УДК 539.3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗОНЫ ПЛАСТИЧНОСТИ ВОКРУГ ВЫРАБОТКИ ГЛУБОКОГО ЗАЛЕГАНИЯ ПО ДАННЫМ ИЗМЕРЕНИЙ СМЕЩЕНИЙ НА ЕЕ ПОВЕРХНОСТИ

Анвар Исмагилович Чаньшев
Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, 630091, Россия, г. Новосибирск, Красный проспект, 54, доктор физико-математических наук, заместитель директора по науке, тел. (383)335-97-50; Новосибирский государственный университет экономики и управления, 630099, Россия, г. Новосибирск, Каменская, 52, профессор, e-mail: a.i.chanyshev@gmail.com

Ильгизар Маратович Абдулин
Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, 630091, Россия, г. Новосибирск, Красный проспект, 54, младший научный сотрудник, тел. (383)335-97-50, e-mail: i.m.abdulin@mail.ru

Рассматривается цилиндрическая выработка, в окрестности которой имеется пластическая зона. Контур выработки свободен от напряжений, массив горных пород вокруг выработки удовлетворяет условию пластичности Кулон-Мора. Показывается, как по данным измерений смещений на контуре выработки находятся смещения в самом массиве пород, по смещениям определяются деформации, по деформациям отыскивается упругопластическая граница. Задача решается в рамках плоской деформации.

Ключевые слова: пластичность, смещения, упругопластическая граница.

EVALUATION OF PLASTICITY ZONE AROUND A DEEP MINE WORKING FROM SHEAR MEASUREMENTS MADE AT ITS SURFACE

Anvar I. Chanyshev
Chinakal Institute of Mining SB RAS, 630091, Russia, Novosibirsk, 54 Krasny prospect, D. Sc., Deputy Director for Science; Novosibirsk State University of Economics and Management, 630099, Russia, Novosibirsk, 52 Kamenskaya St., Professor, tel. (383)335-97-50, e-mail: a.i.chanyshev@gmail.com

Il'gizar M. Abdulin
Chinakal Institute of Mining SB RAS, 630091, Russia, Novosibirsk, 54 Krasny prospect, Junior Researcher, tel. (383)335-97-50, e-mail: i.m.abdulin@mail.ru

Under consideration is a cylindrical mine working with a plastic zone inn its periphery. The working contour is free of stresses, a rock mass around a mine working meets Coulomb-Mohr plasticity condition. It is demonstrated that the data on shear measurements in working periphery are used to evaluate displacements in a rock mass itself, the displacement values are employed to estimate deformations and deformations appear helpful to establish elasticity-plasticity interface. The problem is solved in terms of plane deformation.

Key words: plasticity, displacements, elasticity-plasticity interface.

Основной задачей геомеханики является определение напряженно-деформированного состояния массива пород вокруг выработки. Для этого требуются определяющие соотношения горной породы, адекватно описывающие ее поведение при упругом, упругопластическом и запредельном деформированиях, требуются такого же порядка точности критерии перехода материала из одного состояния в другое. Традиционно массив горных пород рассматривается как первоначально изотропное тело с двумя константами упругости: E и ν. Между тем горные породы – первоначально анизотропны, разносопротивляются при растяжении и сжатии не только в упругости, но, что особенно ярко проявляется, при разрушении. Эти факты не могут не учитываться при оценке состояния массива пород вокруг выработок.

Другое обстоятельство, на которое следует обратить внимание, – на постановки задач геомеханики вокруг выработок. Обычно применяются первая, вторая, третья краевые задачи. Все эти постановки предполагают задание условий нагружения на «бесконечности, т.е. должны быть заданы напряжения в бесконечно удаленных точках. При этом очевидно то, что неправильная закладка условий о напряжениях на бесконечности приведет в расчетах к неправильным выводам относительно состояния массива пород вокруг выработок (как узнать то, что происходит на бесконечности?). Кроме этого на состояние массива пород вокруг выработки могут влиять соседние выработки, т.е. при решении задачи требуется еще знание всех границ других областей в окрестности выработки.

Между тем существует другая (неклассическая) постановка краевой задачи, которая не предполагает знания состояния массива пород на «бесконечности» и знаний других выработок и того, что происходит в них. В этой постановке требуется только локальная информация о состоянии массива пород вокруг выработки (в виде каких-то переопределенных граничных условий). Степень достоверности предсказаний состояния массива пород вокруг выработки определяется точностью измерений локальной информации. Это, так называемая постановка задачи Коши, когда на контуре исследуемой выработки измеряются все три смещения, строятся функции смещений на границе выработки. По этим функциям, используя уравнения равновесия, условия совместности деформаций, определяющие соотношения среды, находятся, во-первых все недостающие напряжения, деформации на контуре выработки, в самом массиве пород находятся напряжения, смещения вокруг выработки. По смещениям определяются деформации, по деформациям и по условию прочности находится граница, в которой начинается разрушение (если оно имеется). То есть это – такая постановка задачи геомеханики для выработки, когда без знания условий на «бесконечности», без знания геометрии всех других выработок находится все то, что определяет безопасность ведения горных пород в окрестности данной выработки.

Теперь по существу. Для построения определяющих соотношений горной породы вокруг выработки будем идти от простейшей модели для первоначально изотропной среды к более сложной, учитывающей первоначальную анизотропию.

Пусть T_σ, T_ε – тензоры напряжений и деформаций; 1, 2, 3 – главные оси этих тензоров, предполагается, что они совпадают. Далее рассматривается тензорный базис

$$T_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \; T_2 = \frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \qquad (1)$$

Базис (1) ортогональный, ортонормированный. В базисе (1) координаты T_σ, T_ε равны

$$S_1 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sqrt{3}}, \quad S_2 = \frac{\sigma_2 + \sigma_3 - 2\sigma_1}{\sqrt{6}}, \ S_3 = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sqrt{2}},$$
$$\Omega_1 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{\sqrt{3}}, \quad \Omega_2 = \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - 2\varepsilon_1}{\sqrt{6}}, \ \Omega_3 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_3}{\sqrt{2}}. \tag{2}$$

Рассмотрим экспериментальные данные Ставрогина А.Н. [1], в которых цилиндрические образцы из различных горных пород подвергались действию осевой сжимающей нагрузки и боковому давлению. Пусть цифрой «1» помечено направление осевого сжатия образца, цифрами «2» и «3» – радиальное и тангенциальное направления. При этом $\sigma_2 = \sigma_3$ (следует из выполнения уравнений равновесия), $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$ ($\varepsilon_r = \varepsilon_\varphi$). Заметим, что в (2) ненулевые координаты – S_1, S_2, Ω_1, Ω_2.

На рис. 1 представлены диаграммы деформирования $S_1 = S_1(\Omega_1)$, $S_2 = S_2(\Omega_2)$ для гранита. Видно, что они не являются «едиными», т.е. зависят от уровня бокового давления. Чтобы исправить ситуацию, повернем базис (1) вокруг орта T_3 на некоторый угол φ. Формулы преобразований координат представлены ниже:

$$\begin{cases} \tilde{S}_1 = S_1 \cos\varphi - S_2 \sin\varphi, \quad \tilde{S}_2 = S_1 \sin\varphi + S_2 \cos\varphi, \\ \tilde{\Omega}_1 = \Omega_1 \cos\varphi - \Omega_2 \sin\varphi, \quad \tilde{\Omega}_2 = \Omega_1 \sin\varphi + \Omega_2 \cos\varphi. \end{cases} \tag{3}$$

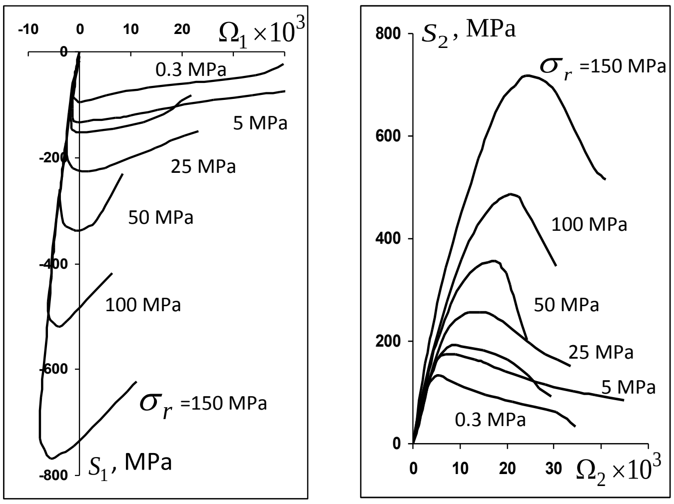

Рис. 1. Диаграммы деформирования гранита $S_1 = S_1(\Omega_1)$, $S_2 = S_2(\Omega_2)$ при разных уровнях бокового давления

Угол φ изменяем от 0 до некоторого значения φ_*, при котором кривые $\tilde{S}_1 = \tilde{S}_1(\tilde{\Omega}_1)$, $\tilde{S}_2 = \tilde{S}_2(\tilde{\Omega}_2)$ становятся «едиными», т.е. не зависящими от уровня бокового давления образцов. Базис $\tilde{\mathrm{T}}_1 = \mathrm{T}_1 \cos\varphi_* - \mathrm{T}_2 \sin\varphi_*$, $\tilde{\mathrm{T}}_2 = \mathrm{T}_1 \sin\varphi_* + \mathrm{T}_2 \cos\varphi_*$ при этом является собственным. Зависимость $\tilde{S}_1 = \tilde{S}_1(\tilde{\Omega}_1)$ близка к прямолинейной, т.е. в упругости, в пластичности, при разрушении она имеет один и тот же характер – прямолинейный (рис. 2).

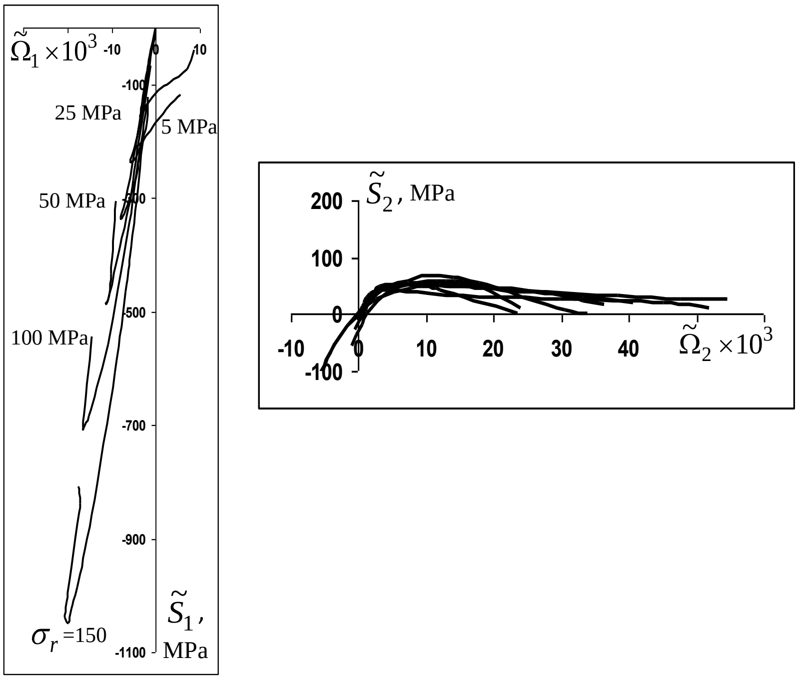

Рис. 2. Диаграммы деформирования гранита $\tilde{S}_1 = \tilde{S}_1(\tilde{\Omega}_1)$, $\tilde{S}_2 = \tilde{S}_2(\tilde{\Omega}_2)$ при разных уровнях бокового давления

Это означает, что $\Omega_1 \cos\varphi_* - \Omega_2 \sin\varphi_* = (S_1 \cos\varphi_* - S_2 \sin\varphi_*)/K$, где K – константа материала. Подставляя значения координат из (2), получаем

$$\frac{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2}{\sqrt{3}} \cos\varphi_* - \frac{2(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{\sqrt{6}} \sin\varphi_* = \left[\frac{\sigma_1 + 2\sigma_2}{\sqrt{3}} \cos\varphi_* - \frac{2(\sigma_2 - \sigma_1)}{\sqrt{6}} \sin\varphi_* \right] / K . \quad (4)$$

Условием пластичности среды будет $\tilde{S}_2 = \tau_s$, достигаемое на другой зависимости $\tilde{S}_2 = \tilde{S}_2(\tilde{\Omega}_2)$ (рис. 2):

$$\left| \frac{\sigma_1 + 2\sigma_2}{\sqrt{3}} \sin\varphi_* + \frac{2(\sigma_2 - \sigma_1)}{\sqrt{6}} \cos\varphi_* \right| = \tau_s . \quad (5)$$

Далее соотношения (4), (5) применяются к решению задачи о выработке в случае идеально-пластического деформирования вдоль орта $\tilde{\mathrm{T}}_2$ [2].

Пусть дана цилиндрическая выработка. Оси цилиндрической системы координат обозначаем как r, z. На контуре выработки касательное напряжение $\tau_{rz} = 0$. При решении задачи считаем, что оно равно нулю не только на границе, но и во всех точках пластической зоны. Кроме этого, следуя [3], будем предполагать, что в пластической зоне два главных напряжения σ_z и σ_φ равны между собой ($\sigma_z = \sigma_\varphi$).

Для определения напряжений в пластической области имеем уравнения равновесия, условие пластичности (5), переписанное в виде

$$\sigma_\varphi = -\frac{\sqrt{3}\tau_s + \sigma_r(\sin\varphi_* - \sqrt{2}\cos\varphi_*)}{2\sin\varphi_* + \sqrt{2}\cos\varphi_*}. \tag{6}$$

Интегрируя уравнение равновесия при условии (6) получаем выражение для напряжения σ_r

$$\sigma_r = Cr^\alpha - \frac{\sqrt{3}\tau_s}{3\sin\varphi_*}, \text{ где } C \text{ – постоянная, } \alpha = -3\sin\varphi_* /(2\sin\varphi_* + \sqrt{2}\cos\varphi_*).$$

Напряженное состояние вокруг выработки в осесимметричной постановке таким образом определяется.

Для определения смещений в пластической области имеем уравнения другого сорта: условие упругого изменения деформаций вдоль орта $\tilde{\mathrm{T}}_1$ и условие $\varepsilon_{rz} = 0$, вытекающее из предположения соосности тензоров T_σ, T_ε в пластичности при простых нагружениях. В перемещениях в случае $K = \infty$ получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \left(\dfrac{\partial u}{\partial r} + \dfrac{u}{r} + \dfrac{\partial \omega}{\partial z}\right)\cos\varphi_* - \dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\dfrac{u}{r} + \dfrac{\partial \omega}{\partial z} - \dfrac{\partial u}{\partial r}\right)\sin\varphi_* = 0, \\ \dfrac{\partial u}{\partial z} + \dfrac{\partial \omega}{\partial r} = 0. \end{cases}$$

Эта система – гиперболического типа, она служит для определения u, ω в пластической области. То, что она гиперболического типа, означает, что на границе выработки $r = a$ необходимо задавать одновременно два смещения:

$$u\big|_{r=a} = f(z), \quad \omega\big|_{r=a} = \varphi(z).$$

Смещения $u = u(r,z)$, $\omega = \omega(r,z)$ таким образом восстанавливаются в пластической зоне. По смещениям находятся деформации, по деформациям определяется упругопластическая граница.

Выводы.

Построена математическая модель упругопластического деформирования горных пород с двумя паспортными характеристиками.

Решена задача об определении пластической зоны вокруг выработки в осесимметричной постановке.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г. Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах. М.: Недра, 1985. 272 с.

2. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.: Наука. – 1969. – 420 с.

3. Ишлинский А.Ю. Осесимметричная задача пластичности и проба Бринелля // Прикл. математика и механика. – 1944. – Т. 8, вып. 3. – С. 201–224.