

УДК 532.783

ФИЛЬТРАЦИОННОЕ ТЕЧЕНИЕ В МАССИВЕ С РАДИАЛЬНО-АНИЗОТРОПНЫМИ ЗОНАМИ И ПРОТЯЖЕННОЙ ЛИНИЕЙ СБРОСА

© 2014 г. Х.С. Лайпанов

Лайпанов Хамит Сулейманович – кандидат физико-математических наук, профессор, кафедра физики, Карачаево-Черкесский государственный университет им. У. Д. Алиева, ул. Ленина, 29, г. Карачаевск, КЧР, 369202, e-mail: Laipanov-777@mail.ru.

Laipanov Khamit Suleymanovich – Candidate of Physical and Mathematical Science, Professor, Department of Physics, Aliyev Karachi-Cherkess State University, Lenin St., 29, Karachayevsk, Karachi-Cherkessian Republic, Russia, 369202, e-mail: Laipanov-777@mail.ru.

Решается задача фильтрации в среде, расположенной на полуплоскости, ограниченной линией сброса, изрезанной полукольцевой трещиной на радиально-анизотропные зоны. Полученные результаты представлены в самом общем виде, позволяющем построить любые течения в 32 различных нефтяных и водоносных пластах. Иллюстрация информативности полученных результатов производится исследованием влияния геометрических и физических параметров массивов на дебит скважины.

Ключевые слова: фильтрация, среда, контур, жидкость, трещина, массив, нефтеносный, водоносный, полуплоскость, пласт.

In the article the problem of filtration in the medium, situated on the half-plane, restricted by the fault line, cut by half-ring rift on the radial-anisotropic zones, is solved. Results received are represented in the most general view, allowing to build any streams in 32 different oil- and water-bearing strata. Illustration of the informativeness of the received results is carried out by the searching of the influence of the geometric and physical parameters of the massifs on the oil-well debit.

Keywords: filtration, medium, contour, liquid, rift, massif, oil-bearing, water-bearing, half-plane, stratum.

В статье решается задача плоскопараллельной фильтрации в среде

$$\left[D_1^+(k_{1r}, k_{1\theta}), \overline{D_3^-(k_{3r}, k_{3\theta}); (k_{4r}, k_{4\theta})} \right], \quad (1)$$

расположенной на верхней полуплоскости, ограниченной снизу прямолинейным контуром полностью непроницаемой поверхности (линией сброса) $L_x(k=0)$ и изрезанной полукольцевой трещиной $\overline{}$ на две группы кусочно-однородных радиально-анизотропных зон (рис. 1).

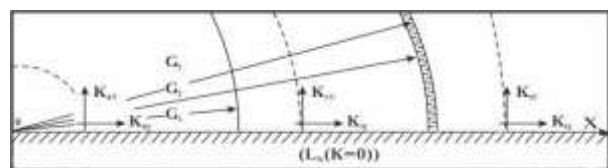


Рис. 1. Фильтрационная среда (1), расположенная на верхней полуплоскости, ограниченной снизу линией сброса $L_x(k=0)$ и изрезанной полукольцевой трещиной на две группы кусочно-однородных радиально-анизотропных зон

Пусть комплексный потенциал

$$w_0 = f(z) \tag{2}$$

имеет гидродинамические особенности в зоне $D_1^+(\sqrt{k_{1r}, k_{1\theta}})$. Тогда в однородной среде с нижней границей $L_x(k=0)$, согласно [1], течение будет описываться комплексным потенциалом

$$F(z) = f(z) + \bar{f}(z), \tag{3}$$

где $f(z)$ – заданное течение; $\bar{f}(z)$ – течение с гидродинамическими особенностями, соответствующими зеркальным изображениям заданных особенностей относительно границы $L_x(k=0)$.

Применение общих соотношений [2] к течению (3) позволяет определить величины, в которых под общими выражениями течений $w_1^+(z_1)$, $w_2^-(z_2)$, $w_3^-(z_3)$, $w_4^-(z_4)$ можно подразумевать любое конкретное течение.

$$\begin{aligned} w_1^+ &= \Phi(z_1) - m_1 \bar{\Phi}(a_1^2 z_1^{-1}) + m_2 \left[\sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_{01} \bar{\Phi}_1(z_1) + \bar{C}_1 \right]; \\ w_2^- &= m_3 \sum_{n=0}^{\infty} \bar{A}_{01} \bar{\Phi}_1(z_2) + \\ &+ m_3 \left[\sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_{01} \bar{\Phi}_1(z_2) + \bar{C}_2 + \bar{C}_2 \right]; \\ w_3^- &= m_4 \left[\sum_{n=0}^{\infty} \bar{A}_{01} \bar{\Phi}_1(z_3) + \bar{C}_3 \right]; \\ w_4^- &= m_5 \left[\sum_{n=0}^{\infty} \bar{A}_{01} \bar{\Phi}_1(z_4) + \bar{C}_4 \right]. \end{aligned} \tag{4}$$

Обратим внимание на однородный массив с коэффициентом фильтрации k_1 , ограниченный снизу границей $L_x(k=0)$, изрезанный полукольцевой трещиной $\bar{f}(k_2)$ на зоны $D_1^+(k_1)$ и $D_1^-(k_1)$. Соответствующая фильтрационная среда

$$\left[D_1^+(k_1), \bar{f}, D_1^-(k_1) \right] \tag{5}$$

является одной из 32 возможных частных случаев массива (1) [3]. Из множества конкретных течений выделим сток

$$-\frac{2\pi}{Q} f(z) = \ln(z - z_0) \tag{6}$$

мощностью Q , имеющий прикладное значение при решении многих технических задач. В частности, течение (6) имитирует в безграничной изотропной среде работу эксплуатационной скважины. Предположим, что сток (6) расположен в точке z_0 зоны $\bar{D}_1^+(k_1)$ массива (рис. 2). Контур питания находится на расстоянии R от центра скважины z_0 . Контур скважины является окружностью малого радиуса r . Обозначим значения потенциала скорости (функции напора) на контуре питания и на контуре скважины соответственно через φ_0 и $\varphi_{\bar{N}}$. Используя известную модель

[4], определим дебит скважины Q по величине разности напоров φ_0 и $\varphi_{\bar{N}}$ в 2 точках, принадлежащих контуру питания и контуру скважины.

$$z = x_0 + i(y_0 + R) \quad (R > |z_0|); \tag{7}$$

$$z = x_0 + i(y_0 + r) \quad (r < |z_0|). \tag{8}$$

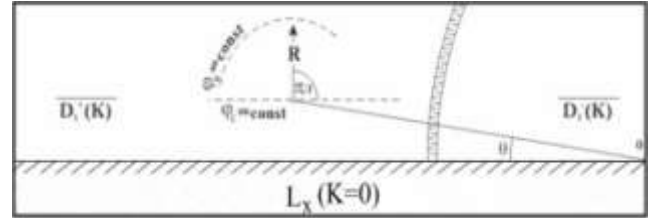


Рис. 2. Скважина в полуплоскости фильтрационной среды (5) с нижней границей $L_x(k=0)$

Комплексный потенциал $w_1^+(z)$ системы (4) является базовым течением, имитирующим работу скважины. Учитывая изотропность массива (5) в комплексном потенциале $w_1^+(z)$, получаем

$$w^+(z) = \omega_1(z) - G_1(\alpha_1) \bar{\omega}_1(z^{-1}) + \bar{\omega}_2 \left[(1-j)^{2n} z^{-1} \right], \tag{9}$$

где $\alpha_1 = k_1 k_2^{-1}$ – безразмерный коэффициент фильтрации в зонах $D_1^+(k_1)$ и $D_3^-(k_1)$ массива (5); $j = (a_1 - a_2) \cdot a^{-1}$ – безразмерное раскрытие полукольцевой трещины; $a_1 = \frac{G_1}{l^0}$ и $a_2 = \frac{G_2}{l^0}$ – соответственно безразмерные радиусы внешнего и внутреннего краёв полукольцевой трещины; l^0 – характерная для геометрии конкретной задачи величина;

$$G_1(\alpha_1) = (1 - \alpha_1)(1 + \alpha_1)^{-1};$$

$$\omega_1(z) = f(z) + \bar{f}(z);$$

$$\bar{\omega}_1(z^{-1}) = \bar{f}(z^{-1}) + f(z^{-1});$$

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_2 \left[(1-j)^{2n} z^{-1} \right] &= \\ &= \bar{f} \left[(1-j)^{2n} z^{-1} \right] + f \left[(1-j)^{2n} z^{-1} \right]. \end{aligned}$$

Применение общего выражения (9) к конкретному течению (6) приводит к комплексному потенциалу

$$\begin{aligned} -\frac{2\pi}{Q} w_1^+(z) &= \\ &= \ln \frac{z - z_0}{z - z_0} - G_1(\alpha_1) \ln \left[\left(\frac{z}{z_0} - 1 \right) \left(\frac{z}{z_0} - 1 \right) \right] + \\ &+ \ln \prod_{n=1}^{\infty} G_2(\alpha_1) \frac{z - \frac{(1-j)^{2n}}{z_0}}{\left[z - \frac{(1-j)^{2n}}{z_0} \right]^{-1}}, \end{aligned} \tag{10}$$

где $G_2(\alpha_1) = \frac{4\alpha_1}{1 - \alpha_1^2} G_1^{2n}(\alpha_1)$.

Значения $\varphi_0, \varphi_{\bar{n}}$, определяемые из комплексного потенциала (10) в точках (7) и (8), позволяют записать расчётную формулу дебита скважины в виде

$$Q = \frac{4\pi(\varphi_0 - \varphi_c)}{\ln \rho_1 - G_1(\alpha_1) \ln \rho_2 + \chi_n}, \quad (11)$$

где

$$\rho_1 = \frac{R}{r} \left(\frac{2y_0 + R}{2y_0 + r} \right);$$

$$\rho_2 = \frac{\left(x_0 - \frac{x_0}{x_0^2 + y_0^2} \right)^2 + \left(y_0 + R - \frac{y_0}{x_0^2 + y_0^2} \right)^2}{\left(x_0 - \frac{x_0}{x_0^2 + y_0^2} \right)^2 + \left(y_0 + r - \frac{y_0}{x_0^2 + y_0^2} \right)^2} \times$$

$$\times \frac{\left(x_0 - \frac{x_0}{x_0^2 + y_0^2} \right)^2 + \left(y_0 + R + \frac{y_0}{x_0^2 + y_0^2} \right)^2}{\left(x_0 - \frac{x_0}{x_0^2 + y_0^2} \right)^2 + \left(y_0 + r + \frac{y_0}{x_0^2 + y_0^2} \right)^2};$$

$$\rho_3 = \frac{\left(x_0 - \frac{X_0^j}{x_0^2 + y_0^2} \right)^2 + \left(y_0 + R - \frac{Y_0^j}{x_0^2 + y_0^2} \right)^2}{\left(x_0 - \frac{X_0^j}{x_0^2 + y_0^2} \right)^2 + \left(y_0 + r - \frac{Y_0^j}{x_0^2 + y_0^2} \right)^2} \times \quad (12)$$

$$\times \frac{\left(x_0 - \frac{X_0^j}{x_0^2 + y_0^2} \right)^2 + \left(y_0 + R + \frac{Y_0^j}{x_0^2 + y_0^2} \right)^2}{\left(x_0 - \frac{X_0^j}{x_0^2 + y_0^2} \right)^2 + \left(y_0 + r + \frac{Y_0^j}{x_0^2 + y_0^2} \right)^2};$$

$$X_0^j = (1-j)^{2n} x_0; Y_0^j = (1-j)^{2n} y_0;$$

$$\chi_n = \frac{4\alpha_1}{1 - \alpha_1^2} \sum_{n=1}^{\infty} G_1^{2n}(\alpha_1) \ln \rho_3.$$

Для числового расчёта дебита скважины формула (11) заменяется её приближённым значением, для чего бесконечный числовой ряд (12) с необходимой степенью точности заменяется его частной суммой. Установлено, что величина верхнего предела допускаемой относительной погрешности при такой замене вычисляется по формуле [5]

$$\eta \leq \frac{\frac{\chi_n}{1 - G_1^2(\alpha_1)} \cdot 100\%}{2 \ln \rho_1 - G_1(\alpha_1) \ln \rho_2 + \chi_1 + \dots + \frac{\chi_n}{1 - G_1^2(\alpha_1)}}. \quad (13)$$

Очевидно, что для однородной среды с границей $L_x(k=0)$ формула (11) приобретает вид

$$Q_0 = \frac{4\pi(\varphi_0 - \varphi_c)}{\ln \rho_1}. \quad (14)$$

Влияние полукольцевой трещины в среде (5) на величину дебита скважины определяется отношением

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{2 \ln \rho_1}{2 \ln \rho_2 - G_1(\alpha_1) \ln \rho_2 + \chi_n}. \quad (15)$$

В соответствии с заданными значениями параметров массива (5) и формулой (13) составлена табл. 1, приводятся значения верхнего предела допускаемой погрешности η . Величины η убывают с увеличением коэффициента фильтрации α_1 . В частности, при значениях параметров $j = 0,0010; n = 1; l = 1,00$ двум убывающим значениям проницаемости среды $\alpha_1 = 0,0010; 0,0001$ соответствуют возрастающие значения максимальной погрешности $\eta = 2,08; 2,09\%$.

Таблица 1

Значения верхнего предела допускаемой погрешности при $n=1; l=1$ (числитель), $l=0,10$ (знаменатель)

j	α_1	$\eta, \%$
0,0010	0,0010	2,08/6,45
	0,0001	2,09/6,46
0,0001	0,0010	2,08/6,47
	0,0001	2,09/6,48

Из табл. 1 также следует, что убывающим значениям расстояния между скважиной и трещиной $l = 1,00; 0,10$ соответствуют возрастающие значения максимальной погрешности $\eta = 2,08; 6,45\%$. Зависимость погрешности от раскрытия трещины j является несущественной. Например, при значениях параметров массива (5): $\alpha_1 = 0,0010; \chi_n = \chi_1; l = 1,00$ двум убывающим значениям раскрытия трещины $j = 0,0010; 0,0001$ соответствует одинаковое приближенное значение погрешности $\eta = 2,08\%$, взятое с точностью до второго знака.

В знаменателе табл. 2 приводятся числовые показатели относительного роста дебита скважины j , найденные в соответствии с табл. 1 и формулами (5), (11) для значений параметров: $R=600; r=0,001; l=1,00; 0,50; h=0,0010; 0,0005; \alpha_1=0,0010; 0,0001$. В числителе показаны числовые характеристики для случая ограничения массива (5) контуром $L_X(k = \infty)$, в знаменателе – $L_X(k = 0)$.

Из неё следует, что относительный рост дебита скважины тем больше, чем меньше расстояние l между скважиной и трещиной, чем больше раскрытие трещины j и чем меньше проницаемость α_1 массива (5). С другой стороны, характер этих изменений зависит от того, какой из прямолинейных контуров $L_X(k = 0), L_X(k = \infty)$ является нижней границей массива (5).

Таблица 2

Зависимость относительного роста дебита скважины от параметров α , h , l фильтрационных массива (5)

для границ $L_X(k=\infty)$ – числитель
и $L_X(k=0)$ – знаменатель

j	α_1	$\gamma = Q/Q_0$	
		$L_X(k=\infty)$	$L_X(k=0)$
0,0010	0,0010	$\frac{1,040665}{1,021105}$	$\frac{1,146777}{1,027641}$
	0,0001	$\frac{1,041361}{1,021455}$	$\frac{1,149508}{1,028100}$
0,0005	0,0010	$\frac{1,040663}{0,021104}$	$\frac{1,146767}{1,027637}$
	0,0001	$\frac{1,041361}{0,021450}$	$\frac{1,149507}{1,027100}$

Из табл. 2 следует, что присутствие полукольцевой трещины в среде (5) влияет на относительный рост дебита скважины в большей степени, когда она ограничена контуром $L_X(k=\infty)$, и в меньшей степени, когда указанной границей является линия сброса $L_X(k=0)$. Например, если в первом случае при зна-

чениях параметров: $l=0,50$; $j=0,0010$; $\alpha_1=0,0001$ рост дебита скважины составляет $\gamma=1,149508$, то во втором случае при тех же значениях параметров имеем $\gamma=1,028100$.

Литература

1. Голубева О.В. Курс механики сплошных сред. М., 1972. 368 с.
2. Лайпанов Х.С. Двумерная фильтрация в массиве с n -распределением радиально-анизотропных зон // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2002. № 4. С. 10–22.
3. Лайпанов Х.С. Задача стационарной фильтрации в двумерном массиве с n -распределением линейно-анизотропных зон // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2003. № 1. С. 16–19.
4. Голубева О.В. О моделировании работы скважин при напорной фильтрации жидкости в горизонтальных пластах // Учен. зап. М., 1961. Т. 99, вып. 5. С. 3–21.
5. Лайпанов Х.С. Фильтрационные процессы в кусочно-однородных изотропных и кусочно-однородных анизотропных массивах с трещиной и слабопроницаемой завесой. Карачаевск, 1999. 302 с.

Поступила в редакцию

13 июня 2013 г.