УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ КАЗАНСКОГО УНИВЕРСИТЕТА.
СЕРИЯ ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

2018, Т. 160, кн. 2 ISSN 2542-064X (Print)
С. 339–351 ISSN 2500-218X (Online)

УДК 550.83.01

РАЗДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ПО ПОЛОЖЕНИЮ ИСТОЧНИКОВ В МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКОМ МЕТОДЕ

П.Н. Александров[1], *А.К. Рыбин*[2], *О.Б. Забинякова*[2]

[1]*Центр геоэлектромагнитных исследований Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, г. Троицк, 108840, Россия*
[2]*Научная станция РАН в г. Бишкеке, г. Бишкек, 720049, Кыргызстан*

Аннотация

Рассмотрены теоретические вопросы использования метода магнитотеллурического зондирования (МТЗ) для целей пассивного электромагнитного мониторинга современных геодинамических процессов.

Поставлена задача выделения из зарегистрированного на дневной поверхности электромагнитного поля составляющей, связанной с экзогенными источниками (ионосферными токами, грозовыми разрядами и т. п.), и поля, связанного с эндогенными источниками, которые могут генерироваться необратимыми геодинамическими процессами в напряженно-деформированной литосфере, например процессами трещинообразования.

Показано, что электромагнитное поле, связанное с эндогенными источниками электромагнитного поля, в случае горизонтально слоистой модели среды входит аддитивным образом в импедансные соотношения, связывающие тангенциальные компоненты электрического поля и тангенциальные компоненты магнитного поля на дневной поверхности.

На основе введения функции объема получено устойчивое в вычислительном плане решение прямой задачи МТЗ для слоистой, горизонтально-однородной произвольно анизотропной модели геоэлектрической среды с распределенными в ней источниками электромагнитного поля. При этом источники могут располагаться в произвольном месте слоистого полупространства со случайной амплитудой и временем появления. Это решение позволяет эффективно проводить прямое математическое моделирование электромагнитного поля, тем самым обеспечивая необходимую теоретико-вычислительную базу для постановки и решения обратной задачи пассивного электромагнитного мониторинга.

Ключевые слова: пассивный электромагнитный мониторинг, магнитотеллурическое зондирование, современные геодинамические процессы

Введение

В последние десятилетия наблюдается повышение интереса к изучению сейсмоэлектромагнитных явлений, связанных с процессами, предшествующими землетрясениям [1]. Предполагается, что при разрушении горной породы формируется наиболее мощный источник электромагнитного поля, связанный с трещинообразованием. Такие эндогенные источники носят случайный характер как по ориентации и амплитуде, так и по времени появления и местоположению. В совокупности они могут создавать электромагнитное поле, которое может регистрироваться на дневной поверхности [2]. Одним из методов исследования геоэлектрической среды является магнитотеллурическое зондирование (МТЗ), в котором в качестве источника рассматривают теллурическое поле экзогенного происхождения. Однако при полевых измерениях регистрируются электромагнитные поля как экзогенного, так и эндогенного происхождения. Таким образом, возникает задача, связанная с теоретическим обоснованием использования данных МТЗ для изучения современных геодинамических процессов, чему и посвящена настоящая работа. Данное обоснование связано прежде всего с возможностью разделения электромагнитного поля, измеренного на дневной поверхности, на поля эндогенного и экзогенного происхождения.

Соответственно, основной задачей обработки данных МТЗ с целью изучения источников эндогенного происхождения является задача разделения поля по положению источников [3]. Помимо этих источников, являющихся предметом изучения пассивного электромагнитного мониторинга современных геодинамических процессов [4], существенную роль играют ионосферные токи, которые являются основой метода магнитотеллурического зондирования для решения электроразведочных задач. Ионосферные токи не являются предметом исследования в настоящей работе.

1. Вывод импедансных соотношений для горизонтально-слоистой модели с распределенными в ней источниками

Рассмотрим в терминах импедансов прямую задачу МТЗ, которая, в свою очередь, является обратной задачей электродинамики по краевым условиям [5].

Электромагнитное поле, в общем случае линейной неоднородной среды, подчиняется системе уравнений Максвелла, которая в частотной области имеет вид

$$\begin{aligned}\mathrm{rot}\,\mathbf{H} &= \sigma\mathbf{E} + \alpha\mathbf{H} + \mathbf{J}^{\mathrm{ext}},\\ \mathrm{rot}\,\mathbf{E} &= -i\omega\mu\mathbf{E} + \beta\mathbf{H} + \mathbf{B}^{\mathrm{ext}},\end{aligned} \tag{1}$$

где $\mathbf{H} = [H_x, H_y, H_z]^T$ – вектор напряженности магнитного поля, $\mathbf{E} = [E_x, E_y, E_z]^T$ – вектор напряженности электрического поля; $\mathbf{J}^{\mathrm{ext}}$, $\mathbf{B}^{\mathrm{ext}}$ – вектора плотности стороннего электрического тока и сторонней индукции магнитного поля соответственно, которые являются источниками электромагнитного поля; ω – частота; $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица; верхний индекс T означает транспонирование. Электромагнитными параметрами неоднородной среды являются: μ – магнитная проницаемость, σ – удельная электропроводность, α, β – бианизотропные параметры [6]. Эти параметры описывают наиболее общие линейные электромагнитные свойства среды и являются матрицами размерности 3×3. Они необходимы для максимально полного описания линейных электромагнитных свойств геоэлектрической среды. Наличие источников электромагнитного поля в геологической среде интерпретируется как характеристика геодинамической активности геологической среды [7].

Рассмотрим горизонтально-однородную модель геоэлектрической среды. Введем декартовую систему координат xyz. Ось z направим вглубь Земли. Для такой среды достаточно переформулировать систему уравнений Максвелла (1) следующим образом: исключив компоненты H_z и E_z, воспользоваться преобразованием Фурье по горизонтальным координатам относительно 4-компонентного вектора $\mathbf{X}=[H_x,H_y,E_x,E_y]^T$, содержащего только тангенциальные компоненты электромагнитного поля [8] и, следовательно, непрерывного на границе раздела сред. В этом случае уравнения Максвелла будут иметь вид системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\frac{\partial}{\partial z}\mathbf{X}=A\mathbf{X}+\mathbf{J}\delta(z-z_j), \qquad (2)$$

где A – матрица, характеризующая параметры среды, пространственные (k_x,k_y) и временную ω частоты; $\mathbf{J}=\mathbf{I}_j e^{i(k_x x_j+k_y y_j+\omega t_j)}$ – вектор сторонних источников электромагнитного поля с номером j, амплитудой $\mathbf{I}_j$, сосредоточенный в точке с координатами x_j,y_j,z_j; δ – дельта-функция Дирака [9]. Источник появляется в момент времени t_j. Решение системы уравнений (2) в однородной среде выражается через экспоненту от матрицы [10] и в данном случае имеет следующий вид:

$$\mathbf{X}=e^{Az}\mathbf{C}+\int_{-\infty}^{\infty}[Se^{\lambda_+(z-z')}U(z-z')S^{-1}-Se^{\lambda_-(z-z')}U(z'-z)S^{-1}]\mathbf{J}(z')dz'=e^{Az}\mathbf{C}+\mathbf{X}^f(z),$$

где $\mathbf{C}$ – постоянный вектор; S – матрица, составленная из собственных векторов матрицы $A=S\lambda S^{-1}$, $\lambda=\begin{pmatrix} e^{\lambda_- z} & 0 \\ 0 & e^{\lambda_+ z}\end{pmatrix}$; λ_-, λ_+, – диагональные матрицы собственных значений матрицы A с действительными частями меньшими и большими нуля соответственно, 0 – нулевые матрицы размерностью 2×2; $\mathbf{X}^f$ – вектор первичного поля. Продолжение поля $\mathbf{X}$ с кровли слоя с координатой z_l на подошву с координатой $z_{l+1}=z_l+h_l$ имеет вид

$$\mathbf{X}(z_{l+1})=e^{A_l h_l}\mathbf{X}(z_l)-e^{A_l h_l}\mathbf{X}^p(z_l)+\mathbf{X}^f(z_{l+1})=e^{A_l h_l}\mathbf{X}(z_l)+\mathbf{Y}_l.$$

Используя это выражение, найдем продолжение поля через слоистую среду с количеством слоем, равным n:

$$\mathbf{X}(z_n)=\mathbf{X}_n=\prod_{l=1}^{n-1}e^{A_l h_l}\mathbf{X}_0+\sum_{l=1}^{n-1}\prod_{k=1}^{l}e^{A_k h_k}\mathbf{Y}_l, \qquad (3)$$

где $\mathbf{X}_0$ – поле на кровле слоистого разреза.

Представим общее решение для поля в слое бесконечной толщины с номером n в виде суммы убывающего $\mathbf{X}^-$ и возрастающего $\mathbf{X}^+$ полей при $z\to+\infty$: $\mathbf{X}^n(z)=\mathbf{X}^-+\mathbf{X}^+$. Исходя из условий на бесконечности, необходимо положить $\mathbf{X}^+=0$, откуда следует $S\begin{pmatrix}[0] & [0] \\ [0] & e^{\lambda_+ z}\end{pmatrix}S^{-1}\mathbf{X}^n(z)=0$, [0] – нулевая матрица. Отсюда при $z\to z_n+0$ получим

$$SBS^{-1}\mathbf{X}^n(z_n) = SBS^{-1}\left[\prod_{l=1}^{n-1} e^{A_l h_l}\mathbf{X}_0 + \sum_{l=1}^{n-1}\prod_{k=1}^{l} e^{A_k h_k}\mathbf{Y}_l\right] =$$

$$= D\mathbf{X}_0 + \mathbf{Y}_0 = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix}\mathbf{X}_0 + \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \end{pmatrix} = 0,$$

где B – диагональная матрица с диагональными элементами, равными единице для собственных значений, больших нуля, и с диагональными элементами, равными нулю для собственных значений, меньших нуля.

Из последнего выражения получим связь между тангенциальными компонентами электрического $\mathbf{E}_0$ и магнитного $\mathbf{H}_0$ полей на поверхности слоистого разреза

$$\mathbf{E}_0 = -d_{11}^{-1}d_{12}\mathbf{H}_0 + d_{11}^{-1}\mathbf{Y}_1 = -d_{21}^{-1}d_{22}\mathbf{H}_0 + d_{21}^{-1}\mathbf{Y}_2 = Z\mathbf{H}_0 + \mathbf{Y}\,. \quad (4)$$

Таким образом, из условия убывания электромагнитного поля на бесконечности получена линейная связь между тангенциальными компонентами электромагнитного поля, зарегистрированными на поверхности нижнего слоистого полупространства с распределенными в нем источниками электромагнитного поля вне зависимости от электромагнитных свойств верхнего полупространства и источников, расположенных там же. Выражение (4) противоречит теории Тихонова – Каньяра [11] в точности до наоборот, в том смысле, что магнитотеллурический импеданс зависит только от параметров верхнего полупространства при наличии источников в нижнем полупространстве. Рассмотрим этот парадокс более подробно. Для этого предположим, что верхнее полупространство является горизонтально слоистым и в нем также находятся источники электромагнитного поля, которые создают поле $\mathbf{Y}^v$. Тогда горизонтальные компоненты будут связаны соотношениями, аналогичными (4):

$$\mathbf{E}_0 = Z^v\mathbf{H}_0 + \mathbf{Y}^v, \quad (5)$$

где Z^v – импеданс верхнего полупространства.

Найдем решение прямой задачи для всего слоистого пространства. Учитывая непрерывность нолей $\mathbf{E}_0$ и $\mathbf{H}_0$ на границе двух полупространств и вычитая из равенства (4) выражение (5), получим $0 = (Z - Z^v)\mathbf{H}_0 + (\mathbf{Y} - \mathbf{Y}^v)$, откуда

$$\mathbf{H}_0 = -(Z - Z^v)^{-1}(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}^v) = ([1] - Z^{v-1}Z)^{-1}Z^{v-1}(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}^v)\,. \quad (6)$$

Для электрического поля аналогично

$$\mathbf{E}_0 = (Z^{-1} - Z^{v-1})^{-1}(Z^{-1}\mathbf{Y} - Z^{v-1}\mathbf{Y}^v) = ([1] - ZZ^{v-1})^{-1}(\mathbf{Y} - ZZ^{v-1}\mathbf{Y}^v)\,. \quad (7)$$

Таким образом, решена прямая задача геоэлектрики для слоистого пространства с находящимися в нем источниками электромагнитного поля в терминах импедансов верхнего и нижнего полупространств.

Рассмотрим задачу разделения поля по положению источников при магнитотеллурических исследованиях в случае горизонтально слоистой модели среды. В практике МТЗ находят линейную связь между тангенциальными компонентами электромагнитного поля, зарегистрированными на дневной поверхности, через кажущийся импеданс Z_0.

При нахождении кажущегося импеданса Z_0 по экспериментальным данным из выражения $\mathbf{E}_0 = Z_0\mathbf{H}_0$ с использованием полученных решений (6) и (7) получаем систему уравнений

$$(Z^{-1} - Z^{v-1})^{-1}(Z^{-1}\mathbf{Y} - Z^{v-1}\mathbf{Y}^v) = -Z_0(Z - Z^v)^{-1}(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}^v),$$

при этом Z_0 будет зависеть от местоположения источников.

Последнее выражение можно переписать в следующем виде:

$$(Z_0 Z^{v-1} - [1])(ZZ^{v-1} - [1])^{-1}\mathbf{Y} = (Z_0 Z^{-1} - [1])([1] - Z^v Z^{-1})^{-1}\mathbf{Y}^v,$$

из которого следует, что в случае отсутствия источников в нижнем полупространстве, то есть при $\mathbf{Y} = 0$, кажущийся импеданс будет равен импедансу нижнего полупространства, $Z_0 = Z$. Наоборот, если в верхнем полупространстве источники отсутствуют, то есть $\mathbf{Y}^v = 0$, то кажущейся импеданс будет равен импедансу верхнего полупространства, $Z_0 = Z^v$.

Таким образом, получили обобщение на случай слоистой анизотропной и бианизотропной модели геоэлектрической среды известного вывода, вытекающего из модели Тихонова – Каньяра о зависимости импеданса от электромагнитных параметров нижнего полупространства для источников, находящихся в верхнем полупространстве, и наоборот.

Следовательно, уравнение (4) имеет место, и на его основе можно построить систему обработки данных МТЗ с целью изучения геодинамической активности геологической среды. Для этого необходимо знать импеданс нижнего полупространства Z, который можно найти в период геодинамического затишья. Отсюда следует постановка обратной задачи пассивного электромагнитного мониторинга современных геодинамических процессов: по известному импедансу нижнего полупространства Z найти электромагнитное поле источников, находящихся в нижнем полупространстве, из уравнения

$$\mathbf{Y} = \mathbf{E}_0 - Z\mathbf{H}_0. \tag{8}$$

Это уравнение справедливо для любых источников, находящихся в верхнем полупространстве, и, соответственно, для любых параметров слоистого (причем не обязательно слоистого) верхнего полупространства. По этому полю, зарегистрированному и вычисленному на дневной поверхности, ставится задача определения местоположения области разрушения горной породы и количественной оценки интенсивности этих процессов.

Справедливо также уравнение (5). Тогда для изучения источников в верхнем полупространстве необходимо знать импеданс верхнего полупространства Z^v. Для изучения источников в верхнем полупространстве необходимо использовать уравнение

$$\mathbf{Y}^v = \mathbf{E}_0 - Z^v\mathbf{H}_0. \tag{9}$$

Уравнения (8) и (9) позволяют решить задачу о разделении электромагнитного поля, зарегистрированного на дневной поверхности, по положению источников.

Таким образом, получены импедансные соотношения для горизонтально-слоистой модели геоэлектрической среды с распределенными в ней источниками электромагнитного поля, которые являются решением обратной задачи на определение краевых условий. При этом импеданс слоистого разреза Z не зависит от источников электромагнитного поля, а электромагнитное поле, связанное с источниками в слоистой среде, входит аддитивным образом в импедансное соотношение.

Изложенный выше способ решения прямой задачи МТЗ для горизонтально слоистой среды на основе продолжения поля не обладает устойчивостью в вычислительном плане. Это связано с тем, что в выражение (3) входит экспонента от матрицы. Действительные части собственных значений матрицы A могут быть как положительными, так и отрицательными. В случае положительных собственных значений при увеличении толщины слоя появляется растущая экспонента, что приводит к неустойчивости полученного решения.

Для эффективного практического решения прямой задачи МТЗ для случая горизонтально-слоистой среды с распределенными в ней источниками электромагнитного поля необходим устойчивый алгоритм решения этой задачи.

2. Устойчивый алгоритм решения прямой задачи МТЗ с учетом распределенных в нижнем полупространстве источников электромагнитного поля

Как отмечалось выше, в уравнение (8) не входят явным образом источники и электромагнитные параметры верхнего полупространства. Это связано с теоремой единственности решения прямых задач электродинамики [12]. Рассмотрим другое обоснование вышесказанного. Пусть задан объем V, внутри которого нужно найти решение уравнений Максвелла по заданным тангенциальным компонентам электромагнитного поля на поверхности этого объема. Введем функцию изучаемого объема среды

$$U=\begin{cases}1, & (x,y,z)\in V,\\ 0, & (x,y,z)\notin V.\end{cases}$$

Тогда для умноженных на эту функцию электромагнитных полей из (1) получим

$$\operatorname{rot}\tilde{\mathbf{H}}=\sigma\tilde{\mathbf{E}}+\alpha\tilde{\mathbf{H}}+U\mathbf{J}^{\text{ext}}+\operatorname{grad}U\times\mathbf{H},$$

$$\operatorname{rot}\tilde{\mathbf{E}}=-i\omega\mu\tilde{\mathbf{H}}+\beta\tilde{\mathbf{E}}+U\mathbf{B}^{\text{ext}}+\operatorname{grad}U\times\mathbf{E},$$

где $\tilde{\mathbf{E}}=U\mathbf{E}=\begin{cases}\mathbf{E}, & (x,y,z)\in V\\ 0, & (x,y,z)\notin V\end{cases}$, $\tilde{\mathbf{H}}=U\mathbf{H}=\begin{cases}\mathbf{H}, & (x,y,z)\in V\\ 0, & (x,y,z)\notin V\end{cases}$, $\operatorname{grad}U$ порождает дельта-функцию Дирака и вектор нормали к поверхности, ограничивающей объем V.

Последняя система уравнений Максвелла записана для всего пространства, что позволяет находить ее решение с использованием функции Грина этих уравнений для всего пространства, а не только для объема изучаемой среды. Учитывая, что электромагнитное поле вне объема изучаемой среды равно нулю, можно сделать вывод о том, что и электромагнитные параметры вне этого объема также не нужны для решения прямой задачи. Кроме того, если источники находятся вне изучаемого объема среды (например, в верхнем полупространстве), то $\tilde{\mathbf{B}}^{\text{ext}} = U\mathbf{B}^{\text{ext}} = 0$, $\tilde{\mathbf{J}}^{\text{ext}} = U\mathbf{J}^{\text{ext}} = 0$. Отсюда

$$\operatorname{rot}\tilde{\mathbf{H}} = \sigma\tilde{\mathbf{E}} + \alpha\tilde{\mathbf{H}} + \operatorname{grad}U \times \mathbf{H},$$

$$\operatorname{rot}\tilde{\mathbf{E}} = -i\omega\mu\tilde{\mathbf{H}} + \beta\tilde{\mathbf{E}} + \operatorname{grad}U \times \mathbf{E},$$

Воспользуемся описанным подходом для получения устойчивого решения прямой задачи МТЗ. Для этого введем функцию Грина системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (2)

$$G = v\begin{bmatrix} e^{\lambda^- z}U(z) & [0] \\ [0] & -e^{\lambda^+ z}U(-z) \end{bmatrix} v^{-1}.$$

Эта функция удовлетворяет тензорному уравнению размерности 4×4

$$\frac{\partial}{\partial z}G = AG + \delta(z)[1], \quad A = v[\lambda]v^{-1}, \quad \lambda = \begin{pmatrix} \lambda^- & 0 \\ 0 & \lambda^+ \end{pmatrix}. \tag{10}$$

Рассмотрим первый слой с координатой кровли z_0, на которой задано электромагнитное поле $\mathbf{X}_0$, и подошвы $z_0 + h_l$, h_l – толщина первого слоя. Введем также функцию объема первого слоя

$$V_1 = U(z - z_0) - U(z - z_0 - h_1),$$

где $U(z)$ – функция Хевисайда.

Далее умножим вектор электромагнитного поля $\mathbf{X}$ на функцию объема первого слоя $\tilde{\mathbf{X}}_1 = V_1\mathbf{X}$. Электромагнитное поле $\tilde{\mathbf{X}}_1$ будет равно нулю вне первого слоя и удовлетворять во всем пространстве системе уравнений ~

$$\frac{\partial}{\partial z}\tilde{\mathbf{X}}_1 = A_1\tilde{\mathbf{X}}_1 + \delta(z - z_0)\mathbf{X}_0 - \delta(z - z_0 - h_1)\mathbf{X}_1 + \sum_{k=1}^{M_1}\mathbf{J}_k\delta(z - z_k),$$

где $\mathbf{X}_1$ – неизвестное поле на подошве слоя, $z_0 < z_k < z_0 + h_1$, $\mathbf{J}_k = \mathbf{I}_k e^{ik_x x_k + ik_y y_k + i\omega t_k}$, $A_1 = v_1\begin{pmatrix} \lambda_1^- & 0 \\ 0 & \lambda_1^+ \end{pmatrix}v_1^{-1}$, M_1 – количество источников, появляющихся в первом слое, x_k, y_k, z_k – их координаты, $\mathbf{I}_k$ – интенсивность источников в момент появления t_k.

Решение этого уравнения с использованием функции Грина тензорной системы уравнений (10) имеет вид

$$\tilde{\mathbf{X}}_1 = v_1\begin{pmatrix} e^{\lambda_1^-(z-z_0)}U(z - z_0) & 0 \\ 0 & -e^{\lambda_1^+(z-z_0)}U(-z + z_0) \end{pmatrix}v_1^{-1}\mathbf{X}_0 +$$

$$+v_1\begin{pmatrix} e^{\lambda_1^-(z-z_0-h_1)}U(z - z_0 - h_1) & 0 \\ 0 & -e^{\lambda_1^+(z-z_0-h_1)}U(-z + z_0 + h_1) \end{pmatrix}v_1^{-1}\mathbf{X}_1^2 + \tilde{\mathbf{X}}_1^{f}, \tag{11}$$

где $\tilde{\mathbf{X}}_1^{f}$ – первичное поле источников, находящихся в первом слое, которое будет определено ниже.

Соответственно, внутри слоя получим

$$\tilde{\mathbf{X}}_1 = v_1 \begin{pmatrix} e^{\lambda_1^-(z-z_0)} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} v_1^{-1} \mathbf{X}_0 + v_1 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -e^{\lambda_1^+(z-z_0-h_1)} \end{pmatrix} v_1^{-1} \mathbf{X}_1^2 + \tilde{\mathbf{X}}_1^f .$$

При $z \to z_0 + 0$ имеем

$$\tilde{\mathbf{X}}_1 = \mathbf{X}_0 = v_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} v_1^{-1} \mathbf{X}_0 + v_1 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -e^{-\lambda_1^+ h_1} \end{pmatrix} v_1^{-1} \mathbf{X}_1^2 + \tilde{\mathbf{X}}_1^f(z_0) .$$

Заметим, что при $z \to z_0 - 0$, то есть выше дневной поверхности,

$$0 = v_1 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} v_1^{-1} \mathbf{X}_0 + v_1 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -e^{-\lambda_1^+ h_1} \end{pmatrix} v_1^{-1} \mathbf{X}_1^2 + \tilde{\mathbf{X}}_1^f(z_0) ,$$

что равносильно предыдущему выражению. При $z \to z_0 + h_1 - 0$ получим

$$\tilde{\mathbf{X}}_1 = \mathbf{X}_1^2 = v_1 \begin{pmatrix} e^{\lambda_1^- h_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} v_1^{-1} \mathbf{X}_0 + v_1 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} v_1^{-1} \mathbf{X}_1^2 + \tilde{\mathbf{X}}_1^f(z_1) .$$

Внутри второго слоя при $z \to z_1 + 0$, $z_1 = z_0 + h_1$, решение имеет аналогичный вид

$$\tilde{\mathbf{X}}_2(z_1) = \mathbf{X}_2^1 = v_2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} v_2^{-1} \mathbf{X}_2^1 + v_2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -e^{-\lambda_2^+ h_2} \end{pmatrix} v_2^{-1} \mathbf{X}_2^2 + \tilde{\mathbf{X}}_2^f(z_1) .$$

Учитывая непрерывность вектора электромагнитного поля при переходе через границу $\mathbf{X}_1^2 = \mathbf{X}_2^1$ и приравнивая правые части последних двух уравнений, получим

$$\left[v_2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} v_2^{-1} - v_1 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} v_1^{-1} \right] \mathbf{X}_1^2 + v_2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -e^{-\lambda_2^+ h_2} \end{pmatrix} v_2^{-1} \mathbf{X}_2^2 =$$

$$= v_1 \begin{pmatrix} e^{\lambda_1^- h_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} v_1^{-1} \mathbf{X}_0 + \tilde{\mathbf{X}}_1^f(z_1) - \tilde{\mathbf{X}}_2^f(z_1) .$$

Аналогично для следующей границы с учетом того, что $\mathbf{X}_2^2 = \mathbf{X}_3^1$:

$$-v_2 \begin{pmatrix} e^{\lambda_2^- h_2} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} v_2^{-1} \mathbf{X}_2^1 + \left[v_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} v_3^{-1} - v_2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} v_2^{-1} \right] \mathbf{X}_2^2 +$$

$$+ v_3 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -e^{-\lambda_3^+ h_3} \end{pmatrix} v_3^{-1} \mathbf{X}_3^2 = \tilde{\mathbf{X}}_2^f(z_2) - \tilde{\mathbf{X}}_3^f(z_2) .$$

Для l-й границы имеем

$$-v_l \begin{pmatrix} e^{\lambda_l^- h_l} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} v_l^{-1} \mathbf{X}_l^1 + \left[v_{l+1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} v_{l+1}^{-1} - v_l \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} v_l^{-1} \right] \mathbf{X}_l^2 +$$

$$+ v_{l+1} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -e^{-\lambda_{l+1}^+ h_{l+1}} \end{pmatrix} v_{l+1}^{-1} \mathbf{X}_{l+1}^2 = \tilde{\mathbf{X}}_l^f(z_l) - \tilde{\mathbf{X}}_{l+1}^f(z_l) .$$

Для последней границы с номером n

$$-v_n \begin{pmatrix} e^{\lambda_n^- h_n} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} v_n^{-1} \mathbf{X}_n^1 + \left[v_{n+1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} v_{n+1}^{-1} - v_n \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} v_n^{-1} \right] \mathbf{X}_n^2 =$$

$$= \tilde{\mathbf{X}}_n^{\ f}(z_n) - \tilde{\mathbf{X}}_{n+1}^{\ f}(z_n) .$$

Таким образом, задача сведена к системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных векторов на границах раздела сред $\mathbf{X}_l^1$, $\mathbf{X}_l^2$, $l = [1, n]$, причем вектор $\mathbf{X}_1^1 = \mathbf{X}_0$ известен. Разрешая данную систему ,выражая поле $\mathbf{X}_1^2$ через известное поле на дневной поверхности $\mathbf{X}_0$, например в виде $\mathbf{X}_1^2 = B\mathbf{X}_0 + \mathbf{F}$, и подставляя в уравнение

$$\mathbf{X}_0 = v_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} v_1^{-1} \mathbf{X}_0 + v_1 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -e^{-\lambda_1^+ h_1} \end{pmatrix} v_1^{-1} \mathbf{X}_1^2 + \tilde{\mathbf{X}}_1^{\ f}(z_0) ,$$

получим следующую вырожденную систему уравнений:

$$\left[[1] - v_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} v_1^{-1} - v_1 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -e^{-\lambda_1^+ h_1} \end{pmatrix} v_1^{-1} B \right] \mathbf{X}_0 =$$

$$= v_1 \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} v_1^{-1} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & e^{-\lambda_1^+ h_1} \end{pmatrix} v_1^{-1} B \right] \mathbf{X}_0 =$$

$$= D\mathbf{X}_0 = v_1 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -e^{-\lambda_1^+ h_1} \end{pmatrix} v_1^{-1} \mathbf{F} + \tilde{\mathbf{X}}_1^{\ f}(z_0), \qquad (12)$$

из которой найдем связь между тангенциальными компонентами электромагнитного поля на дневной поверхности через магнитотеллурический импеданс.

Для слоя с номер l, где находится M_l источников, первичное поле имеет вид

$$\tilde{\mathbf{X}}_l^f = \sum_{k=1}^{M_l} v_l \begin{bmatrix} e^{\lambda_l^- (z - z_k)} U(z - z_k) & 0 \\ 0 & e^{\lambda_l^+ (z - z_k)} U(-z + z_k) \end{bmatrix} v_l^{-1} \mathbf{I}_k e^{ik_x x_k + ik_y y_k + i\omega t_k}, \ z_{l-1} < z_k < z_l ,$$

где $A_l = v_l \begin{pmatrix} \lambda_l^- & 0 \\ 0 & \lambda_l^+ \end{pmatrix} v_l^{-1}$ – матрица параметров l-го слоя.

Таким образом, получено устойчивое решение прямой задачи МТЗ в том смысле, что решение задачи для каждого слоя выражается только через убывающие экспоненты. Это позволяет проводить математическое моделирование для задач магнитотеллурического зондирования.

При решении задачи использовалось разложение по плоским волнам с пространственными частотами k_x, k_y. Отметим, что в пространственной области это означает, что импеданс является ядром линейного интегрального преобразования в форме свертки по пространственным координатам. Иначе говоря, связь тангенциальных компонент электрического и магнитного полей в общем случае не является локальной, и уравнение (8) в пространственной области будет иметь вид

$$\mathbf{Y}(x,y,z=0)=\mathbf{E}_0(x,y,z=0)-\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}Z(x',y')\mathbf{H}_0(x-x',y-y',z=0)dx'dy'.$$

Это обстоятельство требует использования синхронных площадных измерений магнитотеллурического поля при изучении современных геодинамических процессов. В этом случае обратная задача пассивного электромагнитного мониторинга может быть сформулирована следующим образом: по вычисленному полю $\mathbf{Y}(x,y,z)=0$ определить местоположение области геодинамической активности среды и ее интенсивность.

Заключение

Получено решение прямой задачи МТЗ для слоистого пространства, выражающееся через импедансы верхнего и нижнего полупространств и полей от источников, находящихся в соответствующих областях пространства.

Путем продолжения электромагнитного поля через горизонтально слоистую среду найдена связь между тангенциальными компонентами электромагнитного поля, зарегистрированными на дневной поверхности. При этом магнитотеллурический импеданс зависит только от электромагнитных параметров геоэлектрической среды. Поле от источников, находящихся в слоистом пространстве, входит аддитивным образом в эту связь (уравнения (8) и (9)). Однако рассмотренный метод решения прямой задачи МТЗ для горизонтально слоистой среды на основе продолжения поля неустойчив в вычислительном плане. С другой стороны, устойчивое решение аналогичной задачи не позволяет установить эту аддитивную связь, но позволяет получить устойчивой алгоритм решения прямой задачи МТЗ с распределенными в горизонтально слоистой модели геологической среды источниками электромагнитного поля. Такое решение позволяет перейти к рассмотрению обратной задачи пассивного электромагнитного мониторинга – к определению местоположения области геосреды, в которой протекают необратимые геодинамические процессы, и оценке их интенсивности. Для получения решения использовался оригинальный подход, связанный с введением функции объема изучения среды.

Таким образом, важнейшим результатом настоящего исследования является вывод импедансного соотношения с учетом эндогенных источников электромагнитного поля. Электромагнитное поле эндогенного происхождения входит аддитивным образом в импедансные соотношения. Магнитотеллурический импеданс Z не зависит от эндогенных источников электромагнитного поля. Это позволяет проводить эффективную обработку магнитотеллурических данных по выделению полей эндогенных источников из наблюдаемых в магнитотеллурике электромагнитных полей.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 17-05-00844).

Литература

1. *Соболев Г.А., Пономарев А.В.* Физика землетрясений и предвестники. – М.: Наука, 2003. – 270 с.
2. *Александров П.Н.* К теории сейсмического и электромагнитного мониторинга современных геодинамических процессов // Вестн. КРАУНЦ. Науки о Земле. – 2009. – № 2. – С. 49–58.
3. *Александров П.Н.* Разделение зарегистрированного на дневной поверхности электромагнитного поля по положению источников // Глобальная электрическая цепь: Материалы Второй Всерос. конф. – Ярославль: Филигрань, 2015. – С. 6–7.
4. *Александров П.Н.* Теоретические и методические основы электромагнитного мониторинга современных геодинамических процессов: Дис. … канд. геол.-мин. наук. – Саратов, 1994. – 124 с.
5. *Ахтямов А.М.* Теория идентификации краевых условий и ее приложения. – М.: Физматлит, 2009. – 272 с.
6. *Александров П.Н.* Эффективные электромагнитные параметры капиллярной системы электропроводности горной породы // Физика Земли. – 2000. – № 2. – С. 87–94.
7. *Соболев Г.А.* Перспективы оперативного прогноза землетрясений по электротеллурическим наблюдениям // Предвестники землетрясений. – 1973. – № 5498. – С. 172–185.
8. *Александров П.Н.* Прямая задача геоэлектрики в одномерных бианизотропных средах // Физика земли. – 2001. – № 4. – С. 51–61.
9. *Кеч В., Теодореску П.* Введение в теорию обобщенных функций с приложениями в технике. – М.: Мир,1978. – 518 с.
10. *Гантмахер Ф. Р.* Теория матриц. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 560 с.
11. *Бердичевский М.Н., Дмитриев В.И.* Магнитотеллурическое зондирование горизонтально-однородных сред. – М.: Недра, 1992. – 250 с.
12. *Марков Г.Т., Петров Б.М., Грудинская Г.П.* Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Сов. радио, 1979. – 376 с.

Поступила в редакцию
20.04.17

Александров Павел Николаевич, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник

Центр геоэлектромагнитных исследований Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН
а/я 30, г. Троицк, 108840, Россия
E-mail: *alexandr@igemi.troitsk.ru*

Рыбин Анатолий Кузьмич, доктор физико-математических наук, директор, заведующий лабораторией глубинных магнитотеллурических исследований

Научная станция Российской академии наук в г. Бишкеке
Бишкек-49, г. Бишкек, 720049, Кыргызстан
E-mail: *rybin@gdirc.ru*

Забинякова Ольга Борисовна, ученый секретарь

Научная станция Российской академии наук в г. Бишкеке
Бишкек-49, г. Бишкек, 720049, Кыргызстан
E-mail: *zabinyakova@gdirc.ru*

ISSN 2542-064X (Print)
ISSN 2500-218X (Online)

UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA. SERIYA ESTESTVENNYE NAUKI

(Proceedings of Kazan University. Natural Sciences Series)

2018, vol. 160, no. 2, pp. 339–351

The Separation of the Electromagnetic Field at the Position of the Sources in the Mag-netotelluric Method

P.N. Alexandrov[a*], *A.K. Rybin*[b**], *O.B. Zabinyakova*[b***]

[a]*Geoelectromagnetic Research Center, Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Troitsk, 108840 Russia*

[b]*Research Station of the Russian Academy of Sciences in Bishkek, Bishkek, 720049 Kyrgyzstan*

E-mail: [*]*alexandr@igemi.troitsk.ru*, [**]*rybin@gdirc.ru*, [***]*zabinyakova@gdirc.ru*

Received April 20, 2017

Abstract

The theoretical problems of using the magnetotelluric sounding method (MTS) for electromagnetic monitoring of the current geodynamic processes have been considered.

Using the electromagnetic field registered on the Earth's daylight surface, the task has been set to single out the component associated with exogenous sources (ionospheric currents, lighting discharge, etc.) and the field component related to endogenous sources that can be generated by irreversible geodynamic processes in the lithosphere, such as cracking. The direct MTS problem for layered space, which is expressed as the impedances of the upper and lower half-spaces and fields from the sources located in the corresponding areas of space, has been solved. Using the electromagnetic field extension through the horizontally layered medium, a formula showing the relationship between the tangential components of the electromagnetic field registered on the Earth's surface has been determined. In this case, the magnetotelluric impedance depends exclusively on the electromagnetic parameters of the geoelectrical medium. The field from the sources located in the layered space is included additively into this relationship formula.

The approach to solving the direct MTS problem for horizontally layered media on the basis of field extension is not stable terms of calculation. For this reason, the stable algorithm for solving the MTS direct problem with account of electromagnetic fields sources distributed in the lower half-space has been developed. A stable solution of the direct problem for the layered laterally homogeneous arbitrary anisotropic model of geoelectrical medium with electromagnetic field sources distributed in it has been obtained. In this case, the sources can be located in arbitrary places of the layered half-space with the random amplitude and time of occurrence. This solution allows to efficiently implement direct mathematical modeling of the electromagnetic field, thereby providing the necessary theoretical and calculation basis for setting and solving the inverse problem of passive electromagnetic monitoring.

Keywords: passive electromagnetic monitoring, magnetotelluric sounding, modern geodynamic processes

Acknowledgments. The study was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project no. 17-05-00844).

References

1. Sobolev G.A., Ponomarev A.V. *Fizika zemletryasenii i predvestniki* [Physics of Earthquakes and Their Precursors]. Moscow, Nauka, 2003. 270 p. (In Russian)
2. Aleksandrov P.N. To the theory of seismic and electromagnetic monitoring of modern geodynamic processes. *Vestn. KRAUNTs. Nauki Zemle*, 2009, no. 2, pp. 49–58. (In Russian)
3. Aleksandrov P.N. Separation of electromagnetic field registered on the Earth's daylight surface by sources location. *Global'naya elektricheskaya tsep': Materialy Vtoroi Vseros. Konf.* [Global Electric Circuit: Proc. 2nd All-Russ. Conf.]. Yaroslavl, Filigran', 2015, pp. 6–7. (In Russian)

4. Aleksandrov P.N. Theoretical and methodological basis of electromagnetic monitoring of modern geodynamic processes. *Cand. Geol.-Mineral. Sci. Diss*. Saratov, 1994. 124p. (In Russian)
5. Akhtyamov A.M. *Teoriya identifikatsii kraevykh uslovii i ee prilozheniya* [Theory of Identification of Boundary Conditions and Its Applications]. Moscow, Fizmatlit, 2009. 272 p. (In Russian)
6. Aleksandrov P.N. Effective electromagnetic parameters of a capillary electrical conditions system in rocks. *Izv., Phys. Solid Earth*, 2000, vol. 36, pp. 179–186.
7. Sobolev G.A. Prospects of real-time forecast of earthquakes by electrotelluric observations. *Predvestniki Zemletryasenii*, 1973, no. 5498, pp. 172–185. (In Russian)
8. Aleksandrov P.N. Direct geoelectrical problem in one-dimensional bianisotropic media, *Fizika Zemli*, 2001, no. 4, pp. 51–61. (In Russian)
9. Kech V., Teodoresku P. *Vvedenie v teoriyu obobshchennykh funktsii s prilozheniyami v tekhnike* [Introduction into Theory of Generalized Functions with Applications in Engineering]. Moscow, Mir, 1978. 518 p. (In Russian)
10. Gantmacher F.R. *Teoriya matrits* [Theory of Matrices]. Moscow, FIZMATLIT, 2004. 560 p. (In Russian)
11. Berdichevskii M.N., Dmitriev V.I. *Magnitotelluricheskoe zondirovanie gorizontal'no*-odnorodnykh *sred* [Magnetotelluric Sounding of Horizontally Homogeneous Media]. Moscow, Nedra, 1992. 250 p. (In Russian)
12. Markov G.T., Petrov B.M., Grudinskaya G.P. *Elektrodinamika i rasprostranenie radiovoln* [Electrodynamics and Radiowaves Propagation]. Moscow, Sov. Radio, 1979. 376 p. (In Russian)

***Для цитирования*:** *Александров П.Н., Рыбин А.К., Забинякова О.Б.* Разделение электромагнитного поля по положению источников в магнитотеллурическом методе // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Естеств. науки. – 2018. – Т. 160, кн. 2. – С. 339–351.

***For citation*:** Alexandrov P.N., Rybin A.K., Zabinyakova O.B. The separation of the electromagnetic field at the position of the sources in the magnetotelluric method. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Estestvennye Nauki*, 2018, vol. 160, no. 2, pp. 339–351. (In Russian)