

УДК 539.3+622.831

ПРИМЕНЕНИЕ ГРАФОВОЙ МОДЕЛИ ПРИ АНАЛИЗЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ В КУСОЧНО-ОДНОРОДНОМ МАССИВЕ ГОРНЫХ ПОРОД

Тырымов А.А.

Волгоградский государственный технический университет, Россия,
Волгоград, tyrymov2010@yandex.ru

APPLICATION OF GRAPH MODEL IN THE ANALYSIS OF THE STRESS-STRAIN STATE OF A PIECEWISE-HOMOGENEOUS ROCK MASS

A.A. Tyrymov

Volgograd State Technical University, Russia, Volgograd, tyrymov2010@yandex.ru

Аннотация: Рассматривается метод численного анализа механических полей в деформируемом теле, который использует модель упругой среды в виде ориентированного графа. Он применен для расчета напряженно-деформированного состояния в нетронутом массиве горных пород и в массиве горных пород с подземными выработками.

Ключевые слова: математическое моделирование, теория упругости, ориентированный граф, деформирование горных пород, напряженно-деформированное состояние.

Abstract: The method numerical analysis of the mechanical fields in a deformable body, which uses the model of an elastic medium in the form of a directed graph, is described. It is used to calculate the stress-strain state in an intact rock mass and in rock mass with underground workings.

Keywords: mathematical simulation, elasticity, directed graph, rock deformation, the stress-strain state.

Решение сложных технических проблем, возникающих при создании современных инженерных конструкций, тесно связано с разработкой и совершенствованием моделей механики деформируемого твердого тела, применением эффективных численных схем и алгоритмов.

При решении задач механики сплошных сред и деформируемых элементов конструкций достаточно универсальными и широко распространенными являются метод конечных элементов (МКЭ), метод граничных элементов (МГЭ), вариационно-разностные методы (ВРМ), метод конечных разностей (МКР) в различных вариантах и сочетаниях с другими методами. Общей закономерностью при этом является то, что дискретизации подвергается не сама среда на этапе ее моделирования, а ее уже созданная континуальная модель. В то же время представляется целесообразным использование дискретных подходов на более ранних этапах моделирования задач механики сплошной среды, особенно задач со сложной пространственной и физической структурой.

Примером такой сложной в механическом отношении среды может служить реальный горный массив, который характеризуется слоистостью,

послойной и внутрислойной неоднородностью, искривлением пластов, их переменной мощностью, сложным рельефом поверхности. При этом точность решения задач о напряженном состоянии массива в значительной степени зависит от полноты учета свойств рассматриваемой среды.

В работах [1-6] описан метод анализа полей деформации и напряжений, в котором в качестве дискретных моделей, представляющих сплошное упругое изотропное или анизотропное тело, используются ориентированные графы. Этот метод основан на сочетании дискретных и энергетических представлений при моделировании процесса деформирования упругих тел. Дискретная модель строится как первичная модель исследования, а переход от континуума к системе с конечным числом степеней свободы основан, прежде всего, на физических соображениях.

Исследование системы на основе графового подхода сводится к тому, что: 1) среда рассекается на элементы, имеющие известное математическое описание; 2) для каждого элемента строят элементарную ячейку (подграф), являющуюся моделью этой части; 3) элементарные ячейки объединяют в граф – модель анализируемого тела, после чего с помощью матриц, характеризующих структуру графа, и уравнений, описывающих элементарные ячейки, получают уравнения системы в целом.

Для реализации графового метода разработан пакет прикладных программ, который отличается простотой при подготовке входной информации, возможностью сгущения элементов в ожидаемых местах с высокой концентрацией напряжений, позволяет легко изменять механические свойства материалов, легко изменять граничные условия, выводить информацию о полученном решении, в том числе, и в графическом виде. При использовании пакета для расчета напряженно-деформированного состояния массива горных пород в него введена специальная процедура, позволяющая учитывать силы тяжести. Остановимся на результатах численных расчетов, полученных на основе графовой модели весомой упругой среды, находящейся в условиях плоской деформации. Используется треугольная ячейка с линейной аппроксимацией перемещений в каждом элементе, напряжения и деформации при этом постоянны в пределах каждого элемента.

В исследованиях по механике горных пород широкое распространение получил подход, в котором нетронутый массив считают однородным изотропным полупространством, нагруженным собственным весом. При анализе его напряженного состояния обычно предполагают, что горизонтальные и вертикальные компоненты напряжения связаны между собой либо зависимостями, соответствующим гипотезе о гидростатическом распределении напряжений, либо формулами акад. А.Н.Динника [7]. Таким образом, предполагают, что компоненты напряжений имеют следующий вид:

$$\sigma_y = \gamma H, \quad \sigma_x = \lambda \gamma H.$$

где γ - удельный вес породы, H - расстояние от земной поверхности, λ - коэффициент бокового давления, который равен 1 при гидростатическом

распределении напряжений или находится по формуле Динника $\lambda = \frac{\nu}{1 - \nu}$, в котором ν - коэффициент Пуассона.

Однако результаты натуральных наблюдений показали, что нередко фактические наблюдения не соответствуют теоретическим представлениям, исходящим только из веса вышележащей толщи пород. Неучет слоистости горных массивов, сложного структурного залегания пластов, рельефа земной поверхности и других горно-геологических факторов может качественно изменить представление о напряженном состоянии в реальном горном массиве.

Ниже рассматриваются две основные задачи механики горных пород. Первая задача связана с определением напряженного состояния (НДС) породного массива до проведения в нем горных работ. Данные о напряженном состоянии в нетронутом горном массиве необходимы, в частности, при поисках, разведке и разработке месторождений самых различных полезных ископаемых, при сейсмическом районировании, в инженерно-геологических изысканиях. Знание природного поля напряжений предопределяет успешное решение второй важной задачи об определении горного давления в окрестности подземных сооружений. При этом сведения об естественных напряжениях существенно используются в этих задачах при задании граничных условий.

Рассмотрим слоистый горный массив, состоящий из восьми горизонтальных слоев одинаковой мощности, но с различными упругими и физическими характеристиками. Расчетная область имеет размеры 400 x 400 м. Граничные условия заданы следующим образом: на вертикальных границах отсутствуют перемещения в горизонтальном направлении, на нижней границе отсутствуют перемещения, как в горизонтальном, так и в вертикальном направлениях. Дневная поверхность свободна от нормальных и касательных напряжений.

Расчеты показали, что напряжение σ_y для массива, в котором плотности породы и слоев одинаковы, с увеличением глубины изменяется по линейному закону. Напряжение σ_x в слоистом массиве с глубиной изменяется кусочно-линейно. Установлено, что при равных коэффициентах Пуассона породы и слоев различие модулей Юнга мало влияет на соотношение между σ_x и σ_y . В то же время величины горизонтальных напряжений оказываются в большой зависимости от значений коэффициента Пуассона. На рис. 1 представлена зависимость вертикальных напряжений σ_y и горизонтальных напряжений σ_x от расстояния до дневной поверхности. В расчетах принято, что коэффициенты Пуассона слоев сначала увеличиваются, принимая значения 0.25, 0.3, 0.35, 0.49, затем уменьшаются до 0.2 в пятом слое, а потом вновь растут и равны значениям 0.25, 0.3, 0.35. Удельный вес всех слоев 30 кН/м³. Напряжение σ_y , которому на рис. 1 соответствует пунктирный график, возрастает с глубиной по линейному закону. Напряжению σ_x соответствует сплошная линия, которая носит кусочно-линейный характер и при переходе от слоя к слою имеет скачки, величина которых определяется значениями коэффициента Пуассона соседних слоев. Касательное напряжение τ_{xy} равно нулю во всей области. Как видим, в четвертом слое напряженное состояние близко к гидростатическому, а

при переходе в пятый слой горизонтальные напряжения существенно уменьшились. Масштаб шкалы напряжений составляет 1,19 МПа.

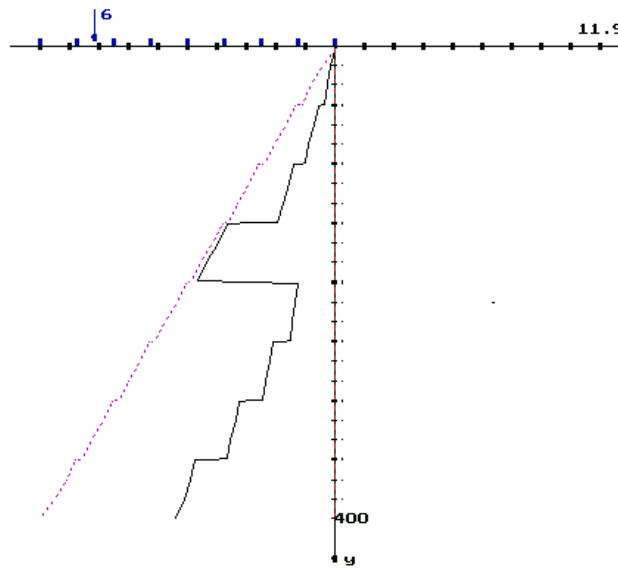


Рис.1 Изменения напряжений σ_x и σ_y с глубиной.

Отклонение от линейного закона можно наблюдать и у вертикальных напряжений σ_y , если плотности породы и слоев будут различными. Рассмотрим два слоя мощностью 10 м, которые залегают на глубине 100 м и 200 м соответственно. На рис. 2 показано поведение напряжений σ_x и σ_y , если упругие характеристики породы и слоев одинаковы, а удельные веса равны 10 кН/м^3 и 50 кН/м^3 соответственно. С увеличением мощности слоев это отклонение проявляется еще значительно. Для однородного изотропного полупространства численные результаты совпадают с напряжениями, вычисленными по формулам А.Н. Динника.

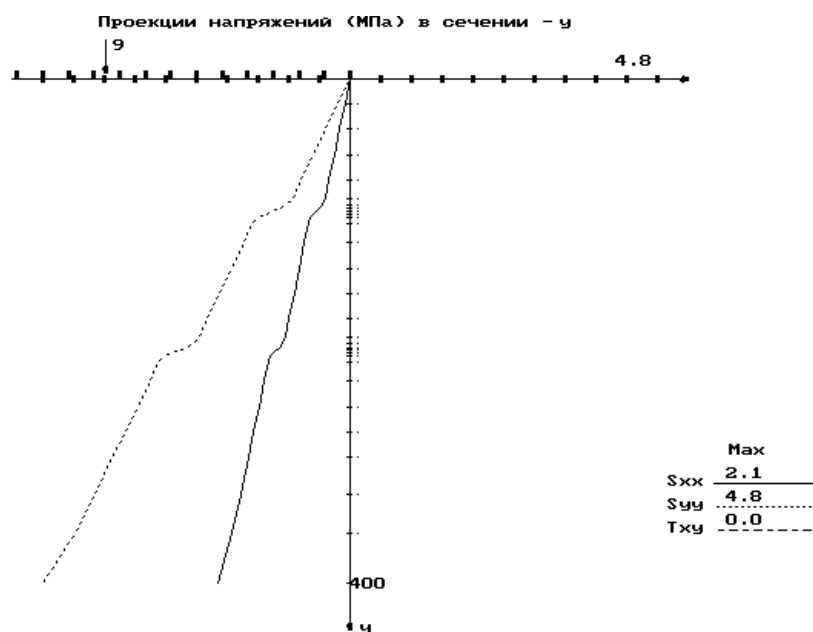


Рис.2 Зависимость напряжений от глубины в массиве с двумя слоями различной плотности

В массивах с наклонным залеганием пластов напряженное состояние становится сложнее. Нелинейный характер изменения напряжений будет, например, в случае равенства плотностей слоев и окружающего породного массива, но при различии их упругих свойств. На рис. 3 показано деформированное состояние нагруженного собственным весом массива с одним наклонным слоем, мощность которого 8 м. Обозначим через E_1, ν_1 и E_2, ν_2 модули Юнга и коэффициенты Пуассона вмещающего массива и пласта соответственно. В расчетах принято $E_1=10000$ МПа, $E_2=50000$ МПа, $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$.

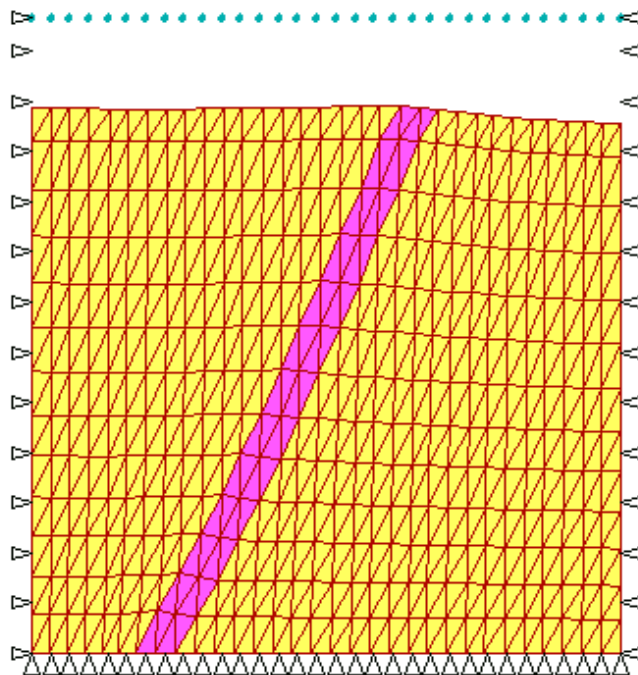


Рис.3 Деформируемая сетка горного массива с наклонным пластом под действием сил тяжести

На рис.4 показано распределение напряжений $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ с глубиной в сечении $x=200$ м, а на рис.5 вдоль горизонта, расположенного на глубине $y=225$ м от дневной поверхности. Напряжениям $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ отвечают сплошная, пунктирная и штриховая кривые соответственно. Масштаб шкалы напряжений составляет 10 МПа. Расчеты показывают, что в пласте, модуль упругости которого выше модуля упругости породного массива, возникают напряжения, превосходящие вес столба вышележащих пород. Из графиков на этих рисунках видно, что вертикальные напряжения при удалении от пласта быстро стремятся к геостатическим напряжениям в породном массиве, а в пласте в 2,5-3раза превосходят их.

С помощью численных расчетов здесь подтверждаются известные из практики натуральных наблюдений результаты о возможности существенного отличия вертикальных напряжений от веса столба вышележащих пород [7].

Полученные результаты хорошо согласуются с аналитическими решениями, полученными в [8,9] для слоистых горных массивов.

Одной из важных задач геомеханики является задача о влиянии рельефа земной поверхности на распределение напряжений в массиве горных пород. В качестве примера проанализируем характер напряженного состояния в основании и нижних областях глубоких горных ущелий, т.е. там, где наиболее отличается от общепринятых гипотез о гидростатическом и негидростатическом распределении напряжений. Задача о распределении напряжений в таком горном массиве может быть сведена к исследованию напряженного состояния в весомой упругой однородной полуплоскости с параболическим вырезом. Рассматривается случай плоского деформированного состояния.

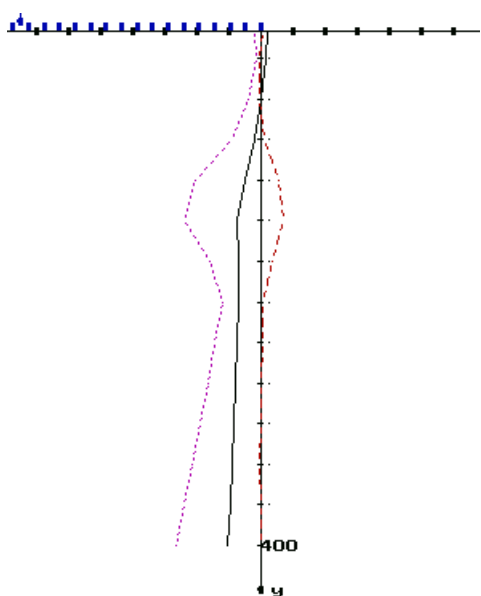


Рис.4 Зависимость напряжений в срединном вертикальном сечении массива от глубины

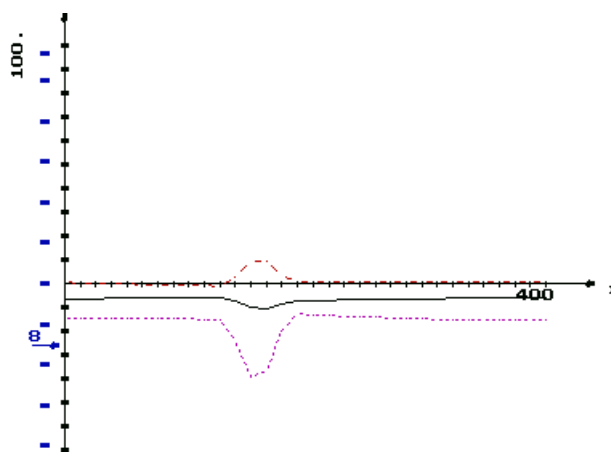


Рис.5 Распределение напряжений по горизонту на глубине 225 м

Решая эту задачу важно оценить напряженное состояние в бортах и основании глубоких каньонообразных долин, которое необходимо учитывать при строительстве крупных гидротехнических сооружений на горных реках. Под участком вреза каньона обнаружена повышенная концентрация напряжений. На рис. 6 показана зона, в которой горизонтальные напряжения превосходят вертикальные. На рис. 7 изображены графики изменения напряжения с глубиной на оси симметрии. Масштаб шкалы напряжений составляет 1,15 МПа.

Результаты численных расчетов подтверждаются известными сведениями, полученными при натуральных наблюдениях и полевых измерениях [11].

Важными факторами, влияющими на напряженное состояние в массивах горных пород, является рельеф дневной поверхности и наличие в массиве выработок. Рассмотрим напряженное состояние в весомой упругой изотропной полуплоскости с параболическим вырезом и включением в виде горизонтального слоя, в котором пройдена прямоугольная выработка. Наличие

оси симметрии позволяет рассматривать только одну половину области. В расчетах принято: размеры исследуемой области 400x400 м, глубина горного каньона 170 м, мощность пласта 8 м, $E_2=2E_1=20000$ МПа, $\nu_1=\nu_2=0,3$. Удельный вес массива и пласта 30 кН/м³. Деформированная сетка нагруженного собственным весом массива показана на рис. 8.

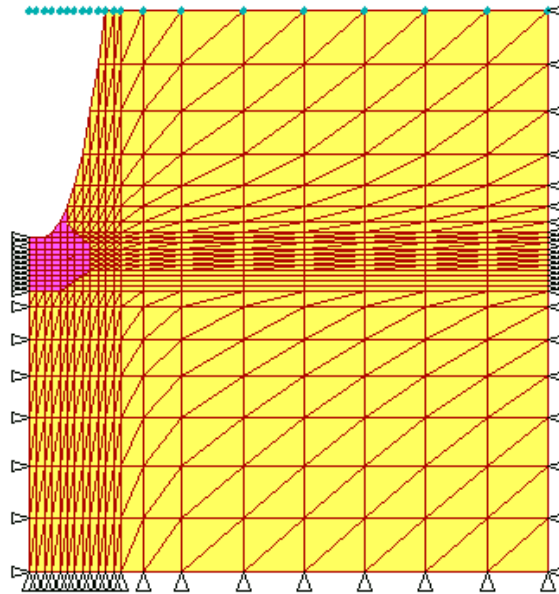


Рис.6 Область под каньоном, в которой горизонтальное напряжение превосходит вертикальное

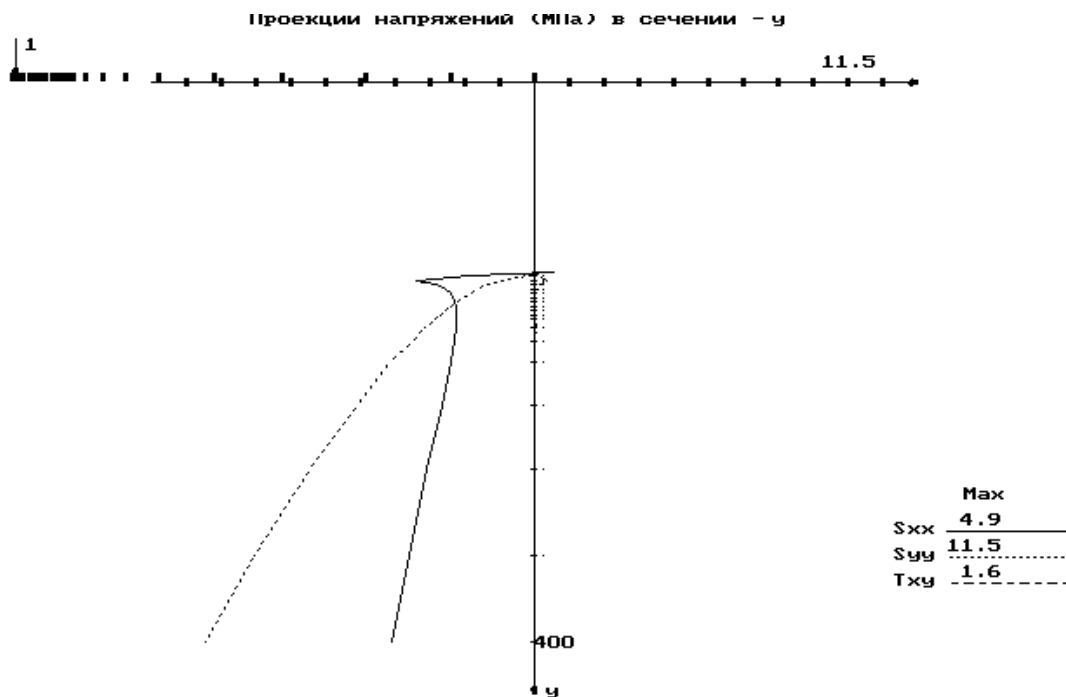


Рис.7 Зависимость напряжений под основанием каньона от глубины

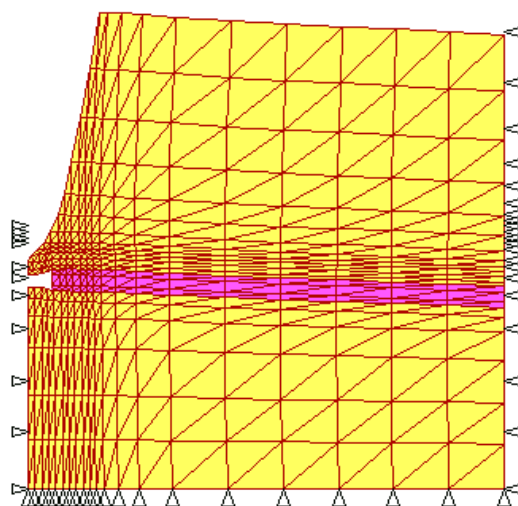


Рис.8 Деформированная сетка кусочно-однородного массива с параболическим вырезом.

На рис. 9 показано распределение напряжений σ_x (сплошная) и σ_y (пунктирная линия) по центру первого вертикального ряда примыкающего к оси симметрии. Масштаб шкалы напряжений по горизонтальной оси составляет 1,2 МПа. Расчеты показывают, что вблизи основания каньона, а также вблизи выработки действуют высокие горизонтальные напряжения, значительно превосходящие вес столба вышележащих пород.

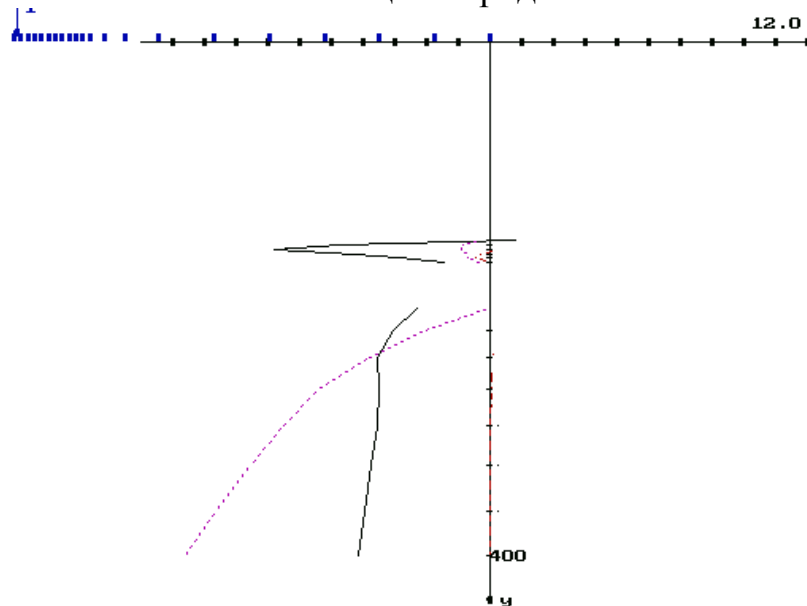


Рис.9 Зависимость напряжений σ_x и σ_y под основанием каньона с выработкой от глубины.

Результаты расчетов подтверждают известные из горной практики факты, что в выработках, расположенных под долинами, наблюдаются особенно сильные проявления горного давления в виде стреляния пород, начинающихся в кровле выработки [10,11].

Приведем еще один пример использования графового метода при расчете напряжений кусочно-однородных тел. Предположим, что на большой глубине h от дневной поверхности в пласте полезного ископаемого проведены

две горизонтальные выработки прямоугольного сечения. Такая постановка может моделировать задачу о закладке одной выработки при ее достаточно большой ширине.

Применяя известный в механике горных пород прием, горный массив в окрестности выработок считаем невесомым, но нагруженным на «бесконечности» сжимающими вертикальными усилиями интенсивности γh и горизонтальными усилиями интенсивности $\lambda \gamma h$, которые возникают на глубине h в массиве без выработок. Размеры горного массива, которые могут уточняться в процессе расчетов, выбираем так, что на его внешних границах напряжения практически совпадают с напряжениями на «бесконечности».

Оси координат направим так, чтобы по соображениям геометрической и силовой симметрии можно было рассмотреть задачу для четверти всей области. Пусть начальное напряженное состояние имеет вид $\sigma_y^0 = -5$ МПа, $\sigma_x^0 = 0,5\sigma_y$, $\tau_{xy}^0 = 0$. Предположим, что ширина выработки равна 5 м, высота 4 м, расстояние от центра выработки до вертикальной оси y равно 8,5 м. В расчетах принято $E_1=15000$ МПа, $E_2=10000$ МПа, $E_3=35000$ МПа, где E_1, E_2, E_3 – модули Юнга массива пласта и закладки соответственно, $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = 0,3$.

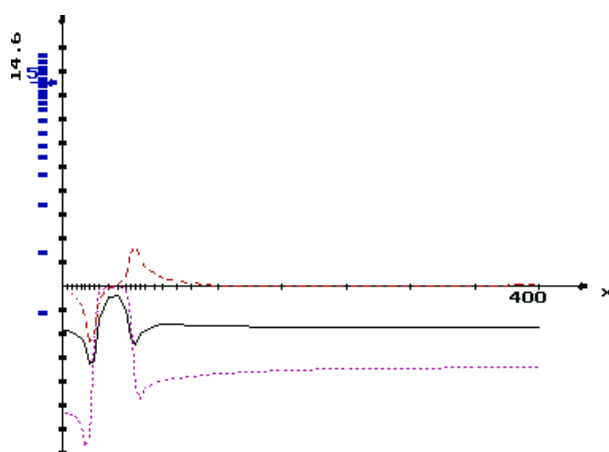


Рис.10 Напряжения вдоль линии контакта массива с закладкой и пластом.

На рис. 10 приведено распределение напряжений в массиве по первому ряду элементов, примыкающему к закладке и горизонтальному пласту. Масштаб вертикальной оси напряжений составляет 1,46 МПа. Расчеты показывают, что величина опорного давления σ_y (пунктирный график) вблизи закладки в 4, а вблизи пласта в 3 раза превосходит уровень напряжения σ_x^0 . Горизонтальное напряжения σ_x (сплошной график) качественно от поведения напряжений σ_y не отличается, но их значения в количественном измерении существенно меньше. Следует также отметить, что если касательное напряжение τ_{xy} (штриховая линия) вблизи закладки сжимающее, то вдоль пласта оно становится растягивающим. Размеры зон влияния выработки составляют около трех характерных размеров выработки, после чего напряжения практически совпадают с условиями на границе.

Литература

1. Кузовков Е.Г. Графовая модель упругой среды в декартовой системе координат // Проблемы прочности. 1993. №12. С. 60-70. DOI:10.1007/BF00774638
2. Kuzovkov E.G. Axisymmetric Graph Model of an Elastic Solid// Проблемы прочности. 1996. № 6. С. 83-103. DOI:10.1007/BF02209319
3. Тырымов А.А. Сингулярный элемент графовой модели упругой среды в декартовой системе координат //Вычислительная механика сплошных сред. - 2011. Т. 4, № 4. - С. 125-136. DOI:org/10.7242/1999-6691/2011.4.4.47.
4. Тырымов А.А. Осесимметричная графовая модель упругого тела с переменным модулем упругости. //Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. 2012. № 2. С. 103-114. DOI:10.14498/vsgtu914.
5. Тырымов А.А. Численное моделирование и анализ напряжённо-деформированного состояния анизотропного массива горных пород на основе графового метода //Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 2012. № 5. -С. 52-66. DOI:10.1134/s1062739148050061.
6. Тырымов А.А. Графовая модель трехмерных упругих тел в декартовой системе координат. //Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2016. №3. С 382-303. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.3.19
7. Курленя М.В., Серяков В.М., Еременко А.А. Техногенные геомеханические поля напряжений. Новосибирск: Наука, 2005.264 с.
8. Немировский, Ю.В., Тырымов А.А. Напряженное состояние в нетронутом массиве горных пород при наличии слоистости и искривления пластов // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 1977. - №2. С. 18-25.
9. Немировский, Ю.В., Тырымов А.А. О напряженном состоянии в нетронутых слоистых массивах с крутопадающими слоями разной мощности // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 1977. №4. С. 11-17.
10. Немировский, Ю.В., Тырымов А.А. О влиянии периодического рельефа земной поверхности на распределение напряжений в массиве горных пород // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1979. №8. С. 29-35.
11. Марков, Г.А., Савченко С.Н. Напряженное состояние пород и горное давление в структурах гористого рельефа,. Л.: Наука, 1984. 140 с.