

УДК 531.382 + 551.114

РОТАЦИОННЫЕ УПРУГИЕ ПОЛЯ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ И ВИХРЕВЫЕ РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ ДИРИХЛЕ: ТОЖДЕСТВЕННЫЕ СИСТЕМЫ?

©2005 А. В. Викулин

*Институт вулканологии и сейсмологии ДВО РАН,
Камчатский государственный университет, vik@kcs.iks.ru*

Ставится и аналитически решается задача об упругом поле, связанном с вращением блокового твердого тела; проводится построение волновой ротационной модели Земли. Показывается, что наблюдаемые движения сейсмофокальных блоков, тектонических плит, систем сдвиговых деформаций и структур растяжения - сжатия могут быть описаны в рамках такой модели. В работе приводится обзор проблемы фигур равновесия вращающихся гравитирующих жидкостей. Предполагается, что модельные ротационные тектонические движения соответствуют вихревым решениями задачи Дирихле для Земли. Обсуждаются проблемы трения и ротационной Физики Земли.

ВВЕДЕНИЕ

В связи с задачами, стоящими перед метеорологией и океанологией, в последнее время резко повысился интерес к проблеме вихревых гидродинамических движений. Получены (Алексеев и др., 2005; Борисов и др., 2003; Сидоренков, 2002а, 2000б и др.) новые фундаментальные результаты для Земли и новые данные для атмосфер других планет солнечной системы. Накопленный материал показывает, что основными движениями газовых и жидких оболочек планет являются определяемые их угловыми скоростями вращения циклоны, антициклоны, кольцевые течения, ринги и широкий спектр захваченных волн: Стокса (краевые волны), Кельвина, Россби и др. На основании большого количества фактов сделано обобщение о том, что океан и атмосфера являются, по сути, единой системой, что наиболее отчетливо проявляется эффектом квазидвухлетней цикличности атмосферы. Показано, что многие из наиболее заметных межгодовых колебаний метеорологических элементов в атмосфере и гидрологических величин в океане связаны с этим явлением (Сидоренков, 2002а).

В последние десятилетия получены фундаментальные результаты и в теории гравитационного потенциала – одном из важнейших разделов математической физики и геофизики (Кондратьев, 2003; Чандрасекхар, 1973). Успех связан, в ос-

новном, с преодолением кризиса в теории фигур равновесия, выразившегося в недооценке и в забвении проблемы Дирихле – задачи о движении вращающейся гравитирующей жидкости, фигура которой в любой момент остается эллипсоидальной (Dirichlet, 1860). Для различных сред (звезды, их скопления, галактики, ядра планет) в рамках задачи Дирихле были установлены новые решения Римана-Дедекинда (Риман, 1948), которые подтвердили вихревую природу наблюдающихся в этих средах движений. Были получены принципиально новые данные о физических свойствах исследованных сред, таких как вязкость, сжимаемость, напряженность магнитного поля и др. Таким образом, становится все более ясным и определенным понимание того, что «вихревыми» решениями задачи Дирихле - фундаментальной проблемы механики о фигурах равновесия (Кондратьев, 2003; Ламб, 2003), по сути, являются *все* движения вращающейся гравитирующей *реальной* жидкости - вязкой, сжимаемой и движущейся во взаимодействии с различными полями.

Влияние ротации на процессы, протекающие в недрах планеты, в том числе, на состояние и форму ее поверхности - несомненно. Геофизические (Кузнецов, 2000; Тяпкин, 1998) и геологические (Лукьянов, 1999; Мелекесцев, 1979; Слензак, 1972; Система..., 2003; Тектоника..., 2002) данные тоже приведены в многочисленных публикациях (Вихри..., 2004; Тверитинова, Викулин,

2005). Более того, в науках о Земле на фоне «не успехов» Новой глобальной тектоники (Пушаровский, 2005; Спорные..., 2002) резко повысился интерес именно к проблеме вихревых структур в литосфере (Вихри..., 2004; Система..., 2003; Полетаев, 2005; Тектоника..., 2002). Вихревые структуры обнаружены и на поверхностях других быстровращающихся планет солнечной системы и их спутников (Вихри..., 2004). Все эти данные позволяют «твердотельные» геолого-геофизические движения и движения океана – атмосферы объединить в один ряд явлений. Действительно, на это указывают следующие материалы.

«Твердая» Земля в течение геологических отрезков времени с достаточно хорошим приближением может рассматриваться как жидкое тело.

Далее, известно много данных (Викулин, 2003), указывающих на существование взаимосвязи между сейсмотектоническими процессами, вариациями вращения планеты, нутацией ее полюса, с одной стороны, и процессами в атмосфере, количеством осадков и уровнем моря – с другой. Оказалось, что все эти планетарного масштаба процессы взаимосвязаны, в свою очередь, с «внеземными» факторами: солнечной активностью, гелиофизическими и космическими параметрами, эклиптической долготой Луны.

Было установлено (Сидоренков, 2002б), что не только газово-жидкая оболочка планеты представляет собой единую систему. Такой, по своей сути, является система Земля - океан - атмосфера, компоненты которой совершают согласованные колебания, влияя друг на друга. Такие колебания проявляются в виде движения полюсов Земли, эффектов Эль Ниньо и Ла Ниньо в океане, Южного (в субтропической зоне южного полушария между Тихим и Индийским океанами) колебания масс воздуха и отмечавшейся выше квазидвухлетней цикличности атмосферы.

Таким образом, видим, что приведенные данные позволяют действительно все геолого-геофизические данные о вихревых движениях (структурах) рассмотреть с позиции механической задачи Дирихле, вихревые решения которой отождествлены с движениями, происходящими в реальных средах, в том числе и в геофизической среде.

Представленная статья является обзорной и постановочной. Ее основные цели, во-первых, обратить внимание на наличие *общих «вихревых»* свойств у движений, наблюдающихся в совершенно разных по своим физическим свойствам средах: в атмосфере, мировом океане и «твердых» слоях Земли, *вращение* которой и позволяет объединить их в один класс явлений. И, во-вторых, указать на возможность исследования таких движений в рамках задачи Дирихле. В этом смысле статья продолжает «вихревую» ротационно-волно-

вую направленность работ (Викулин, 2003; Вихри..., 2004; Тверитинова, Викулин, 2005).

Материал статьи излагается в следующей последовательности. Сначала приводится обзор проблемы фигур равновесия вращающихся жидкостей (1) и кратко рассматриваются вихревые структуры (движения) в геологии и геофизике (2). Ставится и решается задача об упругом поле вращающегося блокового твердого тела (3), показывается, что в рамках такой ротационной концепции оказывается возможным описать волновые сейсмотектонические явления в сейсмических поясах (4). Рассматривается вопрос об энергии тектонического процесса; формулируется вывод о том, что сейсмотектонические движения блоков и плит и движения мирового океана и атмосферы относятся к одному классу явлений (5). В заключении формулируются некоторые предварительные выводы.

1. ФИГУРА РАВНОВЕСИЯ ВРАЩАЮЩИХСЯ ТЕЛ (Краткий обзор проблемы)

Обстоятельные обзоры проблемы содержатся в классических работах (Буллен, 1978; Ламб, 2003). Согласно (Кондратьев, 2003, с. 15-37) условно можно выделить следующие этапы, характеризующие состояние теории фигур равновесия вращающейся гравитирующей жидкости.

Начальный Ньютонский этап можно связать с появлением первых фактов. В 1672 г. Рише обнаружил, что часы, верно отсчитывающие секунды в Париже (49° с.ш.), отстают приблизительно на 2,5 мин. в сутки в Кайенне (5° с.ш.), где он вынужден был укоротить маятник более чем на линию (1/12 французского дюйма). Аналогичное отставание часов позднее было замечено Вареном и Де Хэем в Горэ (15° с.ш.) и в других местах. Один из членов Парижской академии предположил, что на экваторе тело весит меньше, чем на полюсах. В 1690 г. Гюйгенс заметил, что линия отвеса направлена нормально к поверхности вращающейся самогравитирующей жидкости. Кроме того, он оценил эллиптичность e Земли (Буллен, 1978, с. 18).

Все это стимулировало деятельность Ньютона, который, как сообщают, случайно слышал об открытии Рише на заседании Королевского общества в 1682 г. Ньютон понял, что с помощью закона всемирного тяготения можно исследовать не только движение небесных тел, но и саму их форму. Он поставил знаменитую *задачу о равновесной форме гравитирующей жидкой массы, имеющей вращение вокруг оси. Эта задача и положила начало теории фигур равновесия*. Ньютон первый и определил сжатие однородной Земли:

$$\varepsilon = \frac{5}{4}m = 229^{-1}, \text{ где } m - \text{ отношение центробеж-}$$

ной силы к притяжению на экваторе. Это был несомненный успех в познании Земли и других планет.

Ученые думали и о фигуре равновесия неоднородной Земли. Не все моменты этой проблемы во времена Ньютона были ясными и понятными. Например, из популярной в то время вихревой теории Декарта (вспомним великое (!) противостояние ньютонианцев и картезианцев (Вихри..., 2004; Тверитинова, Викулин, 2005)) вытекало, что Земля, в противоположность полученному Ньютоном результату, должна напоминать огурец, стоящий на остром конце.

И только Клеро (1743) верно понял, что все дело в существовании тесной взаимосвязи между сжатием планеты и распределением вещества внутри нее. Ему первому стало ясно, что в рамках альтернативы «сплюснутость однородной фигуры (Ньютон) – сплюснутость полностью перекомпрессированной фигуры (Гюйгенс)» имеет место неравенство:

$$\frac{5}{4}m \geq \varepsilon \geq \frac{1}{2}m.$$

Ньютоновские «Начала» побудили многих математиков к занятию задачами по фигурам равновесия. Маклорен (1742 г.), последователь Ньютона, решил трудную задачу о притяжении внутри однородного сфероида. Компоненты силы притяжения оказались линейными функциями координат. Это позволило Маклорену красиво обобщить результат Ньютона доказательством, что однородно сжатый сфероид при любой сплюснутости может быть фигурой относительного равновесия вращающейся жидкой гравитирующей массы. В итоге Маклорен не только открывает равновесные жидкие сфероиды, носящие теперь его имя, но и доказывает, что внутри них полная сила тяжести всегда направлена по нормали к поверхности, проходящей через испытываемую точку и подобной границе данной фигуры. Это и есть уровенные поверхности, которые после вышедших в 1743 г. работ Симпсона и Клеро, выражаясь современным языком, являются поверхностями постоянного значения давления и полного потенциала.

Этап Якоби. Период становления теории фигур равновесия был наполнен решением важных математических задач. Лежандр ввел понятие гравитационного потенциала и разработал общую теорию притяжения однородного трехосного эллипсоида, содержащую как частный случай и результаты Маклорена. Лаплас получил знаменитое дифференциальное уравнение второго по-

рядка для потенциала вне гравитирующей массы, а Пуассон – внутри нее. Эйлер сформулировал принципы гидродинамики невязкой жидкости. Лагранж преобразовал всю механику. В результате этого подход к проблеме фигур равновесия, сформулированной Ньютоном, стал более абстрактным, что давало какой-то выигрыш в общности.

Дело касалось самого принципиального момента теории: *обязаны ли фигуры равновесия иметь осевую симметрию? Или могут существовать и фигуры с нарушением ее?* У самого Ньютона предположение об осевой симметрии было только априорным, однако почти все его последователи считали, что гипотезе об осесимметричности нет альтернативы. Все рассуждали здраво, но, увы, стандартно: раз поле центробежных сил, ответственных за появление сплюснутости вращающейся конфигурации, имеет осевую симметрию, то неизбежно такую же симметрию должна иметь и сама фигура.

Новый толчок к развитию теории дал математик Якоби (1834), указавший на возможность существования однородной фигуры равновесия в форме трехосного эллипсоида – эллипсоиды Якоби. В 1884 г. Ляпунов и годом позднее Пуанкаре совершенно независимо друг от друга открывают целый класс новых фигур равновесия, отдаленно напоминающие по форме то груши, то рубчатые дыни, волнистые патиссоны и другие фрукты и овощи. Оказалось, что в окрестности определенных сфероидов Маклорена и эллипсоидов Якоби (их множество бесконечно, хотя и счетное) существуют неэллипсоидальные фигуры относительного равновесия. Строгое доказательство существования неэллипсоидальных форм дано в начале XX века (Ляпунов, 2000).

Это блестящее достижение Ляпунова-Пуанкаре открыло новую страницу в математической физике и геофизике, сформулировало круг любопытных идей и дало толчок к развитию новых аналитических методов. Отсюда берут начало понятия о линейных сериях фигур равновесия, бифуркациях, нелинейных интегральных уравнениях. Был сделан важный шаг от идеальных поверхностей второго порядка к сложной реальности: действительно, у многих галактик, звезд и планет в их форме замечено присутствие третьих и более высоких гармоник (Пуанкаре, 2000).

Этап Дирихле (Dirichlet, 1860). Математик Дирихле внес настолько революционный вклад в основы теории фигур равновесия, что раздвинул сами границы этой дисциплины. Поставленная Дирихле проблема такова. *Дана однородная нежимаемая масса гравитирующей жидкости. Допускают ли законы гидродинамики такое движение этой массы, чтобы ее форма в любой момент оставалась эллипсоидальной, а поле скоростей жидкости – линейным по координатам?* Дирихле

поставил задачу и получил уравнения движения такого эллипсоида.

Если до Дирихле говорили исключительно о фигурах относительного равновесия, то теперь вопрос поставлен значительно шире: существуют ли однородные эллипсоиды с внутренними течениями? Фигуры же относительного равновесия – всего лишь частный случай стационарных фигур в проблеме Дирихле. Ключевым в этой проблеме является *условие линейности внутреннего поля скоростей в эллипсоидах*; только оно делает решаемой трудную динамическую задачу учета сил Кориолиса. В итоге поля сил гравитации и Кориолиса и центробежной силы в эллипсоиде оказываются линейными. Суперпозиция этих силовых полей, без которой проблема Дирихле вообще не имела бы смысла, и порождает обширное семейство возможных конфигураций, в том числе, и вихревые течения.

Дедекинд отметил *особую симметрию, присутствующую уравнениям движения эллипсоида Дирихле*. Такое свойство уравнений говорило о том, что возможно и такое движение эллипсоида, конгруэнтное исходному, которое имеет и другое поле скоростей и вращается уже с другой угловой скоростью. Другими словами, такое свойство симметрии уравнений движения *указывает на возможность существования во вращающихся средах вихревых течений*.

Самый значительный вклад в разработку идеи Дирихле внес великий математик Риман. Он впервые рассмотрел стационарные фигуры равновесия и открыл класс двухпараметрических равновесных эллипсоидов, у которых вектор угловой скорости Ω и вектор вихря внутренних течений ζ совпадают с одной из главных осей симметрии фигуры (S-эллипсоиды Римана). Класс S-эллипсоидов состоит из однопараметрических последовательностей фигур с определенным отношением $f = \zeta / \Omega$ (являющимся, как впоследствии будет показано Чандрасекхаром, своеобразным условием «квантования» получаемых решений).

Еще более удивительными являются эллипсоиды Римана (1948) с наклонным вращением (например, Земля); у таких фигур ось вращения и вектор вихря в общем случае не совпадают с главными осями эллипсоида, что значительно расширяет спектр возможных решений.

По сути, задача Дирихле явилась дальнейшим на более высоком уровне развитием идеи Декарта (1644) «о вихревых движениях, как основных движениях Материи, как системы Мира» (Тверитинова, Викулин, 2005).

Первый этап развития проблемы Дирихле прошел под знаком «бури и натиска»: ни Дедекинд, ни Риман, так много сделавший в различных областях математики и механики, к этой теме после

получения ими первых результатов так и не возвращались, и наступило долгое затишье.

Современный этап. Интерес к проблеме Дирихле был возрожден через сто лет работами по динамике звезд, выполненными С. Чандрасекхаром с сотрудниками в 60-х гг. прошлого века. За эти работы С. Чандрасекхар (совместно с У.А. Фаулером) в 1983 г. был удостоен Нобелевской премии. Важные результаты в областях астрономии, космогонии и геофизики, связанные с изучением строения и свойств звезд, звездных систем, галактик, газопылевых облаков и твердого внутреннего ядра Земли, движущегося в вязкой мантийной оболочке, в рамках проблемы Дирихле, были также получены Б.П. Кондратьевым с сотрудниками и другими коллективами исследователей (Кондратьев, 2003). Эти работы убедительно доказывают существование во вращающихся *реальных* (не идеальных!) системах внутренних движений, имеющих *вихревую* природу. И важным результатом такого рассмотрения, имеющим принципиальное значение, является возможность получения новых данных о физических свойствах сред, таких как вязкость, сжимаемость, напряженность магнитного поля и др.

Полученные данные позволили модифицировать *классическую* задачу Дирихле идеальной жидкости и, тем самым, применить ее к движению *реальных* сред (Кондратьев, 2003). Представляется, что вихревые решения модифицированной проблемы Дирихле будут в большей степени соответствовать движениям, наблюдаемым в реальных средах, включая и геофизическую среду, которая, как известно (Вихри..., 2004; Ли Сы-гуан, 1958; Поплавский, Соловьев, 2000), содержит большое количество разномасштабных вихревых геологических структур и вихревых геофизических движений.

2. ВИХРЕВЫЕ СТРУКТУРЫ В ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКЕ

Первым описал вихревые геологические структуры в 20-х годах прошлого века Ли Сы-гуан (1958). Наиболее ярким и наглядным подтверждением именно такого движения блоков земной коры являются расположенные между тектоническими плитами Пасифик на западе и Наска на востоке микроплиты Пасха и Хуан-Фернандос (протяженностью 300-400 км), изолинии на геофизических картах которых представляют собой вихревые линии. Сами же составители этих карт отмечают, что микроплита Пасха вращается против часовой стрелки со «скоростью около 15⁰/млн. лет и уже повернулась почти на 90⁰ со времени своего образования» около 5 млн. лет назад (Геолого..., 2003, с. 58-59).

Обширная библиография работ по вихревым геологическим структурам и вихревым геофизическим движениям на настоящий момент приведена в (Вихри..., 2004; Тверитинова, Викулин, 2005). Важно: многие геологи и геофизики - непосредственные исследователи этих структур (Вихри..., 2004; Дмитриевский и др., 1993; Жарков, 1983; Лукьянов, 1999; Система..., 2003; Тектоника..., 2002) отмечали, что и само существование кольцевых, вихревых, спиральных и других структур на поверхности Земли, и их динамика могут являться следствием вихревого решения задачи Дирихле (Поплавский, Соловьев, 2000; Устинова и др., 2005).

Для доказательства этого утверждения, очевидно, достаточно показать возможность существования в реальном (т.е., по М.А. Садовскому (Садовский, Писаренко, 1991), блоковом) твердом теле упругих полей, связанных с его вращением.

3. ЭНЕРГИЯ И МОМЕНТ СИЛЫ УПРУГОГО РОТАЦИОННОГО ПОЛЯ

Для блоковых геофизических сред (Садовский, Писаренко, 1991) в рамках классической теории упругости была сформулирована и аналитически решена задача о поле напряжений во вращающемся с угловой скоростью Ω твердом теле вокруг упруго связанного с ним небольшого поворачивающегося под действием внутренних источников макрообъема V (Викулин, 1990; Викулин, Иванчин, 1998). Основная идея решения такой задачи заключается в том, что когда V упруго сцеплен с окружающей его средой (матрицей), изменение направления момента импульса макрообъема приводит к появлению вокруг него упругих напряжений, которые в силу законов сохранения должны характеризоваться соответствующим компенсирующим моментом силы. Эта идея находится в полном соответствии с известным положением из теории вихрей (Сэффмэн, 2000): «завихренность пропорциональна моменту количества движения частиц». Следует отметить, что наш подход к сеймотектоническим задачам, при котором упругое поле «наследует» механический момент (или завихренность, циркуляцию), в принципе, отличается от подходов других авторов, например (Ли Сы-гуан, 1958; Mandeville, 2000; Wezel, 1986; Xie Xin-sheng, 2004).

Решение задачи проведем в три этапа (Викулин, 2003).

1. Рассмотрим две системы координат, которые повернуты друг относительно друга вокруг общей оси Y на угол β . Ось Z первой (исходной) системы координат параллельна оси вращения тела (Ω) и направлена от южного полюса к северному, ось \tilde{Z} второй системы параллельна моменту импульса блока V после его поворота на

угол β . Начала обеих систем координат находятся в центре масс области V (рис. 1).

Для определения величины упругих напряжений, возникающих вокруг поворачивающегося блока V , применим следующий мысленный эксперимент.

Сначала останавливаем вращение объема V , прикладывая упругие напряжения σ_1 с моментом силы K_1 , направленным в отрицательном направлении оси \tilde{Z} . При этом считаем, что кинетическая энергия вращения области V полностью переходит в потенциальную энергию упругих напряжений σ_1 . Затем, прикладывая упругие напряжения σ_2 с моментом силы K_2 , направленным вдоль оси Z , блок V опять раскручиваем до скорости вращения тела (рис. 1).

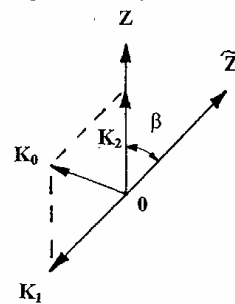


Рис. 1. Две системы координат, повернутые относительно общей оси на угол β . Ось Z параллельна оси вращения тела и направлена от его южного полюса к северному.

Другими словами, когда тормозим область V , ее кинетическая энергия вращения

$$W = 1/2 I \Omega^2 \quad (1)$$

переходит в упругую энергию, определяемую тензором напряжений σ_1 , а когда раскручиваем - мы создаем точно такую же кинетическую энергию, но за счет упругих напряжений σ_2 .

Рассмотрим случай, когда объем V представляет собой однородный шар, момент инерции I которого, как известно, не зависит от выбора оси вращения. Тогда равенство кинетической и потенциальной энергий приводит к соотношению $|K_1| = |K_2|$. При этом разность этих векторов и является искомым моментом силы K_0 , возникающим в результате поворота блока V в неинерциальной системе: $K_0 = K_2 - K_1$. Его модуль получаем из теоремы косинусов:

$$|K_0| = 2 |K_1| \sin \beta / 2 \quad (2)$$

2. Искомое поле упругих деформаций U , как известно (Ландау, Лифшиц, 2003), должно удовлетворять уравнению упругого равновесия:

$$\text{grad div } U - a \cdot \text{rot rot } U = 0 \quad (3)$$

с нулевыми граничными условиями на бесконечности:

$$U \rightarrow 0 \text{ при } r = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{1/2} \rightarrow \infty \quad (4)$$

с действующей на объем V силой, равной нулю:

$$F_i = \oint \sigma_{ij} dS_j = 0 \quad (5)$$

и моментом силы, не зависящим от размера блока V :

$$K_i = \oint x_k e_{ikl} \sigma_{lj} dS_j \neq f(R_0), \quad (6)$$

где $a=(1-2\nu)/2(1-\nu)$, ν - коэффициент Пуассона, R_0 - радиус области V , e_{ikl} - индекс Леви-Чивита.

Решением задачи (3) - (6) в сферической системе координат (r, φ, ν) с началом $r = 0$ в центре шарового объема V в области $r \geq R_0$, являются поля смещений U и напряжений σ

$$U_r = U_\theta = 0, \quad U_\varphi = -3Ar^2 \sin \nu, \quad (7)$$

$$\sigma_{r\varphi} = \sigma_{\varphi r} = 3/2AGr^3 \sin \nu, \quad (8)$$

где G - модуль сдвига, A - константа, которая будет определена ниже. Остальные компоненты тензора напряжений равны нулю.

Подставляя (8) в (6) для момента силы упругого поля, получаем:

$$K_{Iz} = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \sigma_{r\varphi} r^3 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = 3p^2AG. \quad (9)$$

Остальные компоненты момента силы равны нулю $K_{Ix} = K_{Iy} = 0$ (рис. 1).

3. Интегрируя плотность энергии упругих деформаций $W = \sum \{ \lambda / 2 (\varepsilon_{ij} \delta_{ij})^2 + G \varepsilon_{ij}^2 \}$, где λ - модуль всестороннего сжатия, ε_{ij} - деформация и δ_{ij} - символ Кронекера, по всему объему тела и считая его несжимаемым, получим величину упругой энергии, созданной моментом силы K_I :

$$W = 9/2A^2G \int_{R_0}^{\infty} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} r^{-4} \sin \vartheta dr d\vartheta d\varphi = 4\pi A^2 GR_0^{-3}. \quad (10)$$

Приравнявая ее кинетической энергии (1) и учитывая, что момент инерции шара равен $I = 8/15\pi\rho R_0^5$, где ρ - плотность вещества, получаем следующее выражение для A :

$$A = R_0^4 \Omega \sqrt{\frac{\rho}{15G}}. \quad (11)$$

С учетом (2) получаем для момента силы упругого поля вокруг блока, направленного перпендикулярно плоскости его поворота:

$$K = -6\pi^2 \Omega R_0^4 \sqrt{\frac{\rho G}{15}} \sin \beta / 2, \quad (12)$$

величины упругой энергии:

$$W = 16/15\pi\rho\Omega^2 R_0^5 \sin^2 \beta / 2, \quad (13)$$

поля смещений: $U_r = U_\theta = 0$,

$$U_\varphi = -3\Omega R_0^4 r^{-2} \sqrt{\frac{\rho}{15G}} \sin \vartheta \sin \beta / 2, \quad r \geq R_0 \quad (14)$$

и напряжений:

$$\sigma_{r\varphi} = \sigma_{\varphi r} = 3/2\Omega R_0^4 r^{-3} \sqrt{\frac{\rho G}{15}} \sin \vartheta \sin \beta / 2,$$

$$r \geq R_0. \quad (15)$$

Остальные компоненты напряжений равны нулю.

Оценки. При параметрах модели: $\rho = 3 \text{ г/см}^3$, $G = 10^{11} \text{ н/м}^2$, $\Omega = 7,34 \cdot 10^{-5} \text{ рад/с}$, $R_0 \approx 100 \text{ км}$, соответствующих сейсмофокальным блокам земной коры, для сильнейших (с магнитудами $M \approx 8$) землетрясений из соотношений (12) - (15) получаем: $U_0 \approx 10 \text{ м}$; $\sigma_0 \approx 100 \text{ бар}$; $W_0 \approx 10^{16+18} \text{ дж}$; $K_0 \approx 10^{28+30} \text{ дин}\cdot\text{см}$, которые по порядку величины близки реально регистрируемым при таких землетрясениях смещениям, сброшенным напряжениям, упругой энергии и сейсмическому моменту соответственно. Эти значения достигаются при угле поворота блока (очага землетрясения) $\beta_0 \approx U_0/R_0 = 10^{-4} \text{ рад}$. При продолжительности сейсмического цикла (при повторяемости сильнейших землетрясений в одном месте) около 100 - 1000 лет для скорости поворота блока получим «механическую» оценку $10^{-(4+6)} \text{ град/год}$, которая близка скорости вращения микроплиты Наска (Геолог..., 2003) и вообще «геологическим» скоростям вращения блоков и плит земной коры (Зоненшайн, Савостин, 1979).

4. РОТАЦИОННЫЕ СЕЙСМОТЕКТОНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ

Рассмотрение совокупности блоков привело к следующей модели сейсмотектонического процесса (Викулин, 2003).

Для модели двух поворачивающихся блоков аналитически определена энергия их взаимодействия и показан дальнедействующий характер такого взаимодействия, что позволило перейти к рассмотрению цепочки блоков - протяженного сейсмического пояса. Уравнение движения цепочки блоков было получено в виде синус-Гордона (СГ) уравнения с характерной скоростью ротационного процесса (Викулин, Иванчин, 1998):

$$c_0^2 = \frac{3\sqrt{15}}{8\pi^2} \Omega R_0 \sqrt{\frac{G}{\rho}} \approx V_R V_S. \quad (16)$$

Здесь V_S и V_R - скорость поперечных сейсмических волн и центробежная скорость соответственно, откуда следует, что упругие поля, возникающие вокруг поворачивающихся сейсмофокальных блоков (очагов землетрясений), определяются величиной угловой скорости вращения планеты. Отсюда и название модели, данное ей авторами - ротационная модель. При принятых выше модельных параметрах характерное для ротационной модели

значение скорости, по сути, является тектоническим:

$$c_0 \approx 1 \text{ см/сек}, \quad (17)$$

что позволяет принять: в рамках ротационной волновой модели можно проводить описание единого по сути сейсотектонического планетарного процесса.

Анализ имеющихся данных о скоростях миграции землетрясений показал, что существует две зависимости, которые в рамках СГ уравнения можно интерпретировать как солитоны (soliton, s) – уединенные тектонические волны и экситоны (exiton, e) – волны миграции форшоков и афтершоков в очагах землетрясений (Викулин, 2002; Викулин, Иванчин, 1998):

$$E_s \approx V_s^5, V_s < c_0; E_e \approx V_e^2, V_e > c_0. \quad (18)$$

«Предельным» экситоном при магнитудах мигрирующих фор-афтершоков (M_{af}) стремящихся к магнитуде сильнейшего землетрясения (M_{cs}):

$$M_{af} \rightarrow M_{cs} \approx 8, \text{ т.е. } V_e \rightarrow V_{max} \approx V_s \approx 4 \text{ км/сек},$$

является само сильнейшее землетрясение. Другими словами, ротационная волновая модель, фактически, «содержит» внутри себя и ротационную модель очага землетрясения (Викулин и др., 2000). Согласно представлениям ротационной волновой модели сильнейшее землетрясение по своей сути является результатом коллективного (самосогласованного) взаимодействия всех сейсмофокальных блоков, слагающих сейсмические пояса планеты.

5. ЭНЕРГИЯ ТЕКТОНИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

«Закрученные» структуры на геологических и тектонических картах разного масштаба часто проявляются в виде разновозрастных систем сдвиговых деформаций, которые наблюдаются и вдоль границ структур, и в пределах их внутренних областей в виде спиралевидных (кольцевых или дуговых) и вихревых (в том числе радиальных) структурно-кинематических и тектонодинамических рисунков. Повсеместно наблюдающиеся на геологических и тектонических картах чередования разномасштабных структур растяжения или сжатия можно рассматривать как региональные, мегарегиональные и планетарные зоны сдвиговых деформаций. Объяснить наблюдаемую картину деформаций можно, например, с помощью гипотезы об общепланетарном правозакрученном полярном вихре (Тверитинова, Викулин, 2005).

Многочисленные данные о вращательном движении плит, платформ и блоков за последние 150 - 165 млн. лет приведены в работах (Вихри..., 2004;

Тверитинова, Викулин, 2005). В этих же работах приведены известные на настоящий момент данные о скоростях V движения плит, протяженности границ которых известны ($N=61$). Анализ этих данных показал существование двух механизмов, определяющих величины энергий движения тектонических плит:

$$E_1 \approx V_1^{(2-3)}, \tau_1 = 150 \text{ млн. лет}; E_2 \approx V_2^{(4-5)}, \Delta\tau_2 = 5 - 33 \text{ млн. лет}. \quad (19)$$

Первая зависимость характеризует такие движения плит, которые ответственны за перемещения в течение всего интервала наблюдений продолжительностью 150-165 млн. лет, вторая – «дифференциальные» движения, которые оказались возможным выявить по номерам магнитных аномалий в пределах небольших интервалов времени продолжительностью 5-33 млн. лет.

Сравнение зависимостей (18) и (19) позволяет сформулировать три вывода.

Во-первых, движение каждого из ансамблей, состоящих только из сейсмофокальных блоков (18) или только из тектонических плит (19), качественно описывается одинаковыми механизмами. При этом движение плит в течение длительных интервалов времени (первая зависимость в (19)), соответствует экситонному движению (второй зависимости в (18)); энергия плиты в этом случае определяется выражением, характерным для кинетической энергией движущегося тела, пропорциональной квадрату скорости движения. Движение плит в течение коротких интервалов времени (вторая зависимость в (19)), в том числе в периоды их «рождения», соответствует вихревому солитонному движению (первой зависимости в (18)), что и подтверждается приведенными выше данными для микроплит Наска и Хуан-Фернадос. Энергия «вихревого» решения, пропорциональная пятой степени скорости движения плиты и значительно превышающая энергию первого, «кинетического» решения соответствует механизму ротационного самосогласованного взаимодействия всех тектонических плит планеты.

Во-вторых, в рамках ротационной волновой модели можно описать движение всего ансамбля, состоящего из блоков, тектонических плит, платформ и других геолого-геофизических образований и движений (течений).

И, в-третьих, сейсотектонические движения и геологические течения (структуры), рассматриваемые в совокупности, относятся к такому же классу явлений, как и движения мирового океана (течения, ринги, волны Стокса, Кельвина, Россби и др.) и атмосферы (циклоны, антициклоны, смерчи, тайфуны).

НЕКОТОРЫЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ВЫВОДЫ

1. В работе, на основании строго аналитически решенной механической задачи об упругом поле напряжений, связанном с вращением твердого тела и его блоковым строением, построена волновая ротационная модель. В рамках такой модели оказалось возможным количественно описать самосогласованные движения всего ансамбля, состоящего из блоков, тектонических плит, «закрученных» разновозрастных систем сдвиговых деформаций, региональных, мегарегиональных и планетарных структур растяжения и сжатия. Другими словами, упругое поле в ротационной волновой модели, фактически, представляет собою самосогласованное тектоническое поле планетарного масштаба, которое, с одной стороны, отражает состояние поверхности всей Земли, с другой – определяется величиной угловой скорости ее вращения. В рамках ротационной волновой модели нашло свое объяснение и явление нутации полюса Земли - колебания Чандлера (Vikulín, Krolevets, 2002).

Ротационные сейсмотектонические (*см*) волны (18), длина которых близка протяженностям сейсмофокальных блоков (очагов сильнейших землетрясений, $\lambda_{cm} \approx R \approx 100$ км), «по определению», имеют поворотную поляризацию, а остающиеся на поверхности следы их воздействия на породы часто представляют собой спиралеобразные, вихревые, кольцевые и другие далеко не прямые линии. Как видим, имеет место более чем «прозрачная» аналогия между сейсмотектоническими волнами и океаническими захватными волнами (*зв*). Такие волны существуют в краевых областях океана (часто располагающимися над сейсмическими поясами), имеют длину порядка $\lambda_{зв} \approx 100$ км ($\approx \lambda_{cm}$) и их вихревая поляризация четко прослеживается фиксируемыми течениями и, в том числе, рисунками поверхности ледяного покрова (Алексеев и др., 2005). В этой связи ротационные тектонические (*пт*) волны (19), характерные длины которых соизмеримы с размерами тектонических плит $\lambda_{cm} \approx 10^2$ - 10^4 км так же могут быть ассоциированы с атмосферными вихрями, размеры которых согласно (Алексеев и др., 2005) составляют для циклонов (*ц*) - антициклонов $\lambda_{ц} \approx 10^2$ - 10^3 км и тропических (*т*) ураганов - $\lambda_{cm} \approx 10^3$ - 10^4 км.

Таким образом, геофизические и геологические данные подтверждают и дополняют выводы метеорологов и океанологов о существовании взаимосвязанной системы Земля-океан-атмосфера.

Полученные результаты позволяют предположить, что все поля, включающие движение полюсов, геологические структуры, сейсмотектонические движения, океанические и метеорологические течения и волны, а так же связанные колебания в

системах океан-атмосфера и Земля-океан-атмосфера объединены тем единым по своей *ротационной* природе геофизическим по-лем, которое и определяет состояние поверхности Земли. Такое поле, по определению, и должно быть решением соответствующей модифицированной задачи Дирихле о фигуре гравитирующей массы с реальными физическими свойствами, та-кими как вязкость, сжимаемость и напряженность геофизических полей.

В рамках такой задачи о ротационном поле Земли, очевидно, находит свое ясное понимание как установленная взаимосвязь между планетарными атмосферными явлениями и землетрясениями (Сытинский, 1997), так и зафиксированные колебания систем океан-атмосфера и Земля – океан - атмосфера (Сидоренков, 2002 а, б). И, наоборот: как и для сильнейших землетрясений, являющихся результатом коллективного взаимодействия всех сейсмофокальных блоков литосферы, для наиболее интенсивных уединенных атмосферных вихрей можно сформулировать следующую гипотезу. Тайфуны и тропические циклоны, как наиболее интенсивные движения в системе Земля – океан - атмосфера, так же следует считать явлениями, в подготовке и реализации которых участвуют вся атмосфера Земли и значительная часть как ее мирового океана, так и, по-видимому, литосферы.

2. Для вихревых решений задачи Дирихле было доказано существование трех интегралов, выражающих сохранение энергии, момента вращения и циркуляции (Кондратьев, 2003, с. 27; Риман, 1948). Такое свойство вихревых решений позволяет сформулировать следующую принципиальной важности задачу, решение которой, по-видимому, следует искать в рамках модифицированной проблемы Дирихле: *какую же природу имеет вязкость (внутреннее трение)?*

Согласно (Физический..., 1983, с. 99) вязкость - как сопротивление к перемещению одной части тела относительно другой, была определена Ньютоном для плоскопараллельного течения в рамках классической физики, для которой, как известно, выполняются законы сохранения энергии, импульса и *момента импульса*. В случае же геофизических процессов, в которых «прямолинейные» процессы отсутствуют в принципе и в которых, как показано выше, преобладают вихревые движения (течения), должны выполняться законы сохранения энергии, момента вращения и *циркуляции*. Механические различия между выделенными курсивом законами сохранения, по-видимому, и должны будут определить различия между понятиями «плоскопараллельной» по Ньютону и «вихревой» «по Дирихле» вязкостями.

Следует отметить, имеется много указаний на то, что

некоторые геологические и геофизические процессы часто протекают в средах, которые должны были иметь «нулевую» (Аносов и др., 2004) или отрицательную (Алексеев и др., 2005) вязкости.

3. Полученные в работе результаты позволяют предложить другой подход к решению задач, стоящих перед Физикой Земли как единого раздела науки, все составляющие дисциплины которого между собой тесно взаимосвязаны. Возможность такого подхода к Физике Земли обсуждалась и ранее. В работе (Тяпкин, 1998) с этой целью предложены «новая ротационная гипотеза структурообразования» и «новая модель геоизостазии», в работе (Кузнецов, 2000) - «модель горячей Земли» и «принцип минимизации – основной закон эволюции планет». Полученные в настоящей работе результаты позволяют в качестве основополагающей предложить теорию потенциала, развиваемую в рамках задачи Дирихле.

За основу при построении новой Физики Земли можно было бы взять *вихревую геодинамику литосферы*. Это направление, фактически, уже разрабатывается многими исследователями. См. три обзоры в (Викулин, 2003, 2004; Вихри..., 2004) и работы (Викулин, 2002; Викулин и др. 2000; Дмитриевский и др., 1993; Лукьянов, 1999; Полетаев, 2005; Поплавский, Соловьев, 2000; Пущаровский, 2005; Система..., 2003; Тверитинова, Викулин, 2005; Тектоника..., 2002; Устинова и др., 2005). Из данных этих и многих других работ следует, что высока значимость вращательных движений для всех дисциплин Науки о Земле как, впрочем, и других планет и их спутников солнечной системы. Это позволяет предположить, что учет всего спектра вращательных эффектов, включая и геодинамо - вихревые движения во внешнем ядре Земли (Глацмайер, Олсон, 2005), действительно может быть положен в основу *новой ротационной физики Земли* (Викулин, 2004). В рамках такой физики естественной становится волновая природа геофизических, тектонических и геологических процессов, включая пульсации Земли, волновые явления в системах океан - атмосфера и Земля – океан – атмосфера и «геологические» и «геофизические» процессы, протекающие на других планетах солнечной системы в течение всей ее жизни.

Представляется, что построение ротационной физики Земли, охватывающей все ее основные ныне существующие разделы, а также и, возможно, новые, дело не такого уж и далекого будущего.

Автор признателен И.В. Мелекесцеву и Г.М. Водичару за прочтение рукописи статьи, ее обсуждение и ценные замечания.

Список литературы

Алексеев В.В., Киселева С.В., Ланно С.С. Лабораторные модели физических процессов в атмос-

фере и океане. М.: Наука, 2005. 312 с.

Аносов Г.И., Колосков А.В., Флеров Г.Б. Особенности проявления ультрамафитов камчатского региона с позиций вихревой геодинамики // Вихри в геологических процессах. Петропавловск-Камчатский: КГПУ. 2004. С. 129-200.

Борисов А.В., Мамаев И.С., Соколовский М.А. Фундаментальные и прикладные проблемы теории вихрей. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2003. 704 с.

Буллен К.Е. Плотность Земли. М.: Мир. 1978. 442 с.

Викулин А.В. Феноменологическая волновая модель сейсмического процесса // Доклады АН СССР. 1990. Т. 310. №4. С. 621-824.

Викулин А.В. Уединенные тектонические волны поворотной деформации как результат вращения планеты // Геофизический журнал. 2002. №4. Т. 24. С. 90-101.

Викулин А.В. Физика волнового сейсмического процесса. Петропавловск-Камчатский: КГПУ. 2003. 150 с.

Викулин А.В. Введение в физику Земли. Учебное пособие для геологических, геофизических и географических специальностей вузов. Петропавловск-Камчатский: КГПУ. 2004. 240 с.

Викулин А.В., Быков В.Г., Лунева М.Н. Нелинейные волны деформации в ротационной модели сейсмического процесса // Вычислительные технологии. 2000. Т. 5. № 1. С. 31-39.

Викулин А.В., Иванчин А.Г. Ротационная модель сейсмического процесса // Тихоокеанская геология. 1998. Т. 17. № 6. С. 94-102.

Вихри в геологических процессах. Петропавловск-Камчатский: КГПУ. 2004. 297 с.

Геолого-геофизический атлас Тихого океана. М.-СПб: Межправительственная океанографическая комиссия. 2003. 120 с.

Глацмайер Г., Олсон Р. Изучение геодинамо // В мире науки. 2005. № 7. С. 29-35.

Дмитриевский А.Н., Володин И.А., Шипов Г.И. Энергоструктура Земли и геодинамика. М.: Наука, 1993. 154 с.

Жарков В.Н. Внутреннее строение Земли и планет. М.: Наука, 1983. 416 с.

Зоненшайн Л.П., Савостин Л.А. Введение в геодинамику. М.: Наука, 1979.

Кондратьев Б.П. Теория потенциала и фигуры равновесия. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2003. 624 с. <http://shop.rcd.ru>

Кузнецов В.В. Физика горячей Земли. Новосибирск. 2000. 365 с.

Ламб Г. Гидродинамика. Москва-Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”. 2003. Т. 2. 482 с.

Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 2003. 246 с.

Ли Сы-гуан. Вихревые структуры Северо-Западного Китая М.-Л.: Госгеолтехиздат, 1958. 130 с.

- Лукьянов А.В.* Нелинейные эффекты в моделях тектогенеза // Проблемы геодинамики литосферы. М.: Наука, 1999. С. 253-287.
- Ляпунов А.М.* Общая задача об устойчивости движения. Череповец: Меркурий-ПРЕСС, 2000. 386 с.
- Мелекесцев И.В.* Вихревая вулканическая гипотеза и некоторые перспективы ее применения // Проблемы глубинного магматизма. М.: Наука, 1979. С. 125-155.
- Полетаев А.И.* Ротационная тектоника земной коры // Тектоника земной коры и мантии. Тектонические закономерности размещения полезных ископаемых. Материалы XXXVIII Тектонического совещания. М.: ГЕОС, 2005. Т. 2. С. 97-100.
- Поплавский А.А., Соловьев В.Н.* Проблемы сейсмичности Дальнего Востока. Петропавловск-Камчатский: КОМСП ГС РАН, 2000. С. 235-242.
- Пуанкаре А.* Фигуры равновесия жидкой массы. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. 208 с.
- Пуцаровский Ю.М.* Глобальная тектоника в перспективе // Тектоника земной коры и мантии. Тектонические закономерности размещения полезных ископаемых. Материалы XXXVIII Тектонического совещания. М.: ГЕОС, 2005. Т. 2. С. 121-123.
- Риман Б.* О движении жидкого однородного эллипсоида. М.Л.: Гостехиздат, 1948. 339 с.
- Садовский М.А., Писаренко В.Ф.* Сейсмический процесс в блоковой среде. М.: Наука, 1991. 96 с.
- Сидоренков Н.С.* Атмосферные процессы и вращение Земли. СПб.: Гидрометеоздат, 2002а. 200 с.
- Сидоренков Н.С.* Физика нестабильностей вращения Земли. М.: Физматлит, 2002б. 384 с.
- Система планета Земля.* (Нетрадиционные вопросы геологии). XI научный семинар. 3-5 февраля 2003 г. Материалы. М.: МГУ, 2003. 336 с.
- Слензак О.И.* Вихревые системы литосферы и структуры докембрия. Киев: Наукова Думка, 1972. 182 с.
- Спорные вопросы тектоники плит и возможные альтернативы / Ред. В.Н. Шолпо. М.: ИФЗ РАН, 2002. 236 с.
- Сытинский А.Д.* О планетарных атмосферных возмущениях во время сильных землетрясений // Геомагнетизм и астрономия. 1997. Т. 37. №2. С. 132-137.
- Сэффмэн Ф.Дж.* Динамика вихрей. М.: Научный мир, 2000. 376 с.
- Тверитинова Т.Ю., Викулин А.В.* Геологические и геофизические признаки вихревых структур в геологической среде // Вестник КРАУНЦ. Серия наук о Земле. 2005. № 5. С. 59-77.
- Тектоника и геофизика литосферы. Материалы XXXV Тектонического совещания. М.: ГЕОС, 2002. Т. 1. 368 с. Т. 2. 378 с.
- Тяпкин К.Ф.* Физика Земли. Киев: Вища школа, 1998. 310 с.
- Чандрасекхар С.* Эллипсоидальные фигуры равновесия. М.: Мир, 1973. 328 с.
- Устинова В.Н., Вылцан И.А., Устинов В.Г.* О пространственном и временном развитии циклически протекающих событий на Земле по геофизическим данным // Геофизика. 2005. № 3. С. 65-71.
- Физический энциклопедический словарь. М.: Сов. энциклопедия, 1983. 928 с.
- Фридман А.М.* Из жизни спиральных галактик // В мире науки. 2005. № 1. С. 71-79.
- Dirichlet G.L.* Untersuchungen uber ein Problem der Hydrodynamik // J. Reine Angew. Math. 1860. V. 58. P. 801.
- Forsyth D., Uyeda S.* On the relative importance of the driving forces of plate motion // Geophys. J. R. Astr. Soc. 1975. V. 43. P. 163-200.
- Mandeville M.W.* An outline of the principles of vortex tectonics. 2000. <http://www.aa.net/~mwm>
- Vikulin A.V., Krolevets A.N.* Seismotectonic processes and the Chandler oscillation // Acta Geophysica Polonica. 2002. V. 50. N. 3. P. 395-411.
- Wezel F.S.* The Pacific island arcs: produced by post-orogenic vertical tectonics? // The origin of arcs. Elsevier, Amsterdam. 1986. P. 529-566.
- Xie Xin-sheng.* Discussion on rotational tectonics stress field and genesis of circum-Ordos landmass fault system // Acta Seismol. Sinica. 2004. V. 17. №4. P. 464-472.

ROTATION ELASTIC FIELDS IN SOLID BODY AND VORTEX DECISIONS OF DIRICHLET'S PROBLEM – IDENTICAL SYSTEMS?

A. V. Vikulin

*Institute of Volcanology & Seismology FED RAS, Petropavlovsk-Kamchatsky,
Kamchatka State University, vik@kcs.iks.ru*

The proposition about rotation-elastic field in rotating block's solid is stated and is resolved analytically. Rotating wave model of Earth's seismotectonic process is resolved. It is shown that the movements of blocks, of tectonic plates, of geological displacement structures may be described in frame of such model. The review of equilibrium figures of rotating gravitating fluids is given. It is supposed that modeling rotational tectonic movements corresponded the vortex decisions of Dirichlet's problem for the Earth. The problems of the friction and of the rotational physics of the Earth are discussed.