

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ НЕФТИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ НАЧАЛЬНОГО ГРАДИЕНТА ДАВЛЕНИЯ

Гасанов И.Р. Email: Hasanov1169@scientifictext.ru

*Гасанов Ильяс Раван оглы - кандидат технических наук, доцент, начальник отдела,
учебный отдел по развитию персонала,*

*Государственная нефтяная компания Азербайджанской Республики,
Научно-исследовательский проектный институт «Нефтегаз», г. Баку, Азербайджанская Республика*

Аннотация: в статье предложены различные формулы для определения влияния инерционных сил на фильтрацию флюидов, с учетом начального градиента при нелинейном законе фильтрации. Проявление этих сил связано с увеличением скорости фильтрации и направлены против движения и должны быть дополнительно преодолены. В работе предложены формулы для двучленного, трехчленного, экспоненциального и полиномиального (для произвольной степени многочлена) законов фильтрации жидкости. Получен аналитический вид для их определения, который позволяет количественно оценить влияние инерционных сил на дебит скважин.

Ключевые слова: градиент, давление, депрессия, фильтрация, нелинейный.

NONLINEAR EFFECTS OF OIL FILTRATION IN A POROUS MEDIUM TAKING INTO ACCOUNT THE INFLUENCE OF THE INITIAL PRESSURE GRADIENT

Hasanov I.R.

*Hasanov Ilyas Ravan oglu - Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Head of Department,
TRAINING DEPARTMENT FOR PERSONNEL DEVELOPMENT,
STATE OIL COMPANY OF THE REPUBLIC OF AZERBAIJAN,
SCIENTIFIC-RESEARCH AND DESIGN INSTITUTE "NEFTEGAZ", BAKU, REPUBLIC OF AZERBAIJAN*

Abstract: the article proposes formulas for determining the influence of inertial forces on fluid filtration, taking into account the initial gradient with a nonlinear filtration law. The manifestation of these forces is associated with an increase in the filtration rate and is directed against the movement and must be additionally overcome. In this paper, we propose formulas for binomial, trinomial, exponential, and polynomial (for any degree of polynomial) fluid filtration laws. An analytical view was obtained for their determination, which allows us to quantify the effect of inertial forces on the flow rate of wells.

Keywords: gradient, pressure, depression, filtration, non-linear.

УДК 622.279.23

При разработке залежей при больших градиентах давления на фильтрацию жидкости в пористой среде влияют инерционные силы, которые создают дополнительные сопротивления, направленные против движения. Таким образом, при больших скоростях течения природа нелинейности закона фильтрации иная, чем при малых скоростях фильтрации. А также с увеличением скорости движения время прохождения через сужение уменьшается, и жидкие частицы не успевают деформироваться. Это приводит к увеличению сопротивления движения [1, 2].

В работе определяется давление, которое образуется в связи с влиянием инерционных сил. Как известно, закон Дарси представляется в виде $v = \frac{k}{\mu} \nabla p$, а двучленный закон фильтрации имеет вид [3]:

$$bv^2 + \frac{\mu}{k}v - \nabla p = 0. \quad (1)$$

$$\text{Здесь } b = \frac{\beta\rho}{\sqrt{k}}, \quad \beta = \frac{12 \cdot 10^{-5}}{m} \left(\frac{d_{\text{эф}}}{\sqrt{k}} \right)^2, \quad d_{\text{эф}} = 4\sqrt{\frac{2k}{m}} \quad (2)$$

С учетом влияния начального градиента и двучленного закона Форхгеймера, закон фильтрации можно написать в виде [3]:

$$\text{при } \nabla p \geq \gamma_0 \Rightarrow bv^2 + \frac{\mu}{k}v - (\nabla p - \gamma_0) = 0, \quad (3)$$

при $\nabla p < \gamma_0 \Rightarrow v = 0$. Здесь γ_0 – начальный градиент.

В выражении (2) ρ – плотность жидкости, m – пористость породы, d – диаметр зерен, составляющий породу.

С увеличением скорости значение в формуле (1) члена bv^2 не только становится соизмеримо с членом $\frac{\mu}{k}v$, но и становится намного больше. В связи с чем полученное значение скорости фильтрации оказывается меньше, чем по закону Дарси, то есть для скорости фильтрации можно написать следующее выражение:

$$v = \frac{k}{\mu}(\nabla p - \gamma_v). \quad (4)$$

Здесь γ_v – градиент давления, который направлен против движения и связан с влиянием инерционных сил.

После некоторых преобразований из (1) действительно можно получить формулу (4), где

$$\gamma_v = (\nabla p - \gamma_0) \left(1 - \frac{1}{\eta_0} \right) + \frac{\mu^2}{k^2} \cdot \frac{1}{4b} \left(2 - \frac{1}{\eta_0} \right),$$

$$\eta_0 = \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4b \frac{k^2}{\mu^2} (\nabla p - \gamma_0)}. \quad (5)$$

Как видно, градиент инерционного давления γ_v прямо пропорционален ∇p , μ , η_0 , b и обратно пропорционален коэффициенту проницаемости k .

Можно показать, что $\lim_{b \rightarrow 0} \eta_0 = \frac{1}{2}$, $\lim_{b \rightarrow 0} \gamma_v = \gamma_0$.

Следует также отметить, что с уменьшением скорости фильтрации при двучленном законе фильтрации уменьшается и дебит скважины. Если при линейном законе фильтрации для дебита нефти существует обобщенная формула Дюпюи в виде [3]:

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu \ln \frac{r_k}{r_c}} (p_k - p_c - \Delta p_0), \quad (6)$$

то при двучленном законе можно эти формулы представить в виде:

$$\text{для нефти} - Q = \frac{2\pi kh}{\mu \ln \frac{r_k}{r_c}} (\Delta p - \Delta p_v), \quad (7)$$

где $\Delta p = p_k - p_c$;

Здесь Δp_v – давление, которое направлено против движения и связано с влиянием инерционных сил.

Для дебита нефти с учетом начального градиента эта формула имеет следующий вид:

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu \ln \frac{r_k}{r_c}} (p_k - p_c - \Delta p_v),$$

$$\Delta p_v = (p_k - p_c - \Delta p_0) \left(1 - \frac{1}{\eta_1}\right) + \frac{\mu^2 \ln^2 \frac{r_k}{r_c}}{4bk^2 \left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_k}\right)} \cdot \left(2 - \frac{1}{\eta_1}\right),$$

$$\eta_1 = \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{4bk^2}{\ln^2 \frac{r_k}{r_c} \mu^2} \left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_k}\right) (p_k - p_c - \Delta p_0)}, \quad b = \frac{\beta \rho}{\sqrt{k}}. \quad (8)$$

Трехчленный закон фильтрации можно представить следующим образом [6]:

$$\nabla p > \gamma_0 \Rightarrow av^3 + bv^2 + v - \frac{k}{\mu} (\nabla p - \gamma_0) = 0, \quad (9)$$

$$\nabla p < \gamma_0 \Rightarrow v = 0.$$

$$\text{Здесь } b = \frac{\rho \beta \sqrt{k}}{\mu}, \quad \beta = \frac{12 \cdot 10^{-5}}{m} \left(\frac{d_{\text{эф}}}{\sqrt{k}}\right), \quad d_{\text{эф}} = 4 \sqrt{\frac{2k}{m}}, \quad a > 0,$$

$$\gamma_0 = \frac{\alpha \tau_0}{\sqrt{k}}, \quad \alpha = 0,0162 \div 0,018, \quad \gamma_0 = 0,0012 \div 0,015 \text{ МПа/м.}$$

Решая уравнение (1) по формуле Кардано после некоторых преобразование получаем следующее выражение для дебита:

$$Q = \frac{2\pi kh}{\eta_1 \mu \ln \frac{r_k}{r_c}} (\Delta p - \Delta p_0) - \frac{2\pi h}{\ln \frac{r_k}{r_c}} \xi_1 \left(1 - \frac{1}{\eta_1}\right) - \frac{2\pi}{\eta_1 \ln \frac{r_k}{r_c}} Q_0 =$$

$$= \frac{2\pi kh}{\eta_1 \mu \ln \frac{r_k}{r_c}} (\Delta p - \Delta p'_0). \quad (10)$$

$$\text{Здесь } \eta_1 = A \left(\sqrt[3]{\left(-\frac{q_1}{2} + \sqrt{D_1}\right)^2} + \sqrt[3]{\left(\frac{q_1}{2} + \sqrt{D_1}\right)^2} + \frac{p_1}{3} \right), \quad D_1 = \left(\frac{q_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{p_1}{3}\right)^3,$$

$$\text{Здесь } p_1 = \frac{1}{A} - 3(\xi_1)^2, \quad q_1 = 2(\xi_1)^3 - \frac{1}{A} \xi_1 - \frac{1}{A} \frac{\kappa}{\mu} (\Delta p - \Delta p_0), \quad \xi_1 = \frac{B}{3A} = \frac{2b}{3a} \cdot \frac{\ln \frac{r_k}{r_c}}{\frac{1}{r_c} + \frac{1}{r_k}}.$$

$$\Delta p'_0 = \Delta p_0 + \frac{\mu}{k} \xi_1 (\eta_1 - 1) + \frac{\mu Q_0}{hk}, \quad Q_0 = 2A \xi_1^3 \cdot h. \quad (11)$$

Формулу (10) можно представить в виде:

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu \ln \frac{r_k}{r_c}} (\Delta p - \Delta p_v), \quad \text{где } \Delta p_v = \Delta p'_0 + \left(1 - \frac{1}{\eta_1}\right) (\Delta p - \Delta p'_0) \quad (12)$$

Учитывая, что $\lim_{b \rightarrow 0} \eta_1 = 1$, $\lim_{b \rightarrow 0} a = 0$ ($\xi_1 \neq 0$), $\lim_{b \rightarrow 0} B = 0$, $\lim_{b \rightarrow 0} A = 0$, $\lim_{b \rightarrow 0} Q_0 = 0$, то из

$$\text{формулы (10) получается формула } Q = \frac{2\pi kh}{\mu \ln \frac{r_k}{r_c}} (\Delta p - \Delta p_0).$$

А теперь выразим нелинейный закон фильтрации в экспоненциальном виде [4]:

Предположим, что фильтрация в пласте происходит по линейному закону Дарси $v = \frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr}$, где $k = const$, $\mu = const$. Однако под влиянием начального градиента и

инерционных сил скорость уменьшается по экспоненциальному закону: $\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr} e^{-\alpha(p_o-p)}$, где p_o

– начальное пластовое давление. Учитывая, что при установившемся режиме фильтрации

$\frac{dQ}{dr} = 0$, то $\frac{d}{dr} \left(\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr} 2\pi r h e^{-\alpha(p_o-p)} \right) = 0$ или $\frac{d}{dr} \left(r \frac{dp}{dr} e^{-\alpha(p_o-p)} \right) = 0$. Решая последнее уравнение,

мы получаем:

$$\frac{dp}{dr} \left(e^{-\alpha(p_o-p)} \right) = \frac{c}{r} \Rightarrow \int e^{-\alpha(p_o-p)} dp = c_1 \int \frac{dr}{r} + c_2 \Rightarrow \frac{1}{\alpha} e^{-\alpha(p_o-p)} = c_1 \ln r + c_2.$$

$$\text{При } r = r_c \Rightarrow \frac{1}{\alpha} e^{-\alpha(p_o-(p_c+\Delta p_o))} = c_1 \ln r_c + c_2. \quad (13)$$

$$\text{При } r = r_k \Rightarrow \frac{1}{\alpha} e^{-\alpha(p_o-p_k)} = c_1 \ln r_k + c_2. \quad (14)$$

Вычитая из уравнения (14) уравнение (13), получаем:

$$\frac{1}{\alpha} \left(e^{-\alpha(p_o-p_k)} - e^{-\alpha(p_o-p_c-\Delta p_o)} \right) = c_1 \ln \frac{r_k}{r_c}, \text{ откуда}$$

$$c_1 = \frac{1}{\ln \frac{r_k}{r_c}} \cdot \frac{1}{\alpha} \left(e^{-\alpha(p_o-p_k)} - e^{-\alpha(p_o-p_c-\Delta p_o)} \right). \quad (15)$$

Подставляя (15) в (13), получаем:

$$c_2 = \frac{1}{\alpha} e^{-\alpha(p_o-p_c-\Delta p_o)} - \frac{\ln r_c}{\alpha \ln \frac{r_k}{r_c}} \left(e^{-\alpha(p_o-p_k)} - e^{-\alpha(p_o-p_c-\Delta p_o)} \right). \quad (16)$$

Подставляя (15) и (16) в $\frac{1}{\alpha} e^{-\alpha(p_o-p)} = c_1 \ln r + c_2$, получаем:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha} e^{-\alpha(p_o-p)} &= \frac{\ln r}{\alpha \ln \frac{r_k}{r_c}} \left(e^{-\alpha(p_o-p_k)} - e^{-\alpha(p_o-p_c-\Delta p_o)} \right) + \frac{1}{\alpha} e^{-\alpha(p_o-p_c-\Delta p_o)} - \\ &- \frac{\ln r_c}{\alpha \ln \frac{r_k}{r_c}} \left(e^{-\alpha(p_o-p_k)} - e^{-\alpha(p_o-p_c-\Delta p_o)} \right) \\ \frac{1}{\alpha} \left(e^{-\alpha(p_o-p)} - e^{-\alpha(p_o-p_c-\Delta p_o)} \right) &= \frac{\ln r}{\alpha \ln \frac{r_k}{r_c}} \left(e^{-\alpha(p_o-p_k)} - e^{-\alpha(p_o-p_c-\Delta p_o)} \right) \text{ или} \end{aligned}$$

$$\frac{e^{-\alpha(p_o-p)} - e^{-\alpha(p_o-p_c-\Delta p_o)}}{e^{-\alpha(p_o-p_k)} - e^{-\alpha(p_o-p_c-\Delta p_o)}} = \frac{\ln \frac{r}{r_c}}{\ln \frac{r_k}{r_c}}.$$

$$\text{При } p_o = p_k \text{ имеем } \frac{e^{-\alpha(p_k-p_o)} - e^{-\alpha(p_k-p_c-\Delta p_o)}}{1 - e^{-\alpha(p_k-p_c-\Delta p_o)}} = \frac{\ln \frac{r}{r_c}}{\ln \frac{r_k}{r_c}} \text{ или } \frac{e^{-\alpha(p_k-p)} - e^{-\alpha(\Delta p-\Delta p_o)}}{1 - e^{-\alpha(\Delta p-\Delta p_o)}} = \frac{\ln \frac{r}{r_c}}{\ln \frac{r_k}{r_c}}. \quad (17)$$

Как видим, распределение давления имеет следующий вид:

$$p = p_k + \frac{1}{\alpha} \ln \left[e^{-\alpha(p_k - p_c - \Delta p_0)} + \left(1 - e^{-\alpha(p_k - p_c - \Delta p_0)}\right) \frac{\ln \frac{r}{r_c}}{\ln \frac{r_k}{r_c}} \right] \quad \text{или} \quad (18)$$

$$p = p_k + \frac{1}{\alpha} \ln \left[e^{-\alpha(\Delta p - \Delta p_0)} + \left(1 - e^{-\alpha(\Delta p - \Delta p_0)}\right) \frac{\ln \frac{r}{r_c}}{\ln \frac{r_k}{r_c}} \right].$$

Тогда для дебита после несложных преобразований, получаем:

$$Q = 2\pi r h \frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr} e^{-\alpha(p_k - p)} = \frac{2\pi k h}{\mu \ln \frac{r_k}{r_c}} \frac{(1 - e^{-\alpha(p_k - p_c - \Delta p_0)})}{\alpha} =$$

$$= \frac{2\pi k h}{\mu \ln \frac{r_k}{r_c}} \frac{(1 - e^{-\alpha(\Delta p - \Delta p_0)})}{\alpha} = \frac{2\pi k h}{\mu \ln \frac{r_k}{r_c}} (\Delta p - \Delta p_v),$$

Где $\Delta p_v = \Delta p_0 + \frac{\alpha(\Delta p - \Delta p_0)^2}{2!} - \dots + \frac{(-1)^{n+1} \alpha^n (\Delta p - \Delta p_0)^{n+1}}{(n+1)!}$ (19)

Общее уравнение нелинейной фильтрации флюида для больших скоростей может быть представлено также в виде [5]:

$$-(grad p - \gamma_0) = \left[\sum_{i=0}^n C_i (Re)^i \right] \frac{\mu \bar{v}}{k}. \quad (20)$$

Здесь основная трудность заключается в правильном нахождении коэффициентов C_i ($i=1, \bar{n}$) по данным гидрогазодинамических исследований.

В связи с этим предлагается следующая методика.

Для этого сначала получим некоторые необходимые формулы. Используя формулу (20) и обобщенный закон Дарси, можно записать:

$$\frac{k}{\mu} \left(\frac{dp}{dr} - \gamma_0 \right) = v f(Re) = v (1 + C_1 Re + C_2 Re^2 + C_3 Re^3 + \dots + C_n Re^n). \quad (21)$$

$$\text{Учитывая, что в этой формуле } Re = \frac{v \sqrt{k} \rho}{\mu}, v = \frac{Q}{2\pi r h}, \quad (22)$$

то получаем:

$$\frac{k}{\mu} (dp - \gamma_0 dr) = \frac{Q}{2\pi h} \frac{dr}{r} + C_1 \frac{Q^2}{4\pi^2 h^2} \frac{\sqrt{k} \rho}{\mu} \frac{dr}{r^2} + C_2 \frac{Q^3}{8\pi^3 r^3 h^3} \frac{k \rho^2}{\mu^2} \frac{dr}{r^3} + \dots \quad (23)$$

Интегрируя правую часть выражения от r_c до r_k , а левую часть от p_c до p_k , получаем:

$$\frac{k}{\mu} ((p_k - p_c) - \Delta p_0) = \frac{Q}{2\pi h} \ln \frac{r_k}{r_c} + \frac{Q^2 \sqrt{k} \rho}{4\pi^2 h^2 \mu} \left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_k} \right) C_1 + \frac{Q^3 k \rho^2}{8\pi^3 h^3 \mu^2} \left(\frac{1}{r_c^2} - \frac{1}{r_k^2} \right) \frac{C_2}{2} + \dots \quad (24)$$

где $\Delta p_0 = \gamma_0 (r_k - r_c)$

Так как, $\frac{1}{r_k^i} \ll 1$ где, $i=1, n$ то этими выражениями можно пренебречь. Разделив обе

части выражения на r_c и применяя формулы (22), получаем:

$$\frac{1}{r_c} \frac{k}{\mu} ((p_k - p_c) - \Delta p_0) = v \ln \frac{r_k}{r_c} + C_1 \frac{v^2 \sqrt{k} \rho}{\mu} + \frac{C_2}{2} \frac{v^3 k \rho^2}{\mu^2} + \dots + \frac{C_n}{n} \frac{v^{n+1} (k)^n \rho^n}{\mu^n}$$

или $V' = v \left(\ln \frac{r_k}{r_c} + C_1 \operatorname{Re} + \frac{C_2}{2} \operatorname{Re}^2 + \dots + \frac{C_n}{n} \operatorname{Re}^n \right)$, (25)

где $V' = \frac{k}{\mu} ((p_k - p_c) - \Delta p_0) \cdot \frac{1}{r_c}$.

Из формулы (25) можно получить:

$$\frac{Q}{2\pi r_c h} \left(\ln \frac{r_k}{r_c} + \frac{C_1}{1} \operatorname{Re} + \frac{C_2}{2} \operatorname{Re}^2 + \dots + \frac{C_n}{n} \operatorname{Re}^n \right) = \frac{1}{r_c} \frac{k}{\mu} ((p_k - p_c) - \Delta p_0) \quad (26)$$

$$Q = \frac{2\pi h k}{\mu} \frac{p_k - p_c - \Delta p_0}{\ln \frac{r_k}{r_c} + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{i} \operatorname{Re}^i} \quad (27)$$

Формулу (27) представим в виде обобщенной формулы Дюпюи:

$$Q = \frac{2\pi k h (\Delta p - \Delta p_v)}{\mu \ln \frac{r_k}{r_c}} \quad (28)$$

где $\Delta p = p_k - p_c$

Предположим

$$A = \frac{2\pi k h}{\mu \ln \frac{r_k}{r_c}} \quad (29)$$

Тогда используя формулы (27) и (28) получим:

$$\frac{Q}{A} = \frac{(\Delta p - \Delta p_0) \ln \frac{r_k}{r_c}}{\ln \frac{r_k}{r_c} + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{i} \operatorname{Re}^i} = \Delta p - \Delta p_v \quad (30)$$

или

$$Q = \frac{A(\Delta p - \Delta p_0) \ln \frac{r_k}{r_c}}{\ln \frac{r_k}{r_c} + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{i} \operatorname{Re}^i} \quad (31)$$

Из формулы (30) также можно написать:

$$\Delta p_v = \Delta p - \frac{(\Delta p - \Delta p_0) \ln \frac{r_k}{r_c}}{\ln \frac{r_k}{r_c} + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{i} \operatorname{Re}^i} = \frac{(\Delta p - \Delta p_0) \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{i} \operatorname{Re}^i}{\ln \frac{r_k}{r_c} + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{i} \operatorname{Re}^i} + \Delta p_0 \quad (32)$$

С другой стороны из (28) и (29) получаем:

$$Q = A(\Delta p - \Delta p_v) = \frac{2\pi k h}{\mu \ln \frac{r_k}{r_c}} \Delta p \left(1 - \frac{\Delta p_v}{\Delta p} \right) \quad (33)$$

$$\frac{\Delta p_v}{\Delta p} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{C_i}{i} \operatorname{Re}^i}{\ln \frac{r_k}{r_c} + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{i} \operatorname{Re}^i} \quad (34)$$

Коэффициенты $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ определяются по данным гидрогазодинамических исследований скважин при установившихся режимах фильтрации.

При $\Delta p_v = 0$ из (33) получается формула Дюпюи:

$$Q = A\Delta p = \frac{2\pi kh}{\mu \ln \frac{r_k}{r_c}} \Delta p \quad (35)$$

С другой стороны из (19) получается также обобщенная формула Дарси:

$$v = \frac{Q}{2\pi r_c h} = \frac{A\Delta p}{2\pi r_c h} \left(1 - \frac{\Delta p_v}{\Delta p}\right) = \frac{1}{r_c} \frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{\ln \frac{r_k}{r_c}} \left(1 - \frac{\Delta p_v}{\Delta p}\right) \quad (36)$$

Где $\frac{\Delta p_v}{\Delta p}$ находится из (34).

Таким образом, формулы (33), (34) и (36) являются новыми обобщенными формулами Дюпюи и Дарси.

Следовательно, в работе предложены различные формулы для определения влияния инерционных сил на фильтрацию флюидов, с учетом начального градиента при нелинейном законе фильтрации, связанные с увеличением скорости фильтрации и направленные против движения, которые должны быть дополнительно преодолены. Также получен аналитический вид для их определения, позволяющий количественно оценить влияние инерционных сил на дебит скважин.

Список литературы / References

1. Мирзаджанзаде А.Х., Кузнецов О.Л., Басниев Х.С., Алиев З.С. Основа технологии добычи газа. М.: Недра, 2003. 880 с.
2. Мирзаджанзаде А.Х., Аметов И.М., Ковалев А.Г. Физика нефтяного и газового пласта. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. 280 с.
3. Басниев К.С. Нефтегазовая гидромеханика / К.С. Басниев, Н.М. Дмитриев, Г.Д. Розенберг. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005.
4. Гасанов И.Р. К вопросу о влиянии инерционных сил на фильтрацию нефти в пористой среде. Техника. Технологии. Инженерия. № 3 (5). Июнь, 2017. С.1-4.
5. Гасанов И.Р., Джамалбеков М.А. Обобщенная методика интерпретации данных гидрогазодинамических исследований при нелинейных законах фильтрации с учётом влияния начального градиента. Научно-методический журнал «Вестник науки и образования», 2020. № 3 (81). Часть 1. С. 97-102.
6. Салаватов Т.Ш., Гасанов И.Р. О трехчленном законе фильтрации, учитывающем влияние инерционных сил, начального градиента и неравновесность фильтрации. GEOPETROL Zakorpane-Koscielisko, 2018. Международная конференция 17-20 сентября. С. 565-571.