

ТОМОГРАФИЯ, ОСНОВАННАЯ НА ПРЕДСТАВЛЕНИИ МОДЕЛИ ПОЛИНОМАМИ ЧЕБЫШЕВА: ПРИМЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

Максим Игоревич Протасов

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 3, старший научный сотрудник, тел. (383)330-27-96, e-mail: protasovmi@ipgg.sbras.ru

Дмитрий Александрович Неклюдов

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 3, старший научный сотрудник, тел. (383)330-27-96, e-mail: neklyudovda@ipgg.sbras.ru

Леонид Анатольевич Назаров

Институт проблем комплексного освоения недр им. академика Н. В. Мельникова РАН, 111020, Россия, г. Москва, Крюковский тупик, 4, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, тел. (383)205-30-30, доб. 337, e-mail: mining1957@mail.ru

В работе рассматривается решение трехмерной задачи томографии времен первых вступлений. Модель среды описывается с помощью полиномов Чебышева. Это позволяет максимально эффективно использовать априорную информацию о модели среды и сократить число искомых параметров до необходимого минимума. Также, такое представление модели дает возможность получить весьма эффективный алгоритм решения двухточечной задачи трассирования лучей для трехмерных сред, необходимый для томографии. Представлены примеры решения трехмерной задачи томографии межскважинного пространства, а также примеры, использующие томографию для реконструкции полей напряжений в углепородном массиве.

Ключевые слова: томография, полиномы Чебышева, двухточечное волновое трассирование, межскважинное просвечивание, углепородный массив.

TOMOGRAPHY BASED ON THE REPRESENTATION OF THE MODEL BY CHIBYSHEV POLYNOMIALS: EXAMPLES OF USE

Maxim I. Protasov

Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, 3, Prospect Akademik Koptuyug St., Novosibirsk, 630090, Russia, Senior Researcher, phone: (383)330-27-96, e-mail: protasovmi@ipgg.nsc.ru

Dmitry A. Neklyudov

Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, 3, Prospect Akademik Koptuyug St., Novosibirsk, 630090, Russia, Senior Researcher, phone: (383)330-27-96, e-mail: neklyudovda@ipgg.sbras.ru

Leonid A. Nazarov

ICEMR RAS, 4, Kryukovsky, Moscow, 111020, Russia, D. Sc., Leading Researcher, phone: (383)205-30-30, extension 337, e-mail: mining1957@mail.ru

The paper deals with the three-dimensional travel-time tomography of the first arrivals. The model is represented by Chebyshev polynomials. This allows one to use a priori information about the model effectively and reduce the number of recoverable parameters to the required minimum. Also, such a model representation makes it possible to obtain a very efficient algorithm for solving the two-point ray-tracing problem for three-dimensional media, which is necessary for tomography. Examples of solving the three-dimensional cross-well tomography, as well as examples using tomography for the reconstruction of stress fields in the coal-rock mass are presented.

Key words: tomography, Chebishev polinomials, wave tracing, cross-well, coal-rock mass.

Введение

Задачи мониторинга угольных пластов и задачи межскважинной томографии существенно трехмерны. Это связано с тем, что системы возбуждения и регистрации зачастую расположены вне какой-то одной плоскости, а детальные модели, например, модель угольного пласта содержит существенно трехмерные контрастные границы. С другой стороны, вариации скоростей в слоях и рельеф самих границ таковы, что их можно описать полиномами. В работе представлена и используется томография, основанная на представлении модели полиномами Чебышева [2]. С одной стороны, выбор именно полиномов Чебышева обусловлен тем, что эти полиномы были открыты Чебышевым в связи с задачей о наилучшем приближении заданной функции полиномами. С другой стороны, такое представление модели позволяет существенно снизить число искомых параметров по сравнению со стандартным сеточным представлением модели, что в итоге приводит к более надежному и устойчивому решению задачи томографии, что является крайне актуальным в условиях ограниченности сейсмических наблюдений.

Для задачи томографии необходимо выполнять двухточечную трассировку лучей для трехмерных моделей. На практике оказывается, что в 3D задачах метод изгиба [4] значительно эффективнее решает проблему двухточечного трассирования, чем метод пристрелки. В классической реализации метод изгиба не учитывает ограниченность спектра зондирующего сигнала, что зачастую приводит к нефизичному поведению построенных лучей и времен. В настоящей работе используется подход [2, 3], позволяющий отчасти разрешить данную проблему, не прибегая к чрезмерным вычислительным затратам.

Томография апробирована на реалистичных синтетических данных с использованием данных лабораторных испытаний углей. В качестве входной информации использовались результаты регистрации времен первых вступлений сейсмических волн в штреке вдоль обрабатываемого слоя [1]. Также представлены результаты тестирования для реалистичной задачи межскважинного просвечивания.

Представление модели полиномами Чебышева

Трехмерная модель среды, описывающая пространство, содержащее углеводородный массив, представляется в виде набора слоев, разделенных неплоскими поверхностями. В каждом слое задана функция «медленности» (величина обратная

скорости) $S_j(x, y)$, которая зависит от латеральных координат x, y , но не зависит от глубины z . $S_j(x, y)$ определяется через 2D полиномы Чебышева 3й степени:

$$S_j(x, y) = C_0 + C_1x + C_2y + C_3xy + C_4(2x^2 - 1) + C_5(2y^2 - 1) + C_6(2x^2 - 1)y + C_7(2y^2 - 1)x + C_8(4x^3 - 3x) + C_9(4y^3 - 3y) \quad (1)$$

где C_k – коэффициенты разложения, различные для каждого слоя. Каждая из поверхностей $Z_j(x, y)$, разделяющих слои, описывается полиномами Чебышева по аналогии с (1) со своими коэффициентами разложения C_k . Использование полиномов Чебышева для параметризации модели позволяет получить значительные вычислительные преимущества: времена пробега и их производные по параметрам, определяющим луч, вычисляются аналитически.

Волновое трассирование и решение задачи томографии

Мы полагаем, что в каждом слое луч представляет собой отрезок прямой, описываемый координатами точек пересечения с верхней и нижней поверхностями, (x_j, y_j, z_j) , $(x_{j+1}, y_{j+1}, z_{j+1})$, где j – индекс слоя. Отметим, что z_j и z_{j+1} есть функции от (x_j, y_j) и (x_{j+1}, y_{j+1}) через представление поверхностей полиномами Чебышева. Таким образом, для того, чтобы построить луч, удовлетворяющий принципу Ферма, мы должны минимизировать целевой функционал

$$T = \sum_{j=0}^N T_j(x_j, y_j; x_{j+1}, y_{j+1}) \quad (2)$$

по переменным (x_k, y_k) при фиксированном положении источника и приемника. Чтобы применить метод сопряженных градиентов необходимо уметь вычислять значение времени пробега вдоль текущей траектории, а также производные от времени по параметрам, определяющим траекторию (в нашем случае (x_k, y_k)). Для этого выводятся аналитические выражения для времени пробега и производных вдоль прямолинейного сегмента луча. Имея аналитические выражения для производных времен пробега от координат точек пересечения с поверхностями, мы используем нелинейный метод сопряженных градиентов для минимизации целевого функционала Ферма [2].

Задача томографии сводится к решению томографической системы линейных уравнений:

$$M\Delta n = \Delta T. \quad (3)$$

Здесь Δn – это искомая поправка модели (медленность), M – это томографическая матрица, т.е. матрица аналитически рассчитанных производных от времен пробега по коэффициентам полиномов Чебышева, ΔT – это невязка времен пробега, т.е. разница между наблюдаемыми временами и вычисленными

в текущей модели. Задача является условно-корректной, поэтому необходимо использовать регуляризующие процедуры. Прежде всего решается предобусловленная система:

$$LM\Delta n = L\Delta T \quad (4)$$

Здесь $L \equiv \text{diag}(L_{jj}) = \exp(-\lambda\Delta T_j) \cdot \|M_{ij}\|_2^{-1}$ – это диагональная матрица ковариации данных. Она отвечает за взвешивание строк, нормирует влияние каждого луча и «наблюдения» и уменьшает влияние «плохих» данных. Далее предобусловленная система решается в норме $L_{1.5}$, при этом целевая функция записывается в следующем виде:

$$F = \|LM\Delta n - L\Delta T\|_{1.5}^{1.5} + \lambda^2 \|\Delta\alpha\|_2^2 \quad (5)$$

Решение находится методом IRLS (Iterative Reweighted Least-Squares) [5]. IRLS решает набор взвешенных задач методом наименьших квадратов с рекурсивно обновляемой матрицей весов.

Численные примеры исследования задачи 3D томографии угольного пласта

Для исследования применимости алгоритма 3D томографии, созданного на основе полиномов Чебышева, рассчитаны напряжения, а затем, с использованием эмпирической связи (полученной на углепородных образцах) напряжений со скоростями, рассчитано “точное” распределение скоростей продольных волн, соответствующее этим напряжениям (рис. 1, *а*). Затем была выбрана часть модели, которая предполагается для обработки и соответственно для мониторинга, и эта часть модели была переведена в термины полиномов Чебышева, как описано выше (рис. 1, *б*).

Численные тесты были выполнены для двух типов систем наблюдения: активной и пассивной. На рис. 1, *в* представлена система наблюдения при регистрации сигнала от источников, расположенных вдоль обрабатываемого участка. Приемники располагаются вдоль штреков по 5 штук в каждом и 19 штук на задней части обрабатываемого участка с шагом 10 метров. Необходимо отметить, что мощность угольного пласта составляет около 3 метров, средняя скорость внутри пласта около 2600 м/с, а в окружающей его породе 3800 м/с. При этом пласт имеет далеко неплоский рельеф. Задача является существенно трехмерной и стандартные методы трассирования лучей и томографии на их основе применить здесь затруднительно. Нами используется томография и волновое трассирование с использованием полиномов Чебышева. Результаты работы такой томографии представлены на рис. 2. Начальная скоростная модель внутри угольного пласта была выбрана однородной и равной средней скорости в слое, что вполне разумно предположить. Видно, что томография дает результат, почти идентичный точной модели в освещенной области. При этом невязки существенно понижаются.

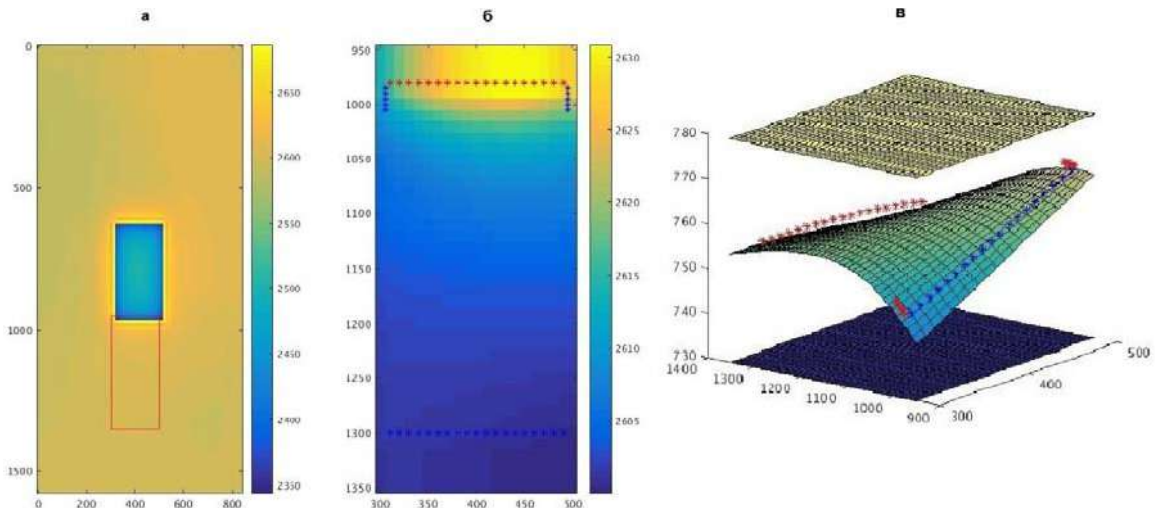


Рис. 1. Скоростная модель угольного пласта (а). Область предполагаемой отработки (а), она же – область мониторинга (б) (справа, более крупный масштаб). Рельеф угольного пласта и система наблюдения (в)

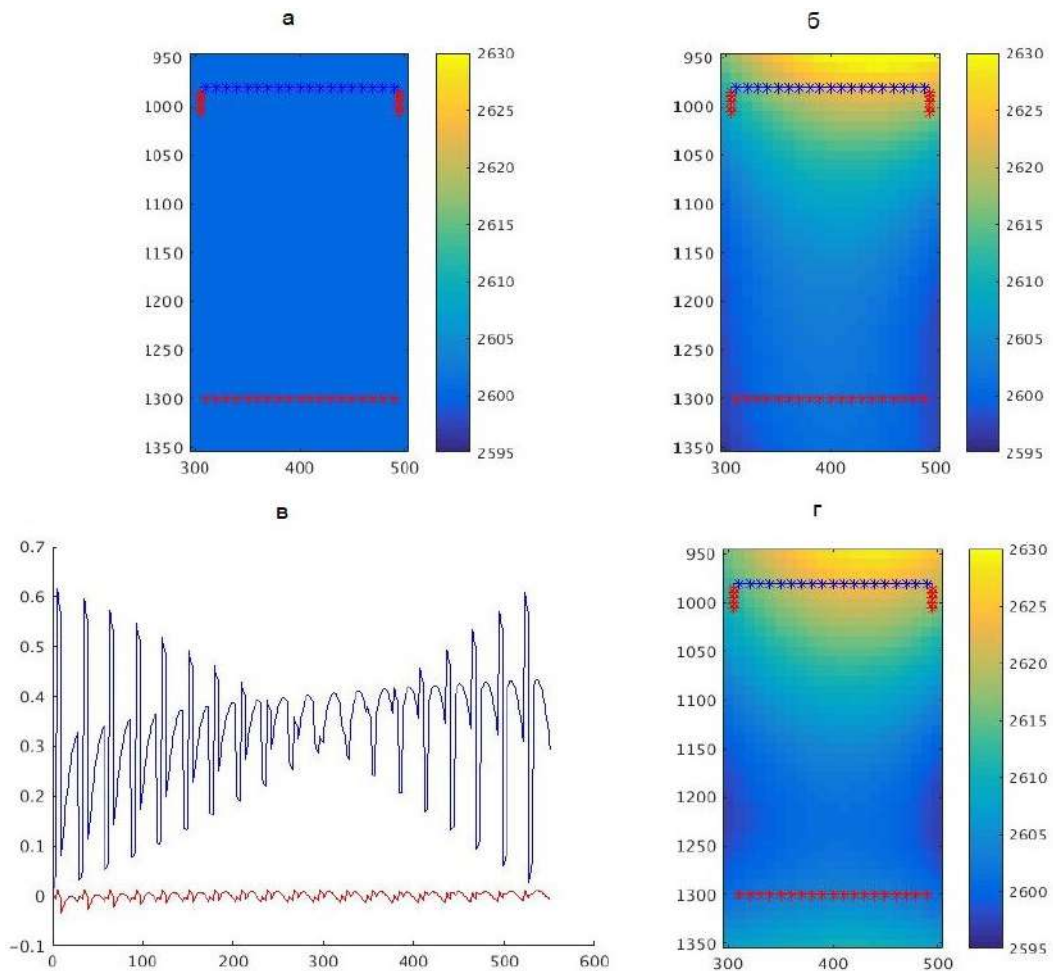


Рис. 2. Точная скоростная модель внутри угольного пласта (б), начальная скоростная модель внутри угольного пласта для томографии (а), скоростная модель внутри угольного пласта после томографии (в), невязки времен в начальной модели (г) и невязки времен в модели после томографии (д, ближе к нулю)

Заключение

В работе исследована томография, основанная на представлении модели полиномами Чебышева, применительно к задаче межскважинного просвечивания и задаче мониторинга угольного пласта по данным активной и пассивной сейсмологии. Представление модели полиномами Чебышева позволяет естественным образом описать рельеф границ, распределение скоростей в слоях, а также дает возможность корректно решить задачу трассирования в модели с тонкими слоями и большим перепадом скоростей. Более того, это позволяет существенно снизить число искомых параметров по сравнению со стандартным сеточным представлением модели и, как следствие, приводит к надежному решению даже в условиях «ограниченности» сейсмической информации, что и продемонстрировано численными примерами.

М. И. Протасов и Д. А. Неклюдов поддержаны грантом Российского научного фонда №17-17-01128.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Назарова Л. А., Назаров Л. А., Протасов М. И. Реконструкция объемных полей напряжений в углепородном массиве на основе решения обратной задачи по томографическим данным // ФТПРПИ. – 2016. – № 4. – С. 12–21.
2. Неклюдов Д.А., Протасов М.И. «Волновое» трассирование лучей для трехмерной межскважинной томографии // Технологии сейсморазведки. – 2016. – № 2. – С. 32-38.
3. Bube K.P., Washbourne J.K. Wave tracing: ray tracing for the propagation of band-limited signals: Part 1 – Theory // Geophysics. – 2008. – 73. – P. VE377-VE384.
4. Julian, B.R., Gubbins D. Three-dimensional seismic ray tracing, Journal of Geophysical Research. – 1977. – 43. – P. 95-113.
5. A decade of tomography / Woodward M., Nichols D., Zdraveva O., Whitfield P., Johns T. // Geophysics. – 2008. – Vol. 73(5). – P. VE5-VE11.

© М. И. Протасов, Д. А. Неклюдов, Л. А. Назаров, 2019