

**О.Ю. Хачай**

## **АЛГОРИТМ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ДАННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО МОНИТОРИНГА В РАМКАХ ДВУХРАНГОВОЙ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД**

*Рассмотрен один из этапов решения задачи интерпретации данных электромагнитного мониторинга. В качестве модели геологической среды рассматривается двухранговая иерархическая модель геологической среды, представляющая собой слоисто-блоковую среду с погруженными в нее сингулярными источниками – токовыми линиями конечной длины. Описан алгоритм определения эквивалентных электрических моментов этих источников при выбранных заранее их геометрических параметрах. Приведен пример интерпретации по указанному алгоритму реальных данных, полученных в Таштагольской железорудной шахте. Библиография работы содержит указания на успешное применение результатов интерпретации такого типа к анализу устойчивости состояния геологического массива.*

*Ключевые слова: активный электромагнитный мониторинг, алгоритм, интерпретация геофизических полей, иерархическая модель, трехмерный.*

**В** статье [1] в рамках двухранговой иерархической модели среды была описана практическая реализация методики исследования трехмерных геоэлектрических сред, которая сводится к следующему. Сначала в рамках профильной или иной системы наблюдения производится измерение переменного электромагнитного поля с использованием контролируемого индуцирующего источника – вертикального магнитного диполя (круглой рамки с переменным током) – называемого ниже генератором; подробное описание системы наблюдения приведено, например, в работе [2]. Интерпретация начинается с вычисления геоэлектрических параметров горизонтально слоисто-блоковой среды [3]. Каждый блок такой среды является элементом первого ранга иерархии. Затем осуществляется подбор аномального поля полем системы сингулярных источников, являющихся элементами второго ранга иерархии. Влияние этих сингулярных источников на измеряемое электромагнитное поле предполагается эквивалентным влиянию локальных геоэлектрических неоднородностей в слоисто-блоковой среде, физические параметры которой были определены на предыдущем этапе. Изменяемыми параметрами сингулярных источников, с помощью которых осуществляется подбор, являются их геометрические параметры (длина токовой линии и две координаты ее центра – вертикальная ( $z$ ) и горизонтальная ( $x$ )), а также их эквивалентные электрические моменты ( $M$ ), пропорциональные отношению разности проводимостей во вмещающей среде и в аномальном включении к проводимости во вмещающей среде. При этом определяется геометрическая модель отдельных локальных неоднородностей или группы и их взаимное расположение внутри слоисто-блоковой среды вмещающего плоского вертикального разреза.

Опишем подробнее алгоритм подбора электрических моментов этих источников. Введем обозначения:  $j = 1, J$  – номера сингулярных источников,  $p = 1, P$  – номера пикетов профиля,  $n = 1, N(p)$  – номера замеров на данном

пикете, соответствующие различным положениям генератора. Зафиксируем некоторое значение  $\omega$  частоты гармонического электромагнитного поля. Обозначим через  $H_x$ ,  $H_y$  и  $H_z$  – комплексные компоненты Фурье-образа (для фиксированной частоты  $\omega$ ) напряженности магнитного поля  $\vec{H}$ ;  $H_r$ ,  $H_\varphi$  и  $H_z$  – комплексные компоненты вектора  $\vec{H}$  в цилиндрической системе координат  $(r, \varphi, z)$ . Все эти компоненты являются функциями от  $(p, n)$ . Пусть, далее,  $\delta(p, n)$  – параметр геоэлектрической неоднородности и  $\delta_{av.exp.}(p)$  – среднее значение параметра  $\delta(p, n)$ :

$$\delta(p, n) = \frac{|H_\varphi(p, n)|}{|H_r(p, n)|} \times 100\%, \quad \delta_{av.}(p) = \frac{1}{N(p)} \sum_{n=1}^{N(p)} \delta(p, n), \quad (1)$$

договоримся отличать эти значения от полученных как отношение экспериментально измеренных модулей комплексных компонент  $H_{r.exp.}(p, n)$  и  $H_{\varphi.exp.}(p, n)$

$$\delta_{exp.}(p, n) = \frac{|H_{\varphi.exp.}(p, n)|}{|H_{r.exp.}(p, n)|} \times 100\%, \quad \delta_{av.exp.}(p) = \frac{1}{N(p)} \sum_{n=1}^{N(p)} \delta_{exp.}(p, n)$$

Для произвольной системы наблюдения в рамках рассматриваемой методики выполняются соотношения

$$\vec{H} = \overline{H^n} + \overline{H^a}, \quad (2)$$

$$\begin{cases} H_r = t_{1,1}H_x^a + t_{1,2}H_y^a + H_r^n \\ H_\varphi = t_{2,1}H_x^a + t_{2,2}H_y^a \end{cases} \quad (3)$$

где коэффициенты  $t_{1,1}, \dots, t_{2,2}$  – элементы матрицы поворота, обеспечивающей преобразование ортогональных базисов векторного поля от цилиндрической системы координат  $(r, \varphi, z)$  к декартовой  $(x, y, z)$ ; причем величины  $t_{1,1}, \dots, t_{2,2}$  и  $H_r^n$  являются функциями только от  $(p, n)$  и, соответственно, не зависят от выбора значений параметров  $M(j)$ .

Для системы измерения типа простой (одинарный) профиль при работе на поверхности или в орту шахты, имеют место следующие формулы:

$$H_y^a(p) = \sum_{j=1}^J h_y(j, p) M(j), \quad H_x = 0, \quad (4)$$

здесь вещественная величина  $M(j)$  обозначает электрический момент источника с номером  $j$ , комплекснозначная функция  $h_y(j, p)$  – распределение поля (4), соответствующее единичному моменту  $M(j)$ .

Как указано выше, до начала работы алгоритма определяются параметры слоисто-блокового разреза, затем в нем размещаются сингулярные источники в виде токовых линий. Таким образом, геометрические параметры сингулярных источников определяются заранее, и задача алгоритма состоит в том, чтобы определить значения моментов  $M(j)$  этих источников. При этом требуется максимально точно приблизить распределение  $\delta_{av.exp.}(p)$  распределением  $\delta_{av.}(p)$ .

Рассмотрим подробно, как происходит отдельно взятый шаг алгоритма. Временно фиксируем некоторый пикет с номером  $p_0$ . Задача данного шага состоит в том, чтобы изменить значение момента  $M(j_0)$  ровно одного из источников, номер которого  $j_0$  содержится во множестве  $J(p_0)$  всех номеров ис-

точников расположенных вблизи вертикали, проведенной через точку пикета с некоторым номером  $p_0$ :

$$J(p_0) = \left\{ j \in \overline{1, J} : |x(j) - x(p_0)| = \min_{p=1, P} |x(j) - x(p)| \right\} \quad (5)$$

Номер  $j_0$  выбирается так, чтобы решение  $M(j_0)$  задачи о минимизации величины  $|\delta_{\text{ав. exp.}}(p_0) - \delta_{\text{ав.}}(p_0)|$  давало наименьшее значение вычисленного затем среднеквадратичного уклонения

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{P} \sum_{p=1}^P (\delta_{\text{ав.}}(p) - \delta_{\text{ав. exp.}}(p))^2} \quad (6)$$

Воспользовавшись формулами, (1) и (4) преобразуем уравнение  $\delta_{\text{ав.}}(p_0) = \delta_{\text{ав. exp.}}(p_0)$  к виду

$$\left| \sum_{j=1}^J h_y(j, p_0) M(j) \right| = \frac{\delta_{\text{ав. exp.}}(p_0) N(p_0)}{C \times 100\%}, \quad (7)$$

где величина

$$C = \sum_{n=1}^{N(p_0)} \frac{1}{|H_r^n(p, n)|}$$

не зависит от выбора значений параметров  $M(j)$ .

Обозначим правую часть уравнения (7) через  $\sqrt{B}$ , она так же не зависит от выбора значений параметров  $M(j)$ . Представим величину (4) при  $j = j_1$  в виде

$$H_y^a(j_1) = (\mu_1 + i\mu_2) + M(j_1)(\varepsilon_1 + i\varepsilon_2), \quad (8)$$

где  $i$  – это мнимая единица,  $\mu_k$  и  $\varepsilon_k$  – вещественные числа такие, что

$$\mu_1 + i\mu_2 = \sum_{j=1, J, j \neq j_1} h_y(j, p_0) M(j), \quad (9)$$

$$\varepsilon_1 + i\varepsilon_2 = h_y(j_1, p_0). \quad (10)$$

Обозначив  $M(j_1)$  через неизвестное  $\theta$ , преобразуем уравнение (7) при  $j = j_1$  к виду  $f(\theta) = B$ , (11)

с функцией  $f(\theta)$ , представляющей собой квадратичный многочлен  $f(\theta) = a\theta^2 + b\theta + c$ , где  $a = |\varepsilon_1 + i\varepsilon_2|^2$ ,  $b = 2(\mu_1 + i\mu_2)(\varepsilon_1 + i\varepsilon_2)$ ,  $c = |\mu_1 + i\mu_2|^2$ . Если дискриминант квадратного уравнения (11) неотрицателен и множество  $E_\theta$  вещественных корней уравнения (11) непусто, то искомое значение  $M(j_1)$  выбирается равным тому элементу множества  $E_\theta$ , который лежит ближе к текущему значению  $M(j_1)$ . Если же  $E_\theta = \emptyset$ , то полагаем  $M(j_1)$  равным  $-b/2a$ , значению, минимизирующему невязку в уравнении (11). После этого находится новое значение  $\sigma_2(j_1, p_0)$  среднеквадратичного уклонения (6).

Отметим, что выбранное выше значение  $M(j_1)$  установлено пока не окончательно и после вычисления  $\sigma_2(j_1, p_0)$  этот результат запоминается, но измененное значение момента источника снова возвращается в исходное состояние. Затем таким же образом вычисляется  $\sigma_2(j_1, p_0)$  для всех  $j_1 \in J(p_0)$ . В результате опреде-

ляется тот номер источника  $j_1 = j_0$ , при котором  $\sigma_2(j_1, p_0)$  достигает наименьшего значения. Соответствующее ему изменение  $M(j_0)$  закрепляется уже окончательно.

Для практического вычисления формулы (9) и (10) удобно записать в форме  $\varepsilon_1 + i\varepsilon_2 = h_y(j_1, p_0)$ ,  $\mu_1 + i\mu_2 = H_y^a(p_0) - (\varepsilon_1 + i\varepsilon_2)$ , (12)

где  $H_y^a(p_0)$  – текущее значение величины (4), ранее уже найденное при вычислении текущего распределения  $\delta_{av.}(p)$  и величины  $\sigma$ .

Возможность эффективно приближать функцию  $\delta_{av.exp.}(p)$  по описанной выше схеме, когда распределение  $\delta_{av.}(p)$  анализируется только в одной точке – при  $p = p_0$ , появляется благодаря следующему обстоятельству. При обычном шаге сети измерения по рассматриваемой методике, составляющем от 5 м и более, и стандартной длине токовой линии, не превышающей 3 м, функция  $f(p) = |h_y(j_1, p)|$  очень быстро уменьшается (примерно в 10 раз при переходе от  $p_0$  к соседним пикетам и в 50 и более раз при переходе к более дальним пикетам). За счет этого влияние небольших изменений момента  $M(j_1)$  мало сказывается на распределении  $\delta_{av.}(p)$  при  $p \neq p_0$ .

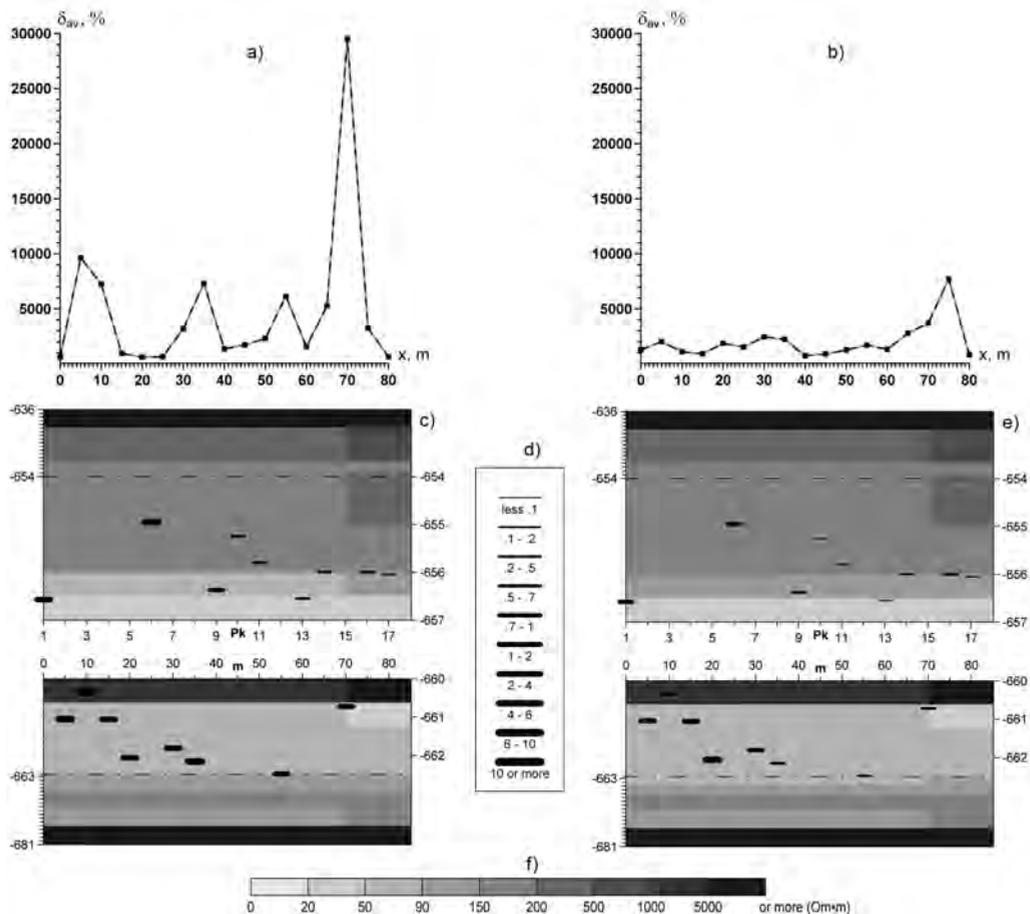
Алгоритмом предусмотрена возможность отсрочки принятия решения об окончательном изменении  $M(j_1)$  до тех пор, пока не будет найдено состояние, соответствующее минимуму  $\sigma_2(j_1, p_0)$  не при фиксированном  $p_0$ , а при его изменении на некотором множестве  $P_0$ . Количество номеров пикетов, входящих в него,  $|P_0|$ , может регулироваться отдельно. Множество  $P_0$  представляет собой номера первых  $|P_0|$  из всех пикетов  $p = \bar{1}, P$ , отсортированных по убыванию величины текущей невязки

$$\Delta(p) = |\delta_{av.}(p) - \delta_{av.exp.}(p)|. \quad (13)$$

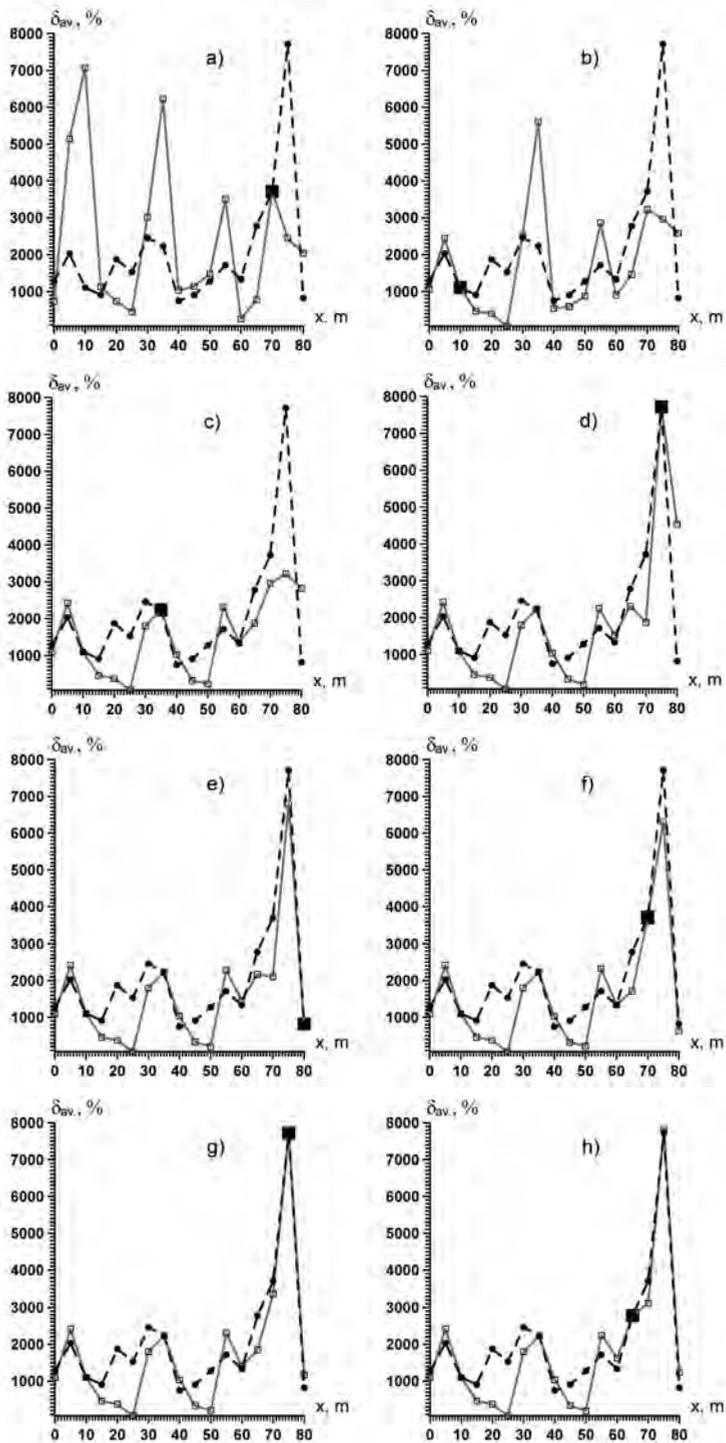
В таблице приведены пошаговые результаты вычислений  $\delta_{av.}(p)$  для одного из реальных наборов данных электромагнитного мониторинга, полученных в од-

№ шага	Параметры изменяемых источников:				Новое значение $\sigma$
	x, m	z, m	M(j) старое	M(j) новое	
1	70	0,575	0,5725	0,1423	2453,9
2	10	0,275	7,595	0,7994	1638,7
3	35	1,725	1,7125	0,5269	1389,2
4	75	-1	0,145	0,3006	1204,7
5	80	-0,95	0,0525	-0,0484	802,7
6	70	0,575	0,1423	0,1927	780,5
7	75	-1	0,3006	0,3497	697
8	65	-1	0,115	0,1503	674,5
9	20	1,65	0,925	6,0894	582,8
10	55	1,985	0,355	0,1969	468,9
11	35	1,725	0,5269	0,1358	411,9
12	45	-1,75	0,0725	-0,1037	296,3
...	...	...	...	...	...
90	20	1,65	5,8227	5,781	6,6
91	25	-2,05	1,0121	0,9888	2,6

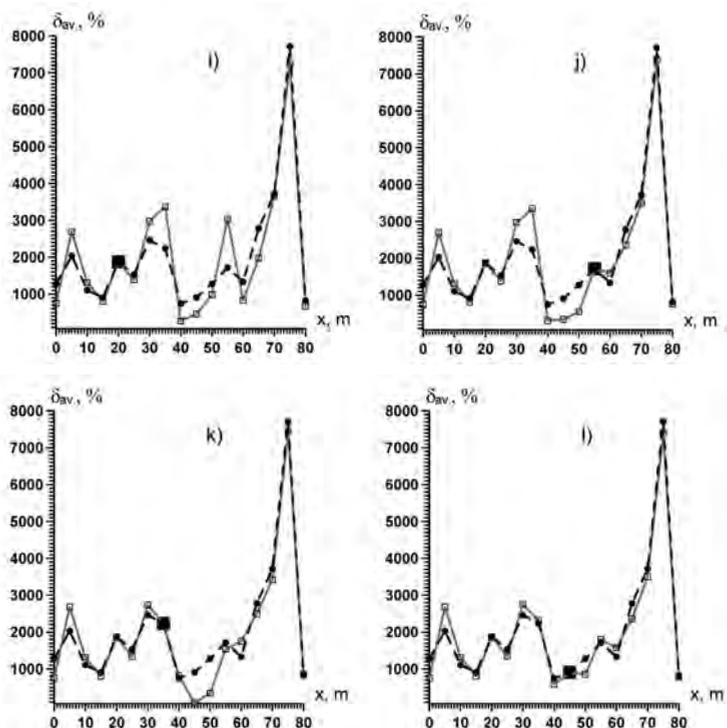
ном из ортов Таштагольской железорудной шахты. В качестве начального распределения моментов  $M(j)$ ,  $j = \overline{1, J}$  использованы значения, вычисленные при интерпретации данных измерений в этом же орту на предыдущем цикле мониторинга. Остающиеся неизменными при работе алгоритма геометрические параметры источников, а так же финальные значения их моментов, отвечающие предыдущему и текущему циклам мониторинга отражены соответственно на геоэлектрических разрезах рис. 1, с и рис. 1, е. Графики распределений  $\delta_{av.}(p)$  и  $\delta_{av.exp.}(p)$  для предыдущего цикла мониторинга показаны на рис. 1, а; соответствующее им значение среднеквадратичного отклонения составило  $\sigma = 131,8$ . (14)



**Рис. 1. а) и б) – распределения среднего параметра геоэлектрической неоднородности в зависимости от горизонтальной координаты  $x$  вдоль профиля отвечающие предыдущему и текущему циклам мониторинга соответственно. Сплошная линия – текущее распределение  $\delta_{av.}(p)$ ; пунктирная линия – график  $\delta_{av.exp.}(p)$  (эти кривые налегают друг на друга и визуально не различимы); с) и е) – соответствующие этим циклам мониторинга геоэлектрические разрезы с погруженными в них сингулярными источниками в виде токовых линий; д) – шкала градаций в зависимости от величины момента  $M(j)$  толщин линий, обозначающих сингулярные источники на рис. с) и е); ф) – шкала градаций цвета заливки прямоугольных областей рис. с) и е), обозначающих элементы слоисто-блокового геоэлектрического разреза**



**Рис. 2 (а-г).** Распределения среднего параметра геоэлектрической неоднородности в зависимости от горизонтальной координаты  $x$  вдоль профиля



**Рис. 2 (i-l). Распределения среднего параметра геоэлектрической неоднородности в зависимости от горизонтальной координаты  $x$  вдоль профиля:**

сплошная линия – текущее распределение  $\delta_{av}(p)$ ; пунктирная линия – график  $\delta_{av.exp}(p)$ ; крупным черным квадратом показано положение  $p_0$  данного шага

Вычисленная при этих исходных значениях  $M(j)$  применительно к данным текущего цикла мониторинга величина  $\sigma$  составила 4150,1.

Меньшее по сравнению с величиной (14) значение  $\sigma = 2,6$ , полученное на последнем шаге в таблице. (соответствующие этому шагу графики распределений  $\delta_{av}(p)$  и  $\delta_{av.exp}(p)$  показаны на рис. 1,  $b$  объясняется существенным уменьшением среднего по всему профилю значения  $\delta_{av.exp}(p)$ , а также тем, что распределение моментов предыдущего цикла было найдено прежним способом – в полуавтоматическом, интерактивном режиме, без использования данного алгоритма.

После выполнения первых 12 шагов, результаты которых указаны на рис. 2,  $a-l$ , значение  $\sigma$  уменьшилось до 296,3, а после еще 79 шагов достигло величины 2,6, что составляет 0,063% исходной величины  $\sigma$ .

### Заключение

Данный алгоритм был запрограммирован и многократно применен для интерпретации. Результаты интерпретации такого типа, примененной к данным многолетнего электромагнитного мониторинга, позволили провести анализ устойчивости состояния геологического массива [2, 4]. Использование данного алгоритма позволит производить интерпретацию данных активного электромагнитного мониторинга в автоматическом режиме и с более высокой точностью.

1. Hachay O.A. The three-stage concept of common interpretation for 3-d electromagnetic and seismic fields and some results of it's practical realization // «Engineering and environmental geophysics for the 21-st century» International Symposium on Engineering and Environmental Geophysics – Chengdu, China: Sichuan Publishing House Science Technology, 1997. – P. 286–291.

2. Khachay O.A., Khachay O.Y., Atya M.A., Soliman M., Khalill A.B., Gaballah M., F. Shaaban F., A. El-Hemall I. CSEM imaging of the near surface dynamics and its impact for foundation stability at quarter 27, 15-th of May City, Helwan, Egypt // Earth sciences research journal. – 2010. – Т. 14, № 1. – P. 76–87.

3. Хачай О.Ю., Новгородова Е.Н. Алгоритм построения объемной геоэлектрической модели по данным попланшетной электромагнитной индукционной методики / Глубинное строение, геодинамика, мониторинг, тепловое поле Земли, интерпретация геофизических полей. Третьи научные чтения Ю.П.Булашевича. Материалы конференции. – Екатеринбург: ИГФ УрО РАН, 2005. – С. 145–146.

4. Hachay O.A. A new method for estimation and forecasting of the degree of stability state of rock massif / «Advances in heterogeneous material mechanics» International Conference on Heterogeneous Material Mechanics (ICHMM) – Huangshan, China: Destech Publications, Inc, 2008. – P. 1096–1099. **IAAB**

### КОРОТКО ОБ АВТОРЕ

Хачай Олег Юрьевич – кандидат физико-математических наук, доцент,  
e-mail: khachay@yandex.ru,  
Уральский Федеральный Университет, Институт математики и компьютерных наук.

UDC 622. 83

### ELECTROMAGNETIC MONITORING DATA INTERPRETATION ALGORITHM IN THE FRAMEWORK OF TWO-RANK HIERARCHY MODEL OF ROCK MASS

Khachay O. Yu., Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor,  
e-mail: khachay@yandex.ru,  
Ural Federal University, Institute of Mathematics and Computer Science, Ekaterinburg, Russia.

*The article discusses one of the stages of handling the problem of electromagnetic monitoring data interpretation. The geological medium model is a two-rank hierarchy model of a geological medium represented by a bedded-block medium with embedded singular sources—finite length current-flow lines. The algorithm of determining equivalent electrical torques of the sources with the pre-selected geometrical parameters is described. The implementation of the algorithm is exemplified in terms of interpretation of actual data obtained in Tashtagol iron ore mine. The list of references includes works that confirm successful interpretation of data on geological rock mass stability.*

*Key words: active electromagnetic monitoring, algorithm, geophysical field interpretation, hierarchical model, 3D.*

### REFERENCES

1. Hachay O.A. The three-stage concept of common interpretation for 3-d electromagnetic and seismic fields and some results of it's practical realization. «Engineering and environmental geophysics for the 21-st century». International Symposium on Engineering and Environmental Geophysics. Chengdu, China: Sichuan Publishing House Science Technology, 1997. P. 286–291.

2. Khachay O.A., Khachay O.Y., Atya M.A., Soliman M., Khalill A.B., Gaballah M., F. Shaaban F., A. El-Hemall I. CSEM imaging of the near surface dynamics and its impact for foundation stability at quarter 27, 15-th of May City, Helwan, Egypt. *Earth sciences research journal*. 2010, vol. 14, no 1, pp. 76–87.

3. Khachay O.Yu., Novgorodova E.N. *Glubinnoe stroenie, geodinamika, monitoring, teplovoe pole Zemli, interpretatsiya geofizicheskikh polei. Tret'i nauchnye chteniya Yu.P. Bulashevicha. Materialy konferentsii* (Deep structure, geodynamics, monitoring, thermal field of the Earth, interpretation of geophysical fields. Bulashevich's Lectures–3. Conference proceedings), Ekaterinburg, IGF Uro RAN, 2005, pp. 145–146.

4. Hachay O.A. A new method for estimation and forecasting of the degree of stability state of rock massif. «Advances in heterogeneous material mechanics». International Conference on Heterogeneous Material Mechanics (ICHMM). Huangshan, China, Destech Publications, Inc, 2008, pp. 1096–1099.