.* Литогенез и гранулометрия мелководных осадочных пород при образовании остаточной намагниченности // Колыма. – 1978. – № 11. – С. 39–42.
- Щербаков В. П.* К теории магнитных свойств псевдооднодоменных зерен // Физика Земли. – 1978. – № 5. – С. 57–66.
- Щербаков В. П.* Физические процессы намагничивания горных пород // Геомагнетизм: теоретические и практические аспекты. – Киев : Наук. думка, 1988. – С. 111–126.
- Щербаков В. П., Марков Г. П.* Теория термоостаточной намагниченности в неоднородном по магнитной жесткости многодоменном зерне // Физика Земли. – 1982. – № 9. – С. 51–62.
- Щербаков В. П., Сычева Н. К.* Численное моделирование доменной структуры зерен магнетита субмикронных размеров // Физика Земли. – 2001. – № 4. – С. 62–73.
- Щербаков В. П., Щербакова В. В.* Физика образования постседиментационной остаточной намагниченности // Тонкая структура геомагнитного поля. – М. : ИФЗ АН СССР, 1986. – С. 110–122.
- Щербаков В. П., Ламаш Б. Е., Щербакова В. В.* Природа намагниченности горных пород океанической коры // Природа магнитных аномалий и строение океанической коры. – М. : ВНИРО, 1996. – С. 7–33.
- Щербаков В. П., Ламаш Б. Е., Щербакова В. В.* Физика магнетизма горных пород. – М. : ИФЗ АН СССР, 1991. – 186 с.
- Barton C. E., McElhinny M. W., Edwards D. J.* Laboratory studies of depositional DRM // Geophys. J. R. Astron. Soc. – 1980. – Vol. 61. – P. 355–377.
- Collinson D. W.* Depositional remanent magnetization in sediments // J. Geophys. Res. – 1965. – Vol. 70. – P. 4663–4668.
- Day R.* TRM and variation with grain size: a review // J. Geomag. Geoelectr. – 1977. – Vol. 29, No. 4. – P. 233–265.
- Dunlop D. J.* Thermoremanent magnetization of nonuniformly magnetized grains // J. Geophys. Res. – 1998. – Vol. 103. – P. 30 561–30 574.
- Dunlop D. J., Argyle K. S.* Thermoremanence, anhysteretic remanence and susceptibility of submicron magnetites: nonlinear field dependence and variation with grain size // J. Geophys. Res. – 1997. – Vol. 102. – P. 20199–20210.
- Dunlop D. J., Stacey F. F., Gillingham D. E. W.* The origin of thermoremanent magnetization: contribution of pseudo-single-domain magnetic moments // Earth Planet. Sci. Lett. – 1974. – Vol. 21. – P. 288–294.
- Ellwood B. B.* Induced and remanent magnetic properties of marine sediments as indicators of depositional processes // Marine Geology. – 1980. – Vol. 38. – P. 233–244.
- Ellwood B. B., Ledbetter M. T.* Paleocurrent indicators in deep-sea sediment // Science. – 1979. – Vol. 203. – P. 1335–1337.
- Enkin R. J., Dunlop D. J.* A micromagnetic study of pseudo single-domain remanence in magnetite // J. Geophys. Res. – 1987. – Vol. 92. – P. 12726–12740.
- Fabian K., Kirchner A., Williams W. et al.* Tree-dimensional micromagnetic calculations for magnetite using FFT // Geophys. J. Int. – 1996. – Vol. 124. – P. 89–104.
- Hamano Y.* An experiment on the post-depositional remanent magnetization in artificial and natural sediments // Earth Planet. Sci. Lett. – 1980. – Vol. 51. – P. 221–232.
- Katari K., Tauxe L., King J.* A reassessment of post-depositional remanent magnetism: preliminary experiments with natural sediments // Earth Planet. Sci. Lett. – 2000. – Vol. 183. – P. 147–160.

*Moon T. S., Merrill R. T.* The magnetic moment of nonuniformly magnetized grains // *Phys. Earth Planet. Inter.* – 1984. – Vol. 34. – P. 186–194.

*Rees A. I.* The effect of water currents on the magnetic remanence and anisotropy of susceptibility of some sediments // *Geophys. J.* – 1961. – Vol. 5. – P. 235–251.

*Shive P. N.* Alignment of magnetic grains in fluids // *Earth Planet. Sci. Lett.* – 1985. – Vol. 72. – P. 117–124.

*Stacey F. D.* On the role of Brownian motion in control of detrital remanent magnetization of sediments // *Pure appl. Geophys.* – 1972. – Vol. 98. – P. 139–145.

*Tsurusaki K., Yamazaki T., Handa K.* Geotechnical properties of deep-sea sediments and manganese nodules in the Penrhyn basin, South Pacific (GH83-3 Area) // *Geol.*

*Surv. Japan Cruise Rep.* – 1994. – Vol. 23. – P. 225–240.

*Tucker P.* A grain model of post-depositional realignment // *Geophys. J. R. Astron. Soc.* – 1980. – Vol. 63. – P. 149–163.

*Yamazaki T.* Water content of surface sediments in the south of the Nova-Canton trough, Central Equatorial Pacific (GH82-4 area): relevance to acquisition of depositional remanent magnetization // *Geol. Surv. of Japan Cruise Rep.* – 1992. – No. 22. – P. 127–133.

*Yoshida S., Katsura I.* Characterization of fine magnetic grains in sediments by the suspension method // *Geophys. J. R. Astron. Soc.* – 1985. – Vol. 82. – P. 301–317.

*Поступила в редакцию 20.11.2006 г.*

## THE THEORY OF DEPOSITIONAL REMANENT MAGNETIZATION OF SEDIMENTS (A 3-D MAGNETIC-RHEOLOGICAL MODEL BY SCHWEDOFF AND BINGHAM)

*M. I. Malakhov, D. M. Malakhov*

This paper contains a description of the kinetics of a statistical adjustment of the particles' magnetic moments over a geomagnetic field up to their blocking in possible cavities. It presents the basic characteristics of an angular fixation mechanism of magnetic grains in natural dispersal structures such as the lake and sea bottom sediments and sedimentary rock sequences over continents. The authors use the magnetic-rheological model by Schwedoff and Bingham as a basis to explain the perturbation effects including microseismic events, bioturbation and cryoturbation processes for a «vibration» component of a post-sedimentary oriented residual magnetization (PSRM), that is acquired by sediments. The above-mentioned effects temporally destroy the relations between particles and, consequently, lessen the ground level strength. Due to this, the characteristic time of reversal of rigid magnetic dipoles becomes less. A quantitative description is made of both a delayed paleomagnetic signal within the Tucker – Khramov rheological zone and a filtered (smoothed) geomagnetic signal for different water-saturated sediments.

**Key words:** post-depositional remanent residual magnetization, magnetization rate, inclination and declination errors, magnetic rheology, plastic and structural viscosity, undrained shear strength.