

О.А. Хачай, А.Ю. Хачай

## МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СЕЙСМИЧЕСКОГО ПОЛЯ В СЛОИСТО-БЛОКОВОЙ УПРУГОЙ СРЕДЕ С ИЕРАРХИЧЕСКИМИ ПЛАСТИЧЕСКИМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ

Необходимо создать новую теорию моделирования и интерпретации волновых полей в рамках усложненной модели: слоистоблоковой с включениями иерархического типа. Изложен 2D алгоритм моделирования распространения сейсмического поля в слоистоблоковой упругой среде с иерархическим пластическим включением.

Ключевые слова: синергетика, открытые геологические среды, иерархическая среда, сейсмическое поле, 2-D алгоритмы моделирования.

### Введение

**И**звестно, что геологическая среда является открытой динамической системой, испытывающей на разных масштабах уровнях естественное и искусственное воздействия, изменяющие ее состояние, приводящие в результате к сложной многогранной иерархической эволюции, что и является одним из предметов изучения геосинергетики [1 см. библиографию]. Используя синергетический подход, следует четко различать масштабы природных явлений. Парадигма физической мезомеханики, введенной академиком В.Е. Паниным и его школой, включающая в себя синергетический подход, является конструктивным средством для изучения и изменения состояния гетерогенных материалов. Определение состояния и динамики массива — задача более сложная, чем картирование его структуры. Отдельные части массива могут находиться в различном напряженном состоянии, а соответствующие деформации могут быть как упругими, так и пластическими. Среда может быть

многофазной. Резкое изменение состояния блоков может привести к потере устойчивости всего массива и горному удару. Изменение состояния определяется как природным, так и техногенным воздействием на массив и проявляется в том числе в виде образования техногенных полостей и накачки механической энергией во время массовых взрывов, предусмотренных технологиями обработки. Явление нестационарности горного массива на сегодняшний день является известным фактом [2, 3]. Проявления ее бывают от малозаметных в виде увеличения проницаемости за счет увеличения трещиноватости горных пород, так уже регистрируемых в виде толчков, микроударов, горных ударов, горно – тектонических ударов [4]. Последние относятся уже к катастрофическим явлениям, которые инициируются как внутренними, так и внешними техногенными причинами. В наших исследованиях нестационарной геологической среды в рамках натуральных экспериментов в реальных горных массивах, находящихся под сильным техногенным влиянием, было показано, что динамика состояния может быть выявлена с использованием синергетики в иерархических средах. Важную роль для исследования состояния динамических геологических систем играет сочетание активного и пассивного геофизического мониторинга, который можно осуществить с использованием электромагнитных и сейсмических полей. Изменение состояния системы на исследуемых пространственных базах и временах проявляется в параметрах, связанных со структурными особенностями среды второго и более высокого ранга. Таким образом, изучение динамики состояния, его структуры и явления самоорганизации массива следует вести геофизическими методами, настроенными на многогранговую иерархическую нестационарную модель среды. В работе [1] обобщены результаты по методике изучения синергетических проявлений геологической среды, находящейся под активным внешним воздействием, с помощью метода фазовых портретов исследован вопрос об отражении синергетических свойств геологической среды в данных активного электромагнитного и сейсмического мониторинга. Полученные результаты анализа детального сейсмологического каталога с точки зрения математических основ синергетики и открытых динамических систем, обладающих свойствами нелинейности и диссипативности приводят нас к необходимости постановки новой задачи математического моделирования, отличной от имевшей место ранее постановки [5–6]. Процессы разработки нефтегазовых месторождений связаны

с движением многофазных многокомпонентных сред, которые характеризуются неравновесными и нелинейными реологическими свойствами. Реальное поведение пластовых систем определяется сложностью реологии движущихся жидкостей и морфологическим строением пористой среды, а также многообразием процессов взаимодействия между жидкостью и пористой средой [7]. Учет этих факторов необходим для содержательного описания процессов фильтрации за счет нелинейности, неравновесности и неоднородности, присущих реальным системам. При этом выявляются новые синергетические эффекты (потеря устойчивости с возникновением колебаний, образование упорядоченных структур). Это позволяет предложить новые методы контроля и управления сложными природными системами, которые настроены на учет этих явлений. Таким образом, пластовая система, из которой необходимо извлечь нефть, представляет собой сложную динамическую иерархическую систему.

Алгоритм, разработанный в работе [7], опирается на закон Гука [8]. Уравнения движения получаются приравниванием упругим силам произведений масс на ускорения, причем действие других сил не предполагается. Это предположение вполне оправдано при малых деформациях и довольно часто хорошо согласуется с экспериментальными данными. Однако если в среде возникают колебания, то часть упругой энергии переходит в тепло вследствие внутреннего трения. В настоящее время происходит развитие теории внутреннего трения в твердых телах [9]. Существует несколько не прямых методов определения внутреннего трения, возникающие в образцах, которые связаны с предположением, что восстанавливающие силы пропорциональны амплитуду колебания, а диссипативные силы пропорциональны скорости.

Настоящая работа посвящена созданию алгоритма распространения сейсмического поля в акустическом приближении в слоисто-блоковой упругой среде с иерархическим пластическим включением (случай учета внутреннего трения в вязкоупругом включении).

В работе [9] при рассмотрении уравнения движения:

$$P = M\ddot{\xi} + \eta\dot{\xi} + E\xi \quad (1)$$

для колеблющегося тела было сделано предположение, что упругая восстанавливающая сила  $E$  пропорциональна перемещению  $\xi$ , а диссипативная сила пропорциональна скорости  $\dot{\xi}$ , при этом  $E$  в (1) зависит от упругих постоянных, а  $\eta$  зависит

от диссипативных сил, природа которых в [9] не обсуждается. Рассмотрим модель Фохта [9] для упруго-вязкой среды, которая в отличие от модели Гука вводит в соотношения для упругих постоянных Ламэ следующие выражения:

$$\lambda + \lambda' \omega_1; \mu + \mu' \omega_2 \quad (2)$$

**Моделирование дифракции звука на двумерной пластической неоднородности иерархического типа, расположенной в  $N$ -слойной упругой среде**

В работе [10] описан алгоритм моделирования дифракции звука на двумерном упругом однородном включении, расположенном в  $J$ -ом слое  $N$ -слойной среды.

$$\begin{aligned} & \frac{(k_{1ji}^2 - k_{1j}^2)}{2\pi} \iint_{S_c} \varphi_l(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \frac{\sigma_{ja}}{\sigma_{ji}} \varphi^0(M^0) - \\ & - \frac{(\sigma_{ja} - \sigma_{ji})}{\sigma_{ji} 2\pi} \oint_C G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi}{\partial n} dc = \varphi(M^0), M^0 \in S_c \\ & \frac{\sigma_{ji} (k_{1ji}^2 - k_{1j}^2)}{\sigma(M^0) 2\pi} \iint_{S_c} \varphi(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \varphi^0(M^0) - \\ & - \frac{(\sigma_{ja} - \sigma_{ji})}{\sigma(M^0) 2\pi} \oint_C G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi}{\partial n} dc = \varphi(M^0), M^0 \notin S_c \end{aligned} \quad (3)$$

где  $G_{Sp,j}(M, M^0)$  – функция источника сейсмического поля, краевая задача для которой сформулирована в работе [10],

$k_{1ji}^2 = \omega^2 (\sigma_{ji} / \lambda_{ji})$  – волновое число для продольной волны,

в приведенном выражении индекс  $ji$  обозначает принадлежность свойств среды внутри неоднородности,  $ja$  – вне неоднородности,  $\lambda$  – постоянная Ламэ,  $\sigma$  – плотность среды,  $\omega$  – круговая частота,  $\vec{u} = grad \varphi$  – вектор смещений,  $\varphi^0$  – потенциал нормального сейсмического поля в слоистой среде в отсутствие неоднородности:  $\varphi_{ji}^0 = \varphi_{ja}^0$ . Воспользуемся соотношением (2), тогда

$$k_{1ji}^2 = \omega^2 (\sigma_{ji} / (\lambda_{ji} + \lambda'_{ji} \omega_1)), \text{ где } \omega \neq \omega_{1ji} \text{ и } \lambda_{ji} \neq \lambda'_{ji},$$

что определяется влиянием внутреннего трения во включении по модели Фохта. Если включение имеет иерархическую структуру  $l$ -го ранга, то согласно [10] и (2) система (3) переписывается в виде:

$$\begin{aligned}
& \frac{(k_{1jil}^2 - k_{1j}^2)}{2\pi} \iint_{S_{Cl}} \varphi_l(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \frac{\sigma_{ja}}{\sigma_{jil}} \varphi_{l-1}^0(M^0) - \\
& - \frac{(\sigma_{ja} - \sigma_{jil})}{\sigma_{jil} 2\pi} \oint_{Cl} G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi_l}{\partial n} dc = \varphi_l(M^0), M^0 \in S_{Cl} \\
& \frac{\sigma_{jil} (k_{1jil}^2 - k_{1j}^2)}{\sigma(M^0) 2\pi} \iint_{S_{Cl}} \varphi_l(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \varphi_{l-1}^0(M^0) - \\
& - \frac{(\sigma_{ja} - \sigma_{jil})}{\sigma(M^0) 2\pi} \oint_{Cl} G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi_l}{\partial n} dc = \varphi_l(M^0), M^0 \notin S_{Cl}
\end{aligned} \tag{4}$$

где  $G_{Sp,j}(M, M^0)$  – функция источника сейсмического поля, она совпадает с функцией выражения (3),

$k_{1jil}^2 = \omega^2 (\sigma_{jil} / (\lambda_{jil} + \lambda_{jil} \omega_{1jil}))$  – волновое число для продольной волны, в приведенном выражении индекс  $ji$  обозначает принадлежность свойств среды внутри неоднородности,  $ja$  – вне неоднородности,  $l = 1 \dots L$  – номер иерархического уровня,  $\vec{u}_l = grad \varphi_l$ ,  $\varphi_l^0$  – потенциал нормального сейсмического поля в слоистой среде в отсутствие неоднородности предыдущего ранга, если  $l = 2 \dots L$   $\varphi_l^0 = \varphi_{l-1}$ , если  $l = 1$   $\varphi_l^0 = \varphi^0$ , что совпадает с соответствующим выражением из (3).

Если при переходе на следующий иерархический уровень ось двухмерности не меняется, а меняются только геометрии сечений вложенных структур, то аналогично (1), (2) можно описать итерационный процесс моделирования сейсмического поля (случай формирования только продольной волны). Итерационный процесс относится к моделированию вектора смещений при переходе с предыдущего иерархического уровня на последующий уровень. Внутри каждого иерархического уровня интегро-дифференциальное уравнение и интегро-дифференциальное представление вычисляются с помощью алгоритмов (4). Если на некотором иерархическом уровне структура локальной неоднородности распадается на несколько неоднородностей, то двойной и контурные интегралы в выражениях (4) берутся по всем неоднородностям. В данном алгоритме рассмотрен случай, когда физические свойства неоднородностей одного и того же уровня одинаковы, различаются только границы областей.

Следует отметить, что структура интегральных и интегро-дифференциальных уравнений остается такой же как и для

случая упругого включения, однако вектор  $\vec{u}_l = grad\phi_l$  теперь зависит еще от двух дополнительных параметров для каждого ранга:  $\lambda_{jil}, \omega_{1jil}$ , которые могут привести систему к резонансному состоянию.

### Моделирование дифракции упругой поперечной волны на двумерной пластической неоднородности иерархического типа в $N$ -слойной среде

Аналогично (4) выписывается такой же процесс для моделирования распространения упругой поперечной волны в  $N$ -слойной среде с двумерной иерархической структурой произвольной морфологии сечения с использованием интегральных соотношений, выписанных в работе [10] и (2), где  $\mu_{jil} = \mu_{jil}^e + \mu_{jil}\omega_{2jil}$ .

$$\begin{aligned} & \frac{(k_{2jil}^2 - k_{2j}^2)}{2\pi} \iint_{S_{Cl}} u_{xl}(M) G_{Ss,j}(M, M^0) d\tau_M + \frac{\mu_{ja}}{\mu_{jil}} u_{x(l-1)}^0(M^0) + \\ & + \frac{(\mu_{ja} - \mu_{jil})}{\mu_{jil} 2\pi} \oint_{Cl} u_{xl}(M) \frac{\partial G_{Ss,j}}{\partial n} dc = u_{xl}(M^0), M^0 \in S_{Cl} \\ & \frac{\mu_{jil}(k_{2jil}^2 - k_{2j}^2)}{\mu(M^0) 2\pi} \iint_{S_{Cl}} u_{xl}(M) G_{Ss,j}(M, M^0) d\tau_M + u_{x(l-1)}^0(M^0) + \\ & + \frac{(\mu_{ja} - \mu_{jil})}{\mu(M^0) 2\pi} \oint_{Cl} u_{xl}(M) \frac{\partial G_{Ss,j}}{\partial n} dc = u_{xl}(M^0), M^0 \notin S_{Cl} \end{aligned} \quad (5)$$

где  $G_{Ss,j}(M, M^0)$  – функция источника сейсмического поля рассматриваемой задачи, она совпадает с функцией Грина, выписанной в работе [10] для соответствующей задачи,

$k_{2jil}^2 = \omega^2(\sigma_{jil} / \mu_{jil})$  – волновое число для поперечной волны,  $\mu$  – постоянная Ламэ,  $u_{xl}$  – составляющая вектора смещений,  $l = 1 \dots L$  – номер иерархического уровня,  $u_{xl}^0$  – составляющая вектора смещений сейсмического поля в слоистой среде в отсутствие неоднородности предыдущего ранга, если  $l = 2 \dots L$   $u_{xl}^0 = u_{x(l-1)}$ , если  $l = 1$   $u_{xl}^0 = u_x^0$ , что совпадает с соответствующим выражением для нормального поля в работе [10].

Таким образом, итерационные процессы (4) и (5) позволяют определить при заданных модулях упругости во вмещающей иерархическую неоднородность слоистой среде и дополнительных параметрах вязкости, зависящих от частоты внутренних колебаний среды включения пространственное распределение

составляющих акустического поля на каждом иерархическом уровне. Затем по известным формулам работы (11) для каждого иерархического уровня вычислить распределение составляющих тензора деформации и тензора напряжений по распределению составляющих вектора смещений, который зависит теперь не только от возбуждающей частоты, но и от частоты, определяемой внутренним трением, причем на каждом иерархическом уровне она может быть своя. Взаимодействуя с возбуждающей частотой, могут происходить криповые состояния среды, либо резонансного возбуждения. Эта информация играет важную роль при оценке состояния среды в зависимости от структуры ее иерархичности и степени ее изменчивости.

### **Заключение**

В работе рассмотрена задача моделирования сейсмического поля в слоистой среде с включениями иерархической структуры. Построены алгоритмы моделирования в сейсмическом случае в акустическом приближении для 2-D пластической неоднородности. Представляет интерес с использованием полученных алгоритмов исследовать вопрос об изучении связи между тензорами напряжения и деформации на каждом иерархическом уровне и о возможном отклонении ее от обобщенного закона Гука.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. *Хачай О. А.* Геосинергетика: теория, методика, эксперимент. Комплексный анализ электромагнитных и других геофизических данных. — М.: Красанд, 2011. — С. 155–176.
2. *Адушкин А. А., Цветков В. М.* Влияние структуры и геодинамики на напряженное состояние земной коры / Проблемы механики горных пород: сб. науч. ст. — СПб., 1997. — С. 7–12.
3. *Шкуратник В. Л., Лавров А. В.* Эффекты памяти в горных породах. Физические закономерности, теоретические модели. — М.: Изд-во Академии горных наук, 1997. — 158 с.
4. *Каталог* горных ударов на рудных и нерудных месторождениях. — Л.: ВНИМИ, 1986. — 183 с.
5. *Хачай О. А., Хачай А. Ю.* О комплексировании сейсмических и электромагнитных активных методов для картирования и мониторинга состояния двумерных неоднородностей в N-слоистой среде // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». — 2011. — № 2 (219). — С. 49–56.
6. *Хачай О. А., Хачай А. Ю.* Моделирование электромагнитного и сейсмического поля в иерархически неоднородных средах // Вестник ЮУрГУ. Серия «Вычислительная математика и информатика». — 2013. — Т. 2. — № 2. — С. 49–56.


7. Хасанов М. М., Булгакова Г. Т. Нелинейные и неравновесные эффекты в реологически сложных средах. — М.—Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. — 288 с.

8. Купрадзе В. Д. Граничные задачи теории колебаний и интегральные уравнения. — М.—Л., 1950. — 280 с.

9. Кольский Г. Волны напряжения в твердых телах. — М.: Изд-во иностр. литературы, 1955. — 194 с.

10. Хачай О. А., Хачай О. Ю., Хачай А. Ю. Новые методы геоинформатики мониторинга волновых полей в иерархических средах // Геоинформатика. — 2015. — № 3. — С. 45–51.

11. Лурье А. И. Пространственные задачи теории упругости. — М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1956. — 435 с.

12. Дмитриевский А. Н. Избранные труды, Т. 2. — М.: Наука, 2009. — С. 435. 

#### КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

*Хачай Ольга Александровна* — доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, старший научный сотрудник, Институт геофизики им. Ю.П. Булашевича Уральского отделения РАН, e-mail: [olgakhachay@yandex.ru](mailto:olgakhachay@yandex.ru),  
*Хачай Андрей Юрьевич* — кандидат физико-математических наук, доцент, Уральский федеральный университет.

Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'. 2016. No. 12, pp. 318–326.

UDC 550.830,  
539.3

**O.A. Khachay, A.Yu. Khachay**

#### **SIMULATION OF SEISMIC FIELDS IN THE LAYERED BLOCK ELASTIC ENVIRONMENT WITH PLASTIC HIERARCHICAL INCLUSIONS**

«Analogies of oil and gas and processes of oil and gas forming and accumulation with the processes of mineralization and formation of ore deposits, which clearly appears their endogenous nature, testify the important role of endogenous factors in the formation of oil and gas accumulations. There is an urgent need to consider not only the generation of hydrocarbons in the system linked with the organic matter, but also in the broader system that include the deposits of fossil fuels and ore deposits. Development of possible methods and approaches should be based on consideration of the power of dynamic processes. To understand and analyze the state of petroleum geology and geophysics at the turn of the century, it is necessary to compare the key geophysical ideas that give a key to studies of hydrocarbon deposits» [12, p. 435].

«The processes of developing oil and gas fields are connected with the movement of multiphase multicomponent media, which are characterized by non-equilibrium and nonlinear rheology. The actual behavior of the reservoir systems is determined by the complexity of moving fluids rheology and morphological structure of the porous medium, as well as the diversity of the processes of interaction between the fluid and the porous medium. Consideration of these factors is essential for a meaningful description of the filtering process due to the nonlinearity, disequilibrium and heterogeneity inherent in real systems. At the same



time new synergetic effects (loss of stability with the appearance of oscillations, the formation of ordered structures) are revealed. This makes it possible to offer new methods of control and management of complex natural systems that are set up on the account of these events. These reservoir systems, from which we extract the oil, are complex dynamic hierarchical systems» [7, p. 288].

To solve the posed problems it is necessary to create a new theory of modeling and interpretation of wave fields monitoring in a frame of more complicated models: layered block medium with inclusions of hierarchical type. In this paper a 2D simulation algorithm of seismic fields in the layered block elastic environment with hierarchical plastic inclusion.

Key words: synergetics, open geological environment, hierarchical environment, seismic field, 2-D algorithms of modeling.

## AUTHORS

*Khachay O.A.*, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Leading Researcher, Senior Researcher, e-mail: olgakhachay@yandex.ru, Institute of Geophysics of Ural Branch of Russian Academy of Sciences, 620016, Ekaterinburg, Russia,  
*Khachay A.Yu.*, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor, Ural Federal University, 620002, Ekaterinburg, Russia.

## REFERENCES

1. Khachay O. A. *Geosinergetika: teoriya, metodika, eksperiment. Kompleksnyy analiz elektromagnitnykh i drugikh geofizicheskikh dannykh* (Geosynergetics: Theory, methodology, experiment. Integrated analysis of electromagnetic and other geophysical data), Moscow, Krasand, 2011, pp. 155–176.
2. Adushkin A. A., Tsvetkov V. M. *Problemy mekhaniki gornykh porod: sbornik nauchnykh statey* (Problems of rock mechanics: Collection of scientific articles), Saint-Petersburg, 1997, pp. 7–12.
3. Shkuratnik V. L., Lavrov A. V. *Effekty pamyati v gornykh porodakh. Fizicheskie zakonomernosti, teoreticheskie modeli* (Memory effects in rocks. Physical mechanisms, theoretical models), Moscow, Izd-vo Akademii gornykh nauk, 1997, 158 p.
4. *Katalog gornykh udarov na rudnykh i nerudnykh mestorozhdeniyakh* (Catalog of rockbursts at metal and nonmetal deposits), Leningrad, VNIMI, 1986, 183 p.
5. Khachay O. A., Khachay A. Yu. *Vestnik YuURGU. Seriya «Komp'yuternye tekhnologii, upravlenie, radioelektronika»*. 2011, no 2 (219), pp. 49–56.
6. Khachay O. A., Khachay A. Yu. *Vestnik YuURGU. Seriya «Vychislitel'naya matematika i informatika»*. 2013, vol. 2, no 2, pp. 49–56.
7. Khasanov M. M., Bulgakova G. T. *Nelineynye i neravnovesnye efekty v reologicheskii slozhnykh sredakh* (Nonlinear and nonequilibrium effects in media with complex rheology), Moscow–Izhevsk, Institut komp'yuternykh issledovaniy, 2003, 288 p.
8. Kupradze V. D. *Granichnye zadachi teorii kolebaniy i integral'nye uravneniya* (Boundary problems of vibration theory and integral equations), Moscow–Leningrad, 1950, 280 p.
9. Kol'skiy G. *Volny napryazheniya v tverdykh telakh* (Stress waves in solids), Moscow, Izd-vo inostr. literature, 1955, 194 p.
10. Khachay O. A., Khachay O. Yu., Khachay A. Yu. *Geoinformatika*, 2015, no 3, pp. 45–51.
11. Lur'e A. I. *Prostranstvennyye zadachi teorii uprugosti* (Three-dimensional elasticity problems), Moscow, Gos. izd-vo tekhniko-teoreticheskoy literatury, 1956, 435 p.
12. Dmitrievskiy A. N. *Izbrannye trudy*, t. 2 (Selected works, vol. 2), Moscow, Nauka, 2009, pp. 435.