

где  $m$  - число "старых" измерений,  $k$  - число "новых" измерений,  $p$  - число "старых" пунктов,  $g$  - число "новых" пунктов.

Матрица обратных весов неизвестных имеет вид:

$$Q = \bar{A}^+ (\bar{A}^+)^T,$$

где  $A^+ = |(C_1^+ - C_1 + C_2 J) / J|$ ,

где  $C_1^+$ ,  $C_2$ ,  $J$  то же, что и в (2).

Для оценки точности функций используется формула

$$m_f = \mu^2 F Q F^T,$$

где  $F$  - матрица коэффициентов уравнений поправок оцениваемых функций, если функция одна, то  $F$  - вектор-строка.

В заключение отметим, что предложенный алгоритм удобен для программирования на ПЭВМ, он позволяет непосредственно решать систему уравнений поправок с вырожденной матрицей и выполнять реконструкцию сетей путем эффективного совместного использования старых и новых измерений.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гангмахер Ф.Р. Теория матриц. - М.: Наука, 1989. - 552 с.
2. Маркузе Ю.И. Основы уравнительных вычислений. - М.: Недра, 1990. - 240 с.

УДК 622.023.026.235.5

А.М.Кабаков, С.Е.Денисов  
(НИИОГР)

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПОРОД МЕТОДОМ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ

Физико-механические свойства горных пород в настоящее время в основном определяются лабораторным способом, что приводит к значительным затратам средств и времени. Это предопределяет необходимость в разработке достаточно простого и надежного метода прогнозирования этих свойств по комплексу признаков горной породы. Успешное решение такой задачи обеспечивается с помощью применения так называемого метода распознавания образов.

Под распознаванием образов понимается отнесение искомой горной породы к одному из классов на основании комплекса присущих этой породе геологических признаков. Общая процедура прогнозирования физико-механических свойств с помощью предлагаемого метода включает следующие этапы: классификация объекта, определение существенных признаков объекта и отбор решающего правила распознавания образа.

При оценке любого технологического процесса обычно применяется целый комплекс показателей физико-механических свойств пород. Так, при оценке взрываемости пород наиболее

широко применяются следующие показатели физико-механических свойств: плотностные (объемная масса), прочностные (пределы прочности при сжатии и при растяжении) и упругие (скорость продольной волны).

Таким образом, любая горная порода представляет собой многомерный объект, характеризующийся, с одной стороны, комплексом показателей физико-механических свойств, а, с другой, - целым рядом геолого-генетических признаков. Как известно, физико-механические свойства горных пород даже в пределах одного месторождения изменяются в весьма большом диапазоне. Поэтому в практических целях требуется систематизация имеющейся совокупности горных пород. Эту систематизацию целесообразно выполнить, во-первых, не по отдельным показателям, а по всему применяемому комплексу показателей физико-механических свойств и, во-вторых, таким образом, чтобы различие в свойствах внутри выделенных классов было незначимым, а между смежными классами - значимым.

Такое разграничение многомерного объекта (совокупности горных пород) может быть выполнено с помощью метода главных компонент, позволяющего заменить действие множества измеряемых переменных (показателей физико-механических свойств) меньшим числом ненаблюдаемых величин - внешних факторов [1].

Многомерная вероятностно-статистическая классификация вскрышных пород Экибастузского бассейна по физико-механическим свойствам, характеризующим их взрываемость, приведена ниже (табл.1).

### Классификация горных пород по показателям физико-механических свойств, характеризующих взрываемость

#### Дискриминантная функция

$$Z = 0,04 \frac{-2,44}{2,44} + 0,546 \frac{-372,4}{372,4} + 0,709 \frac{-36,9}{36,9} + 0,228 \frac{C_p - 1628}{1628} ;$$

#### Дискриминантная функция Z - и Z +

$$Z - = 0,037\gamma \frac{-2,29}{2,29} + 0,442 \frac{6_{\sigma} - 238,8}{238,8} + 0,580 \frac{-20,5}{20,5} + 0,128 \frac{C_p - 2215,2}{2215,2} ;$$

$$Z + = 0,020\gamma \frac{-2,54}{2,54} + 0,275 \frac{6_{\sigma} - 560,9}{560,9} + 0,414 \frac{-59,9}{59,9} + 0,132 \frac{C_p - 3211,5}{3211,5} ;$$

#### Дискриминантная функция Z

$$Z = 0,030\gamma \frac{-2,29}{2,29} + 0,410 \frac{6_{\sigma} - 135,1}{135,1} + 0,532 \frac{6_p - 10,7}{10,7} + 0,108 \frac{C_p - 1928,3}{1928,3} ;$$

## Классификация вскрышных пород Экибастузского бассейна по взрываемости

Знаки главных компонент	Класс взрываемости	Показатели свойств и их значения			
		объемная масса $V$ , т/м <sup>3</sup>	предел прочности		скорость продольной волны $V_{пл}$ , м/с
			при сжатии ( $\sigma_{сж}$ , $\cdot 10^5$ ), Па	при растяжении ( $\sigma_{раст}$ , $10^5$ ), Па	
---	I	$\frac{1,45-2,31}{2,23}$	$\frac{8,1-190,2}{89,3}$	$\frac{1,2-13,1}{6,3}$	$\frac{801-2764}{1832}$
--+	II	$\frac{1,76-2,48}{2,35}$	$\frac{48,4-276,5}{173,6}$	$\frac{7,8-25,1}{15,4}$	$\frac{1037-3173}{2018}$
-+	III	$\frac{1,84-2,70}{2,45}$	$\frac{104,1-402,3}{342,4}$	$\frac{12,9-402,3}{28,2}$	$\frac{1603-3605}{2434}$
+ -	IV	$\frac{2,35-2,81}{2,50}$	$\frac{176,1-720,5}{454,4}$	$\frac{34,3-71,2}{46,1}$	$\frac{1987-4526}{2880}$
++	V	$\frac{2,43-3,02}{2,60}$	$\frac{468,1-1469,4}{733,8}$	$\frac{57,4-190,3}{62,6}$	$\frac{2526-5236}{3746}$

При выборе существенных геолого-генетических признаков ( $V_i$ ) необходимо руководствоваться следующими требованиями: эти факторы должны быть легкодиагностируемыми (т.е. определяться либо визуально, либо с применением простых способов) и оказывать значимое влияние на показатели физико-механических свойств пород.

Для оценки степени и значимости влияния факторов на физико-механические свойства была проведена корреляционный (для количественных признаков) и дисперсионный (для качественных признаков) анализы. При этом доля влияния количественного признака рассчитывалась по значению коэффициента детерминации:

$$D = \sqrt{r} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{r S_x S_y}}, \quad (1)$$

где  $r$  - корреляционное отношение;  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$  - средние значения независимой и зависимой переменных;  $S_x$  и  $S_y$  - дисперсия независимой и зависимой переменных;  $n$  - число наблюдений.

Значимость влияния качественного фактора на свойства пород оценивалась с помощью критерия Фишера

$$F_{расч} = S_1^2 / S_2^2, \quad (2)$$

где  $S_1^2$  - межгрупповая дисперсия;  $S_2^2$  - внутригрупповая дисперсия.

При  $F_{расч} > F_{табл}$  при 5%-ном уровне значимости принималась гипотеза о значимости влияния данного фактора на показатель свойств пород.

Результаты исследований показали: в качестве существенных следует принять следующие геолого-генетические факторы:

1. Состав цемента.
2. Факторы, характеризующие фаціальную обстановку осадконакопления:
  - а) гранулометрический состав породы;
  - б) текстурные признаки породы.

3. Принадлежность к циклу осадконакопления.

4. Степень выветрелости породы.

Перечисленные факторы наиболее полно характеризуют этапы литогенеза, каждый из которых достаточно уверенно диагностируется по современному облику горной породы, что особенно важно при их использовании для целей прогноза [2].

Схема диагностики факторов, принятых в модели прогноза, приведена в табл.2.

Таблица 2

Схема диагностики геологических факторов в моделях прогноза

Факторы	Признаки факторов	Способ определения признаков	Численное значение признаков
1	2	3	4
Литологический тип породы	Песчаник	Визуальный	1
	Алевролит		2
	Аргиллит		3
	Аргиллит углистый		4
Фациальная обстановка осадконакопления	Торфяное болото	Визуальный	1
	Озеро глубоководное		2
	Озеро пойменное		3
	Озеро проточное		4
	Пойма		5
	Прирусло		6
	Русло		7
Состав цемента глинистый	Глинистый	Не вскипает с 10% HCl	1
	Карбонатно-глинистый	Вскипает с HCl в порошке	2
		Бурно вскипает с HCl	3
Степень выветрелости	Сильновыветрелые	Глубина залегания, м: < 40	1
	Выветрелые	40-55	2
	Средневыветрелые	55-85	3
	Слабовыветрелые	85-100	4
	Невыветрелые	> 100	5
Цикл осадконакопления	1	Место залегания породы в стратиграфическом разрезе	1
	2		2
	3		3
	4		4
	5		5
	6		6
	7		7
	8		8
	9		9
	10		10
	11		11
	12		12
	13		13
	14		14

В качестве решающего правила при вероятностном распознавании классов породы принята теорема Байеса, по которой вероятность попадания искомой породы в соответствующий класс можно рассчитать по формуле (3)

$$P(A_j/B_i) = \frac{P(A_j)^{m/(i-1)} P(B_i/A_j)}{\sum_{j=1}^n P(A_j)^{m/(i-1)} P(B_i/A_j)}$$

где  $A_j$  - события попадания породы в класс;  $P(A_j)$  - априорная вероятность, т.е. вероятность попадания в данный класс без учета ее геологических признаков;  $P(A_j/B_i)$  - апостериорная вероятность, т.е. вероятность попадания в данный класс породы, обладающей искомыми геологическими признаками.

Априорные вероятности классов пород по показателям свойств, характеризующим взрываемость, приведены ниже:

Значения главных компонент классов	---	--+	-+	+-	++
Априорные вероятности гипотез (PA)	0,122	0,131	0,329	0,247	0,161

В соответствии с фактическими данными совокупности горных пород подсчитывались частоты  $P(B_i/A_j)$  попадания породы с соответствующими литолого-генетическими признаками в каждый класс взрываемости. Вероятности признаков в классах приведены в табл.3. Располагая данными о распределении признаков, по формуле (3) рассчитывается апостериорная вероятность для каждого класса, по максимальному значению которой выбирается окончательный классификационный интервал.

Таблица 3

Расчет апостериорных вероятностей реализации класса пород по показателям, характеризующим взрываемость  $P(A_j/B_i)$

Показатели	Знаки главных компонент ( $A_j$ )				
	---	--+	-+	+-	++
	Априорные вероятности $P(A_j)$				
	0,122	0,131	0,329	0,247	0,161
Вероятности признаков $P(B_i/A_j)$ :					
- литотип	0,400	0,256	0,440	0,494	0,353
- фауна	0,222	0,116	0,132	0,108	0,140
- состав цемента	0,001	0,067	0,064	0,117	0,769
- степень выветрелости	0,025	0,395	0,556	0,750	0,846
- цикла осадко-накопления	0,001	0,048	0,074	0,059	0,058
$P(A_j)^{m/(i-1)} \times P(B_i/A_j)$	0,271·10 <sup>9</sup>	0,0494·10 <sup>6</sup>	5,032·10 <sup>6</sup>	6,823·10 <sup>6</sup>	30,023·10 <sup>6</sup>
$P(A_j/B_i)$	0,001	0,012	0,119	0,161	0,707

Приведем пример использования предполагаемого метода прогнозирования. Требуется определить физико-механические свойства неветрелого алевролита с карбонатным цементом

из второго цикла осадконакопления с признаками фауны пойменного озера. Для удобства расчета апостериорных вероятностей реализации класса строится вычислительная табл.4, в которую вписывается соответствующее условию задачи значение  $P(B_i/A_j)$  из табл.3 и априорные вероятности  $P(A_j)$ . Значения вероятности попадания искомой породы в определенный класс рассчитываются по формуле (3).

Таблица 4

**Вероятности признаков, используемых для распознавания  
класса прочности пород**

Геологические факторы, признанные существенными признаками	Знаки главных компонент классов взрываемости				
	---	--+	-+	+ -	++
<i>1. Литологическая принадлежность пород</i>					
Песчаник	0,400	0,209	0,349	0,410	0,549
Алевролит	0,400	0,256	0,440	0,494	0,353
Аргиллит	0,100	0,256	0,110	0,095	0,097
Аргиллит углистый	0,100	0,279	0,101	0,001	0,001
<i>2. Фациальная обстановка осадконакопления</i>					
Торфяное болото	0,111	0,279	0,104	0,002	0,001
Озеро глубоководное	0,194	0,279	0,160	0,228	0,240
Озеро пойменное	0,222	0,116	0,132	0,108	0,140
Озеро проточное	0,139	0,070	0,198	0,241	0,240
Пойма	0,083	0,046	0,142	0,144	0,100
Прирусло	0,167	0,046	0,113	0,096	0,159
Русло	0,167	0,163	0,151	0,181	0,120
<i>3. Состав цемента</i>					
Глинистый	0,800	0,644	0,587	0,365	0,001
Карбонатно-глинистый	0,199	0,289	0,349	0,518	0,230
Карбонатный	0,001	0,067	0,064	0,117	0,769
<i>4. Степень выветрелости горных пород</i>					
Сильновыветрелые	0,400	0,116	0,028	0,036	0,095
Выветрелые	0,200	0,140	0,037	0,012	0,001
Средневыветрелые	0,350	0,326	0,231	0,131	0,038
Слабовыветрелые	0,025	0,023	0,148	0,071	0,019
Невыветрелые	0,025	0,395	0,556	0,750	0,846
<i>5. Цикл осадконакопления</i>					
1	0,001	0,048	0,065	0,001	0,001
2	0,001	0,048	0,074	0,059	0,058
3	0,049	0,024	0,028	0,036	0,176
4	0,025	0,095	0,074	0,036	0,156
5	0,049	0,095	0,120	0,072	0,020
6	0,049	0,071	0,083	0,059	0,020
7	0,025	0,071	0,092	0,120	0,039
8	0,001	0,071	0,130	0,205	0,137
9	0,125	0,119	0,046	0,084	0,039
10	0,100	0,001	0,028	0,036	0,098
11	0,075	0,142	0,018	0,036	0,020
12	0,300	0,095	0,102	0,181	0,176
13	0,100	0,071	0,120	0,048	0,058
14	0,100	0,048	0,018	0,024	0,001

В данном случае наибольшая апостериорная вероятность составляет 0,707, т.е. с такой вероятностью можно считать, что порода, обладающая данным комплексом литолого-генетических признаков, принадлежит классу со знаками главных компонент ++. Средние значения показателей свойств породы считываются из соответствующей классификации столбца (см. табл. 1).

За критерий точности прогноза принято число совпадений классов, полученное по фактическим значениям показателей физико-механических свойств и с помощью предлагаемого метода. Для этого по имеющимся значениям показателей физико-механических свойств с помощью дискриминантных функций первой главной компоненты (см. табл. 1) определяется класс взрываемости пород. Полученные результаты свидетельствуют о наличии или отсутствии совпадения классов взрываемости для данной породы. По результатам такого сравнения данных по контрольной выборке судят о точности прогнозных данных. Так, полученные результаты по контрольной выборке приведены ниже:

Количество контрольных испытаний .....	64
Количество случаев совпадения классов .....	56
Процент случаев совпадения классов .....	87,5
Вывод об успешности прогноза делается на основе выполнения следующего условия:	

$$|N_k - (1 - 2\alpha)K| / (2\alpha(1 - 2\alpha)K) < t_{\alpha} \quad (4)$$

где  $N_k$  - число совпадений знаков классов, рассчитанных с помощью дискриминантных функций первой главной компоненты со знаками классов, полученных вероятностно-статистическим методом прогнозирования;  $K$  - число испытаний;  $t_{\alpha}$  - критерий Стьюдента при 5%-ном уровне значимости.

Расчеты показали, что при доверительной вероятности 0,95 данное неравенство выполняется, что свидетельствует о возможности применения данного метода прогноза.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бахтин Г.А., Кабаков А.М. Обоснование метода классификации горных пород по их прочностным свойствам //ФТПРПИ. - 1971. - N2. - С.98-102.
2. Денисов С.Е. Обоснование рациональных параметров взрывной подготовки вскрышных пород к экскавации на основе геолого-технологической информации о массиве: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. - М., 1989. - 16 с.