



## PREDICTION OF COMPRESSION AND EXTENSION ZONES IN GEOLOGICAL STRUCTURES BASED ONLY ON THE VELOCITIES OF LONGITUDINAL WAVES IN THE GEOLOGICAL MEDIUM

B. P. Sibiryakov<sup>1,2</sup>, E. A. Khogoev<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*A.A. Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics, Siberian Branch of RAS, Novosibirsk, Russia*

<sup>2</sup>*Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia*

**Abstract:** The article presents accurate solutions for the problem for two elastic half-spaces with an arbitrary curvilinear interface. Our study shows that dilatation solutions (Poisson integrals) are dependent on neither an overall compression modulus nor the Poisson ratio, and depend only on the velocity of longitudinal waves. These specific solutions can be supplemented by general solutions for an incompressible elastic medium, and the boundary conditions of the rigid contact for the sum of the solutions can thus be satisfied. Relatively simple calculations make it possible to determine the divergence of the displacement field and reduce the entire problem solving process to a study of Poisson equations with a known divergence. Furthermore, predictions of volumetric compression or extension are important for geological investigations, since the zones characterized by reduced pressure rates may act as fluid attractors.

**Key words:** dilatation; forecasting; prediction; pressure; velocity of longitudinal waves; fundamental solutions; Poisson integral; random walk method (RWM) for elliptic equations

### RESEARCH ARTICLE

**Received:** September 13, 2018

**Revised:** March 15, 2019

**Accepted:** April 3, 2019

**For citation:** *Sibiryakov B.P., Khogoev E.A., 2019. Prediction of compression and extension zones in geological structures based only on the velocities of longitudinal waves in the geological medium. *Geodynamics & Tectonophysics* 10 (2), 471–481. doi:10.5800/GT-2019-10-2-0422.*

# ПРОГНОЗ ОБЛАСТЕЙ СЖАТИЯ И РАСТЯЖЕНИЯ В ГЕОЛОГИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДАННЫХ ТОЛЬКО О СКОРОСТЯХ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН В ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

Б. П. Сибиряков<sup>1,2</sup>, Е. А. Хогоев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН, Новосибирск, Россия

<sup>2</sup>Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, Новосибирск, Россия

**Аннотация:** Приведены точные решения упругой задачи для двух полупространств, разделенных произвольной криволинейной поверхностью. Показано, что частные решения для дилатации (интегралы Пуассона) не зависят ни от модуля всестороннего сжатия, ни от коэффициента Пуассона, а зависят только от скорости продольных волн. Эти частные решения могут быть дополнены общими решениями для несжимаемой упругой среды, и тем самым будут выполнены граничные условия жесткого контакта для суммы означенных решений. Возникает возможность сравнительно простыми вычислениями определить дивергенцию поля перемещений и свести всю задачу к исследованию уравнений типа Пуассона при известной дивергенции. Кроме того, сам прогноз объемного сжатия или растяжения имеет важное геологическое значение, так как зоны пониженного давления могут быть аттракторами флюидов.

**Ключевые слова:** дилатация; прогноз; давление; скорость продольных волн; фундаментальные решения; интеграл Пуассона; метод случайных блужданий для эллиптических уравнений

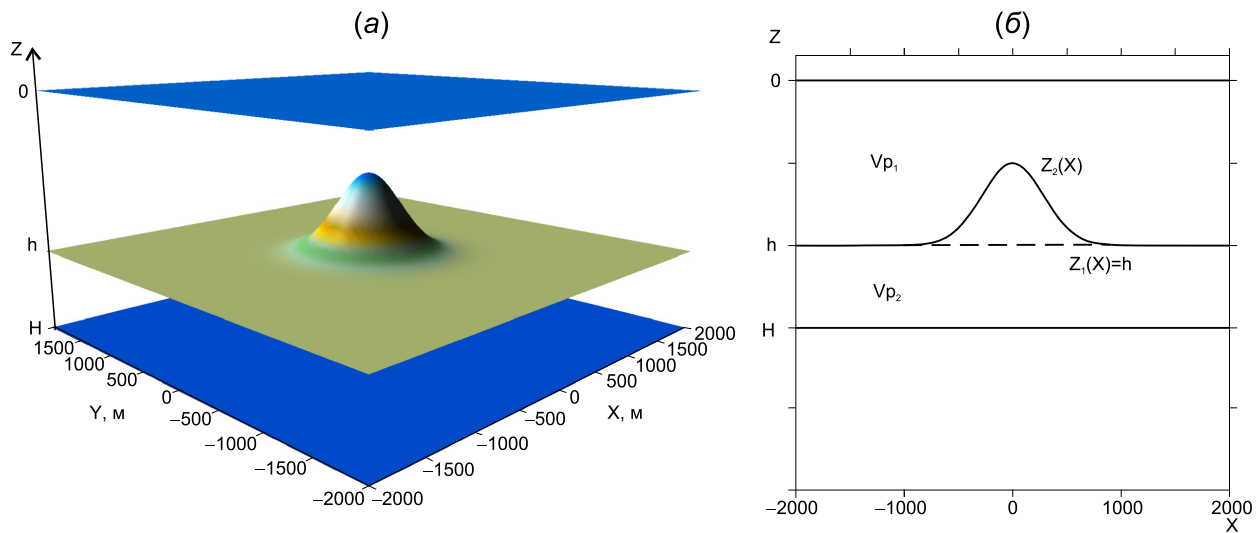
## 1. ВВЕДЕНИЕ

Методы структурной сейсмологии используются в основном для определения конфигурации сейсмических границ, а также для определения параметров геологической среды, прежде всего скоростей продольных и поперечных волн [Suvorov et al., 2002; Puzirev et al., 1979; Puzyrev, 1993]. Однако возможности этих методов гораздо шире. В принципе, возможен прогноз состояния среды, прежде всего напряженного состояния. Известно, что расчет напряженного состояния по данным о пластовых скоростях продольных и поперечных волн, а также плотности пород и конфигурации структур сводится к интегрированию уравнений равновесия упругого тела с граничными условиями непрерывности векторов перемещений и нагрузок на сейсмических границах [Sibiriyakov et al., 2004, 2013, 2015]. Существуют методы, использующие все точки трехмерного пространства, такие как метод конечных элементов, и методы более экономичные, где результирующая линейная система содержит информацию только о точках границ геологической среды. Это метод граничных интегральных уравнений [Kupradze, 1963]. Тем не менее вопрос о прогнозе напряженного состояния нельзя считать полностью решенным. Дело здесь не только в том, что большие линейные системы требуют методов регуляризации, что снижает достоверность расчетов.

Как тензор напряжений, так и тензор деформаций представляют некоторое шестимерное многообразие, которое вообразить достаточно сложно, поэтому результат прогноза есть нечто, зависящее от напряженного состояния, но не само это состояние. Можно в качестве результата прогноза демонстрировать скалярные инварианты тензоров напряжений и деформаций, однако их геологическое значение не всегда достаточно ясное. Кроме того, с практической точки зрения мы очень часто не имеем информации о скоростях поперечных или обменных волн, так как эти знания значительно удорожают стоимость сейсмических работ, поэтому важно понять, какую минимально возможную геодинамическую информацию мы могли бы получить, имея только распределение скоростей продольных волн по сейсмическому разрезу. Особо простыми являются первые скалярные инварианты тензоров напряжений и деформаций – давление и дилатация, которая есть отношение давления к модулю всестороннего сжатия.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим простейшую ситуацию. Пусть верхней границей полупространства является плоскость  $z = 0$ . Поверхность  $z = z_2(x, y)$  есть поверхность структуры, разделяющей упругие среды, а



**Рис. 1.** Схема границ в среде: (а) – в трехмерном виде; (б) – в сечении по координате  $Y=0$ .

**Fig. 1.** Schematic boundaries in the medium: (a) – 3D; (b) – cross section along coordinate  $Y=0$ .

$z = H$  есть граница всей рассматриваемой области, которая необходима, чтобы как-то обозначить область, на которую влияние структуры практически не простирается (рис. 1).

Задача сводится к решению уравнения упругого равновесия для двух сред, разделенных произвольно сложной поверхностью структуры  $z = z_2(x, y)$ . На этой поверхности задано шесть граничных условий, т.е. равенство трех компонент вектора нагрузок и вектора перемещений. В то же время на границе  $z = 0$  задаются лишь три граничных условия, т.е. нулевые значения вектора нагрузок.

Что касается нижней границы  $z = H$ , то здесь также задаются три условия и можно в качестве граничных условий поставить такое поле нагрузок или перемещений, которое соответствовало бы простейшим решениям, когда структура отсутствует. С той или иной точностью этот вопрос решается с помощью вычислительного эксперимента, однако некоторым подтверждением достаточно удачного положения нижней границы служит практическое совпадение полей упругих напряжений и деформаций в окрестности структуры при задании на нижней границе как перемещений, так и нагрузок.

### 3. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Предлагается использовать частные решения уравнения равновесия в виде интегралов Пуассона для определения дилатации и давления, а затем дополнить их моделью некоторой несжимаемой среды, оставляя дилатацию и давление неизменными, а поле перемещений и нагрузок подчинить условиям непрерывности на границах раздела. Если это окажется возможным, то предложенный прием будет оправдан.

#### 3.1. ЧАСТНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ УПРУГОГО ТЕЛА

Уравнения упругого равновесия для поля перемещений  $\mathbf{u}$

$$(\lambda + \mu)g \operatorname{div} \mathbf{u} + \mu \Delta \mathbf{u} = \rho \mathbf{g}$$

имеют частные решения в виде свертки тензора Грина с вектором силы тяжести [Kupradze, 1963] с учетом того, что вектор  $\mathbf{g}$  имеет только одну – вертикальную – компоненту:

$$u_k^0(x) = \frac{1}{4\pi V_S^2} \iint \Gamma_{kz}(x, y) dV_y, \quad (1)$$

где  $u_k^0(x)$  есть поле перемещений,  $V_S^2$  – квадрат скорости поперечных волн. Тензор Грина для пространства записывается следующим образом:

$$\Gamma_{kz}(x, y) = \left[ (1 + \gamma^2) \delta_{zk} + (1 - \gamma^2) \frac{(x_k - y_k)(x_3 - y_3)}{r^2(x, y)} \right] \frac{1}{r(x, y)},$$

где  $\gamma^2 = \frac{V_s^2}{V_p^2}$ , а  $\delta_{zk}$  – символ Кронекера. Интегрирование предполагается по объему структуры. В точке  $x$  поле вычисляется, а точка  $y$  есть переменная точка объема в процессе интегрирования, поэтому символ  $dV_y$  означает переменный элемент объема структуры. Для задач геодинамики интеграл Пуассона (1) представляет особый интерес. Прежде всего, ускорение силы тяжести практически постоянно и оно не участвует в процессе интегрирования. Кроме того, поле перемещений (1) зависит от скорости продольных и поперечных волн и от объема структуры, но не зависит от плотности. Дивергенция поля перемещений  $\theta_0(x)$  (дилатация поля перемещений) не зависит ни от плотности, ни от скорости поперечных волн, а только от скорости продольных волн в соответствии с выражением

$$\theta_0(x) = \text{div} u_k^0(x) = \frac{1}{4\pi V_p^2} \iiint \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r(x, y)} \right) dV_y.$$

Внутренний интеграл по вертикальной переменной легко вычисляется, так что объемный интеграл фактически превращается в поверхностный. Таким образом, частное решение записывается в достаточно простой форме:

$$\theta_0(M) = \frac{1}{4\pi V_p^2} \iint \left[ \frac{1}{r(M, z_2(x, y))} - \frac{1}{r(M, z_1(x, y))} \right] dx dy. \quad (2)$$

В интеграле (2)  $M$  – внутренняя точка геологической структуры, которая, в частности, может и принадлежать границе структуры, а поверхности  $z_2(x, y)$ ,  $z_1(x, y)$  ограничивают объем структуры сверху и снизу. Интегрирование ведется по плоскости проекции этих поверхностей. Расстояние между точками  $M$  и поверхностью  $z(x, y)$  обозначено  $r[M, z(x, y)]$ .

Мы можем рассматривать аномальное значение дилатации, выражаемое разностью между общей объемной деформацией и объемной деформацией любого элемента в условиях отсутствия структуры:

$$\Delta\theta = \frac{g}{4\pi} \left( \frac{1}{V_1^2} - \frac{1}{V_2^2} \right) \iint \left[ \frac{1}{r(M, z_2(x, y))} - \frac{1}{r(M, z_1(x, y))} \right] dx dy. \quad (3)$$

Частное решение уравнений теории упругости (2)–(3) вычисляется достаточно просто, однако оно не обязано удовлетворять граничным условиям непрерывности векторов перемещений и нагрузок на поверхности, разделяющей разные среды.

Если предположить, что дилатация полностью определяется частными решениями, т.е. интегралами Пуассона, то общее решение можно было бы получить дополнением частного решения полем, соответствующим некоторой несжимаемой упругой среде с нулевой дополнительной дилатацией, однако с другим полем перемещений и напряжений. Если при этом удастся удовлетворить граничным условиям, упомянутым выше, то предложенный эвристический прием нахождения дилатации и давления можно будет считать оправданным. При этом, конечно, расчеты полного поля напряжений и деформаций потребуют знания скоростей поперечных волн и плотности пород. Вместе с тем, один из важнейших элементов напряженно-деформированного состояния, а именно дилатация и связанное с ней давление, определяется только с помощью сейсмической информации о скоростях продольных волн.

О вычислении дилатации и давления. Если имеется слой на полупространстве без каких-либо структур, то существует элементарное решение для напряжений:

$$\sigma_{zz} = (\lambda + 2\mu)e_{zz} = \rho g z; \quad \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = (1 - 2\gamma^2)\rho g z.$$

Это связано с отсутствием горизонтальных перемещений, а также всех деформаций, кроме одной, вертикальной деформации  $e_{zz}$ , так что закон Гука дает вертикальные напряжения в виде  $\sigma_{zz} = (\lambda + 2\mu)e_{zz}$ , горизонтальные напряжения в форме  $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \lambda e_{zz}$ , а давления даются выражением [Sibiryakov et al., 2004]:

$$p = \frac{\sigma_{zz} + \sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{3} = \left( 1 - \frac{4}{3}\gamma^2 \right) \rho g z. \quad (4)$$

В этом элементарном случае давление существенно меньше веса вышележащих пород  $\rho g z$ .

При наличии структуры в поле дилатаций вносятся интегралы по объему структуры  $\theta_0(M^+) - \theta_0(M^-)$ , связанные с различными скоростями продольных волн в слое и полупространстве. Иными словами, убирается влияние материала верхнего слоя и добавляется влияние материала нижнего полупространства на дилатацию. Естественно, что само поле дилатации разрывается на всей поверхности раздела слоя и полупространства, осложненной структурой. Возникает необходимость пополнения частного решения общим для выполнения граничных условий непрерывности векторов перемещений и нагрузок. Так как сделана попытка устранить влияние силы тяжести с помощью частного решения, можно попытаться искать общее решение, соответствующее упругой несжимаемой среде.

### 3.2. Закон Гука для несжимаемой среды

В несжимаемой среде поле перемещений удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\Delta u_i = 0.$$

Напряжения и деформации в несжимаемой среде связаны соотношением:

$$\sigma_{ik} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right),$$

а для несжимаемой потенциальной среды ( $u = \text{grad}\Phi$ ) закон Гука есть

$$\sigma_{ik} = 2\mu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \partial x_k}.$$

Вектор нагрузок на границе  $z = z_0(x, y)$  принимает вид:

$$P_i = \sigma_{ik} n_k = 2\mu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \partial x_k} n_k = 2\mu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \partial n} = 2\mu \frac{\partial u_i}{\partial n}.$$

С граничными условиями для полных перемещений:

$$u_i^+ - u_i^- = u_{i0}^- - u_{i0}^+.$$

Поля перемещений  $u_{i0}^-, u_{i0}^+$  и нагрузок  $P_{i0}^-, P_{i0}^+$  соответствуют частным решениям и вычисляются достаточно просто с использованием интегралов типа Пуассона. Дополнительные поля, отмеченные значками «плюс» и «минус», обязаны дополнительному полю несжимаемой среды.

Поле гармонических функций удобно моделировать с помощью процесса симметричных случайных блужданий, при котором в трехмерном пространстве вероятность перехода из точки в точку пространства равна 1/6. При задачах типа Дирихле имеет место поглощение частиц и прекращение блужданий, при задачах типа Неймана – отскок частицы по нормали к поверхности границы с записью в сумматор некоторой суммы, связанной с граничным условием в данной точке границы.

Представим ситуацию, когда структура разделяет два слоя с криволинейной поверхностью и различными упругими свойствами и плотностью, так что верхняя граница первого слоя есть некоторая плоскость  $z = h$ . Тогда нижняя граница второго слоя, соответственно  $z = H$ . Поле перемещений на границе  $z = z_0(x, y)$  можно определить в приграничной точке  $M^+$ , отстоящей от точки  $M$  границы на расстоянии  $\Delta$  по нормали. Поле  $u_i(M^+) = A_{ik}^+ u_k^+ + B_{ik}^+ v_k^+$ , где матрицы  $A_{ik}^+$  есть вероятности перехода от границы  $z = z_0(x, y)$  в точку  $M^+$  а  $B_{ik}^+$  из любой точки верхней границы, например свободной поверхности  $z = h$  в ту же самую точку. Аналогично поле по другую сторону поверхности  $z = z_0(x, y)$  в точке  $M^-$  дается равенством:

$$u_i(M^-) = A_{ik}^- u_k^- + B_{ik}^- v_k^-.$$

Матрица  $B_{ik}^-$  есть вероятность попадания из приграничной точки  $M^-$  в одну из точек нижней плоскости  $z = H$ .

Нормальная производная на границе  $z = z_0(x, y)$  может быть определена как отношение разности поля перемещений в граничной и приграничной точках, а именно:

$$\frac{\partial u_i^+}{\partial n} = \frac{(\delta_{ik} - A_{ik}^+)u_k^+}{\Delta} + (B_{ik}^+ - B_{ik}^{++})v_k^+,$$

где  $\Delta$  – шаг дискретизации,  $B_{ik}^{++}$  – вероятность попадания не в приграничную точку  $M^+$ , а в точку границы  $M$ . Эта разность может быть как угодно малой. Граничное условие равенства вектора нагрузок дает соотношение:

$$\mu_1(\delta_{ik} - A_{ik}^+)(u_k^+ + u_{ko}^+) = \mu_2(\delta_{ik} - A_{ik}^-)(u_k^- + u_{ko}^-) = \frac{\Delta}{2}(P_{io}^- - P_{io}^+) + (B_{ik}^- - B_{ik}^{--})v_k^- - (B_{ik}^+ - B_{ik}^{++})v_k^+. \quad (5)$$

Система уравнений (5) не замкнута, так как содержит два множества неизвестных  $u_k^+$  и  $u_k^-$ . Поля  $v_k^+$  и  $v_k^-$  известны, так как предполагаются известными нагрузки и перемещения на плоскостях, ограничивающих рассматриваемую область. Однако существует и условие равенства поля перемещений, которое замыкает линейную систему (5).

Второе граничное условие для системы уравнений (5) гораздо более простое, а именно:

$$u_k^+ + u_{ko}^+ = u_k^- + u_{ko}^-.$$

Тем самым определяется полное поле перемещений как по одну, так и по другую сторону границы  $z = z_0(x, y)$ , т.е. сумма частного и общего решений

$$[\mu_1(\delta_{ik} - A_{ik}^+) - \mu_2(\delta_{ik} - A_{ik}^-)](u_k^+ + u_{ko}^+) = \frac{\Delta}{2}(P_{io}^- - P_{io}^+) + (B_{ik}^- - B_{ik}^{--})v_k^- - (B_{ik}^+ - B_{ik}^{++})v_k^+.$$

Таким образом, имеется неоднородная система для определения поля перемещений на границе раздела сред, если заданы поля перемещений на удаленных от структуры границах  $z = 0$  и  $z = H$ . Если пренебречь влиянием удаленных границ, то поле перемещений и остальные элементы напряженного состояния вычисляются явно. Таким образом, граничные условия удовлетворяются, и эвристический прием использования частных решений в виде интегралов Пуассона и несжимаемой среды может считаться оправданным.

#### 4. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РАСЧЕТА ДИЛАТАЦИИ И ДАВЛЕНИЯ ДЛЯ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ СТРУКТУР ПО ДАННЫМ ТОЛЬКО О СКОРОСТЯХ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН

Для оценки реальных значений аномальной дилатации проведем расчет по формуле (3) при типичных значениях перепада скоростей. Граница раздела пластов представляет собой антиклинальное поднятие (рис. 2), описываемое формулой:

$$\Delta z = z_m \exp\left(-\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2}\right),$$

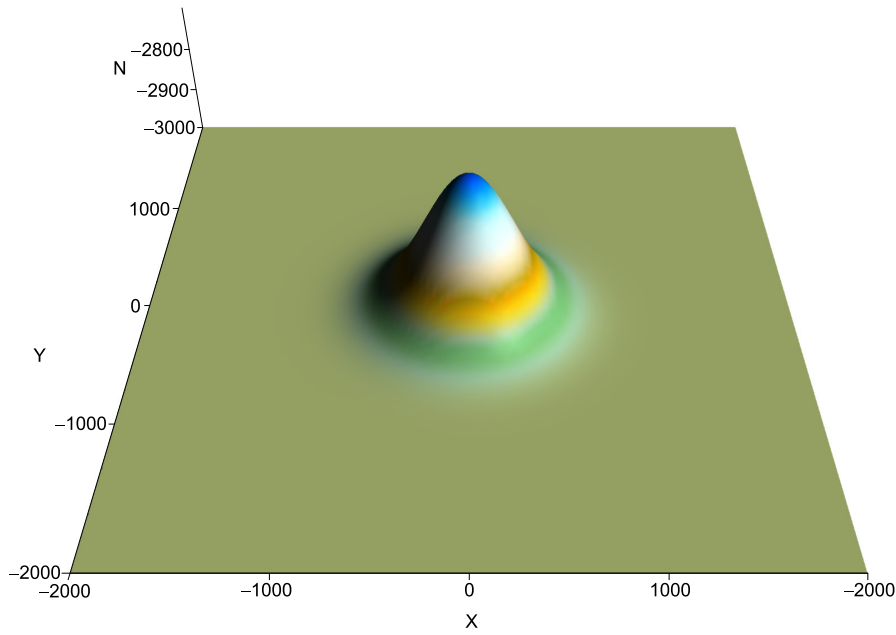
где  $z_m = 300$  м,  $\alpha = \beta = 400$ .

Это купол амплитудой 300 м на глубине 3 км, с достаточно крутыми углами подъема, так что поведение деформаций сжатия и растяжения является не элементарным. Точка расчета функции определяется координатами  $(x_0, y_0, z_0)$ . Интегрирование проводится по квадратной области – 2000, 2000 по каждой из координат  $x, y$ :

$$\Delta\theta(x_0, y_0, z_0) = \frac{g}{4\pi} \left(\frac{1}{V_1^2} - \frac{1}{V_2^2}\right) \sum_{x=-2000}^{2000} \sum_{y=-2000}^{2000} \left\{ \frac{1}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z+\Delta z-z_0)^2}} \right\} \Delta x \Delta y.$$

Результат расчетов представлен на рис. 3, а, б, при двух вариантах перепада скоростей соответственно,  $V_1=3000, V_2=4000$  м/с и  $V_1=4000, V_2=3000$  м/с. Для удобства представления результат масштабируется умножением на  $10^6$ . Области сжатия обозначены синим цветом, а области растяжения – красным.

Прежде всего обращает на себя внимание то, что распределение сжатия и растяжения оказывается достаточно простым и сравнительно гладким. Этого следовало ожидать, так как первый скалярный инвариант есть наиболее простая характеристика деформирования, по крайней мере для гладких структур. Видно, что в случае более мягкой верхней среды растяжение охватывает купол структуры и продолжается в



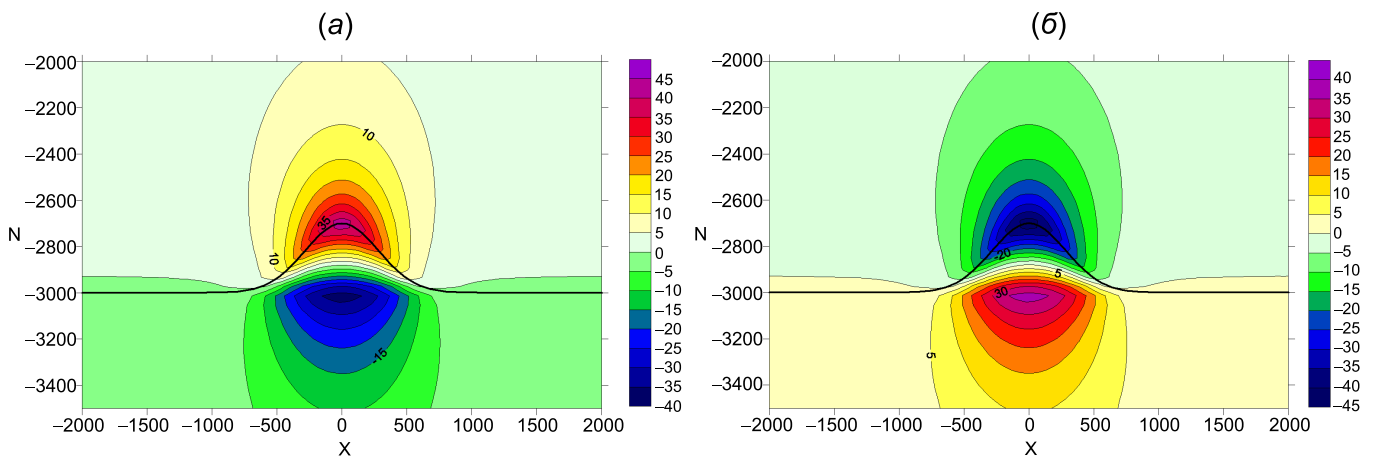
**Рис. 2.** Поверхность раздела сред с различной скоростью продольных волн, модель – антиклиналь.

**Fig. 2.** Interface between the media that differ in the velocities of longitudinal waves. Anticline model.

верхнее полупространство. На плоскости внутри структуры возникает область сжатия. Вероятные линии тока флюида будут направлены практически вертикально вверх. Если сверху более жесткая среда (тот же рисунок справа), то ситуация меняется противоположным образом. Наличие двух близко расположенных зон сжатия и растяжения образует, очевидно, весьма непростую ситуацию с прогнозом скорости истечения флюида из пласта в скважину и с распределением касательных напряжений, создающих трещины в окрестности структуры, но эти вопросы требуют знания, по крайней мере, скоростей поперечных волн, и выходят за пределы данной работы.

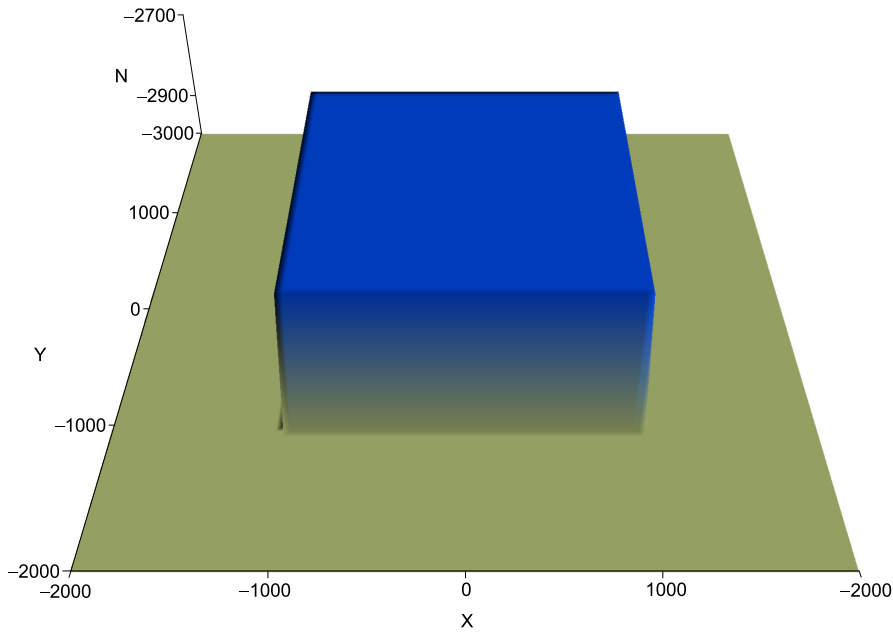
Другая модель разделяющей границы – квадратный выступ (целик) размерами  $1 \times 1$  км, с тем же перепадом глубин, что и в предыдущем случае (рис. 4).

На рис. 4 изображена модель целика, который разделяет верхнее и нижнее полупространство. Эта структура очень сложна для расчета полного напряженного состояния, главным образом, из-за крутых склонов, где нормаль к поверхности изменяется очень сильно. Однако расчет давлений, представленный



**Рис. 3.** Поле аномальной дилатации  $\Delta\theta$  при  $Y=0$ : (а) –  $V_1=3$  км/с,  $V_2=4$  км/с; (б) –  $V_1=4$  км/с,  $V_2=3$  км/с; вертикальная ось – глубина  $Z$ , горизонтальная ось – координата  $X$ ; значения  $\Delta\theta$  кодируются цветом, шкала справа.

**Fig. 3.** Field of anomalous dilation  $\Delta\theta$  at  $Y=0$ : (a) –  $V_1=3$  km/sec,  $V_2=4$  km/sec; (б) –  $V_1=4$  km/sec,  $V_2=3$  km/sec; vertical axis – depth  $Z$ ; horizontal axis – coordinate  $X$ ; values  $\Delta\theta$  are colour-coded; the scale is shown on the right.

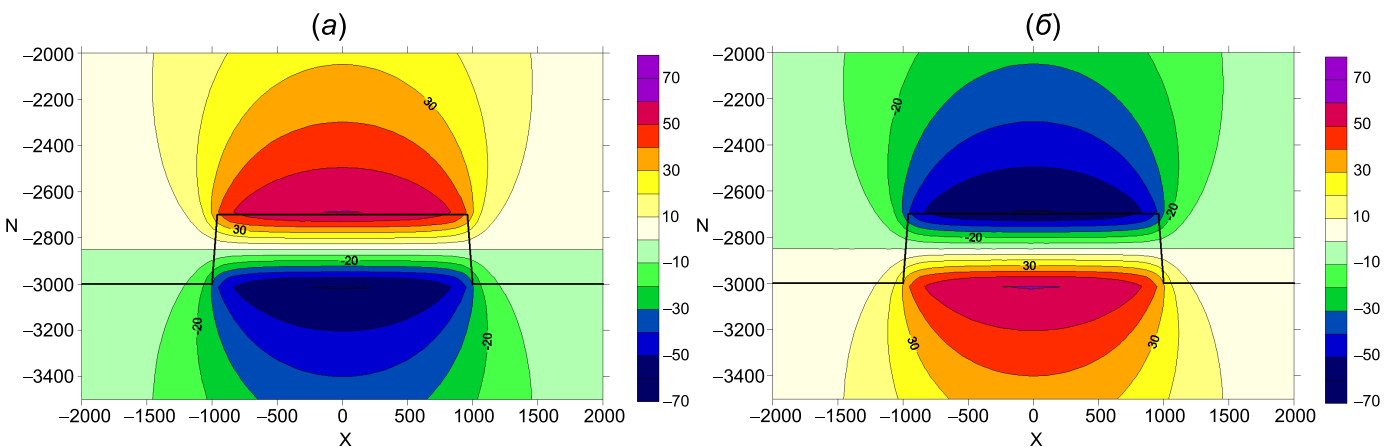


**Рис. 4.** Поверхность раздела сред с различной скоростью продольных волн, модель – прямоугольный выступ (целик).

**Fig. 4.** Interface between the media that differ in the velocities of longitudinal waves. Rectangular rock edge model.

на рис. 4, производится достаточно просто даже в окрестности угловых точек. В этом случае зоны растяжения и сжатия гораздо более протяженные, чем в случае купола, и гораздо более контрастные. Верхняя граница целика – это аттрактор флюида, если внизу более жесткая среда (левая сторона), а горизонтальная плоскость, проходящая через целик, – это область вытеснения флюида. Если нижняя среда более мягкая, то возникает противоположный эффект (рис. 5).

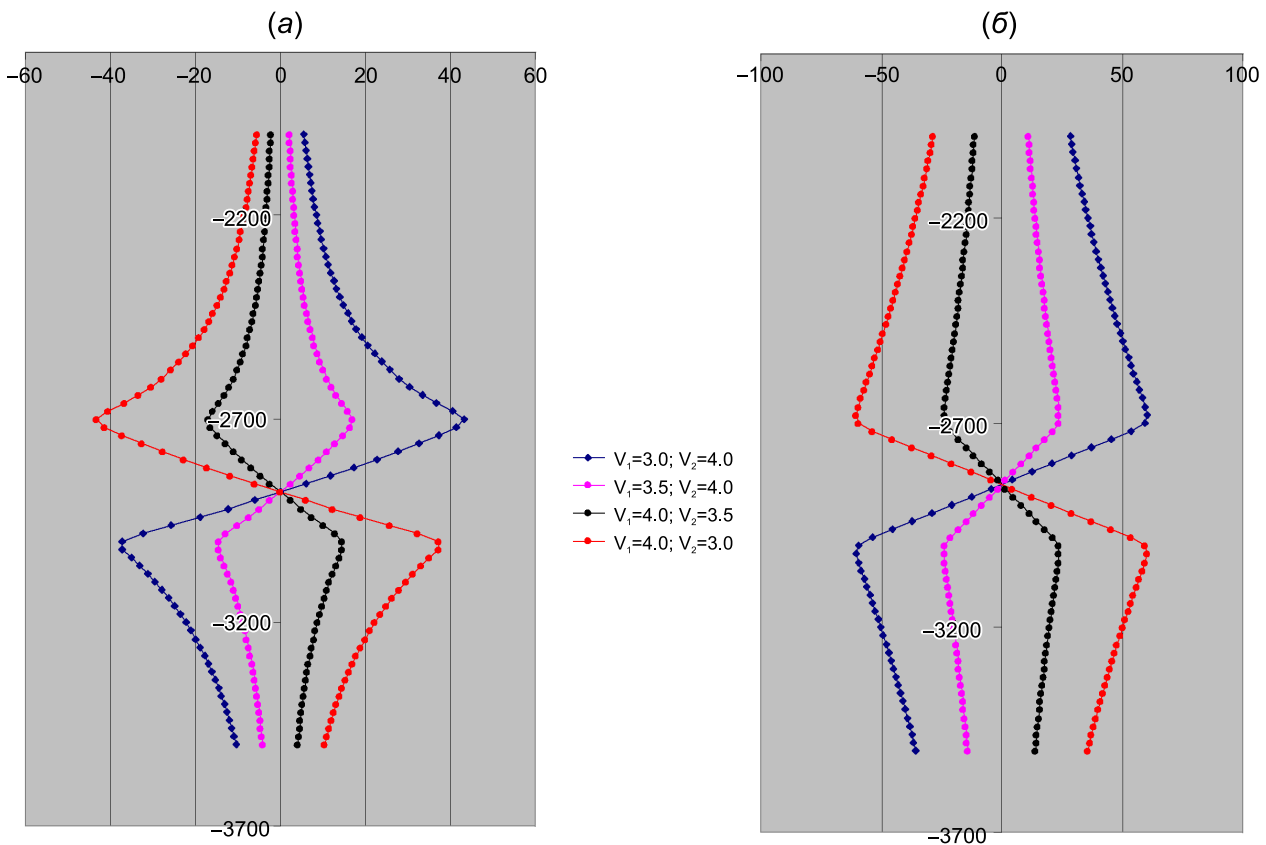
На рис. 6 изображено одномерное поведение дилатации для купола (слева) и целика (справа) с глубиной для плоскости, проходящей через центр структуры при различных соотношениях скоростей продольных волн сверху и снизу. Рассмотрено четыре варианта соотношения скоростей в первом (верхнем) и втором слое: 1)  $V_1=3000, V_2=4000$  м/с; 2)  $V_1=3500, V_2=4000$ ; 3)  $V_1=4000, V_2=3500$  м/с и 4)  $V_1=4000, V_2=3000$  м/с. Обращает на себя внимание совпадение точек пересечения всех кривых и смена их знака в окрестности



**Рис. 5.** Поле аномальной дилатации  $\Delta\theta$  при  $Y=0$ ; вертикальная ось – глубина  $Z$ , горизонтальная ось – координата  $X$ , значения  $\Delta\theta$  кодируются цветом, шкала справа. (а) –  $V_1=3$  км/с, (б) –  $V_1=4$  км/с.

**Fig. 5.** Field of anomalous dilation  $\Delta\theta$  at  $Y=0$ : (а) –  $V_1=3$  km/sec; (б) –  $V_1=4$  km/sec; vertical axis – depth  $Z$ ; horizontal axis – coordinate  $X$ ; values  $\Delta\theta$  are colour-coded; the scale is shown on the right.





**Рис. 6.** Аномальная дилатация  $\Delta\theta$  по вертикали при  $X=Y=0$  при различных вариантах перепада скорости продольных волн  $V_1, V_2$  на границе, указанных в центре рисунка: (а) – модель – антиклиналь, (б) – модель – прямоугольный выступ.

**Fig. 6.** Anomalous dilation  $\Delta\theta$  at  $X=Y=0$  in case of different variants of the differential velocity of longitudinal waves  $V_1$  and  $V_2$  at the boundary, as shown in the center of the figure: (а) – anticline model, (б) – rectangular rock edge model.

горизонтальной плоскости. Уменьшение перепада скорости на 500 м/с приводит к уменьшению перепада аномальной дилатации приблизительно в два раза.

Давление  $P$  в среде связано с дилатацией формулой  $P = \left(\lambda + \frac{2}{3}\mu\right)\theta$ , или иначе  $P = (\lambda + 2\mu)\left(1 - \frac{4}{3}\gamma^2\right)\theta = \rho V_p^2 \left(1 - \frac{4}{3}\gamma^2\right)\theta$ , так как  $V_p^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}$ . Для оценки измененного давления в среде, связанного с рассчитанной дилатацией, установим следующие (типичные) значения параметров:  $\gamma^2=1/3$ ;  $\rho=3000$  кг/м<sup>3</sup>,  $V_p=3000$  м/с.

Изменение давления, обусловленного аномальной дисперсией, которое в наших примерах составляет от  $\Delta\theta_{min}=-50.0 \cdot 10^{-6}$  до  $\Delta\theta_{max}=50.0 \cdot 10^{-6}$ , или  $|\Delta\theta|=10^{-4}$ , может быть оценено как

$$\Delta P = 3 \cdot 10^3 \cdot (3 \cdot 10^3)^2 \left(1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{3}\right) |\Delta\theta| = 27 \cdot 10^9 \frac{5}{9} |\Delta\theta| = 15 \cdot 10^9 \cdot 10^{-4} = 15 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Для модели слоистой среды, при отсутствии горизонтального растяжения, давление меньше веса вышележащих пород и выражается формулой (4). Подставляя соответствующие значения в эту формулу, получаем

$$P = 3 \cdot 10^3 \cdot 9.81 \cdot 3 \cdot 10^3 \left(1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{3}\right) = 9.81 \cdot 10^6 \cdot 5 = 49 \cdot 10^6 = 49 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

Изменение давления, обусловленного аномальной дилатацией, составляет около 3% от существующего давления при данных условиях, что может оказывать весомое влияние. Еще большее значение имеет разность коэффициентов Пуассона на границе даже в горизонтально-слоистой среде (скачок давления до 30%), что обычно не учитывается при геологической интерпретации сейсмических данных.

## 5. ОБСУЖДЕНИЕ

То, что дополнительное поле, с помощью которого удастся удовлетворить граничным условиям равенства векторов нагрузок и перемещений на поверхности структуры, является гармоническим, дает возможность использовать процедуры случайных блужданий для решения задач Дирихле и Неймана, а также для решения смешанных задач. Однако возникают проблемы задания граничных условий в явной форме на свободной поверхности, а также на нижней границе, чтобы как-то ограничить область вычислений. При этом на верхней границе нагрузки равны нулю, поэтому дополнительное поле должно исключить поле нагрузок, соответствующее частному решению, т.е. интегралу Пуассона. Сложнее дело обстоит с нижней границей, на которой можно было бы пренебречь влиянием структуры. Этот вопрос неизбежно возникает и не может быть решен кроме как перебором различных положений этой границы, при которых влияние структуры на состояние нижней границы оказывается не существенным с требуемой точностью. В рассматриваемом случае это условие может относиться как к полю перемещений (дополнительное перемещение достаточно мало), так и к полю нагрузок (то же самое). В первом случае на нижней границе условия типа Дирихле, во втором случае условия типа Неймана. На практике нижняя граница выбирается там, где оба эти условия на нижней границе дают фактически то же самое решение. Очевидно, что условия типа Неймана тре-

буют аппроксимации реальных поверхностей гладкими идеальными объектами, в то время как условия типа Дирихле свободны от этих ограничений. Таким образом, принимая эти оговорки, можно констатировать, что отдельный прогноз-расчет дилатации и давления возможен без знания полного тензора напряжений и для практических задач прогноза достаточно только информации о скоростях продольных сейсмических волн.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Расчет дилатации и давления в геологических структурах не требует знания упругих модулей и плотности пород в каждой точке среды. Знание этих скаляров можно получить, не имея всех компонент тензора напряжений. Из сейсмических характеристик достаточной является только скорость продольных волн. Это особенно существенно в тех случаях, когда данные о скорости поперечных или обменных волн не являются достаточно полными.

Несмотря на невозможность прогноза других характеристик деформированного состояния с помощью одних продольных волн, прогноз дилатации и давления имеет самостоятельное геологическое значение, так как он определяет области – аттракторы флюидов в геологических структурах. Ортогональные градиентам давления линии могут являться линиями тока флюидов, что имеет практическое значение.

## 7. ЛИТЕРАТУРА / REFERENCES

- Kupradze V.D., 1963. Methods of Potential in the Theory of Elasticity. Fizmatgiz, Moscow, 472 p. (in Russian) [*Купрадзе В.Д. Методы потенциала в теории упругости. М.: Физматгиз, 1963. 472 с.*].
- Puzirev N.N., Mandelbaum M.M., Krylov S.V., Mishenkin B.P., Mishenkina Z.R., Petrick G.V., Seleznev V., 1979. New data from explosion seismology in the Baikalian rift zone. *Tectonophysics* 56 (1–2), 128. [https://doi.org/10.1016/0040-1951\(79\)90023-4](https://doi.org/10.1016/0040-1951(79)90023-4).
- Puzyrev N.N. (Ed.), 1993. Detailed Seismic Studies of the Lithosphere Using P- and S-waves. Nauka, Novosibirsk, 199 p. (in Russian) [*Детальные сейсмические исследования литосферы на Р- и S-волнах / Ред. Н.Н. Пузырев. Новосибирск: Наука, 1993. 199 с.*].
- Sibiriyakov B.P., Leite L.W.B., Sibiriyakov E.P., Vieira W.W.S., 2015. Local low pressure areas in anticline structures. *Revista Brasileira de Geofísica* 33 (2), 225–236. <https://doi.org/10.22564/rbgf.v33i2.716>.
- Sibiriyakov B.P., Leite L.W.B., Vieira W.W.S., 2013. Model of the structured continuum, and the relation between specific surface area, porosity and permeability. *Revista Brasileira de Geofísica* 31 (4), С. 559–568. <https://doi.org/10.22564/rbgf.v31i4.337>.
- Sibiriyakov B.P., Sibiriyakov E.B., Glebov A.F., Nesterov V.N., Sokolov E.P., 2004. Prediction of stress and hydrodynamic behavior of fluids from multicomponent seismic data. *Geologiya i Geofizika (Russian Geology and Geophysics)* 45 (6), 709–715.
- Suvorov V.D., Mishenkina Z.M., Petrick G.V., Sheludko I.F., Seleznev V.S., Solovyov V.M., 2002. Structure of the crust in the Baikal rift zone and adjacent areas from deep seismic sounding data. *Tectonophysics* 351 (1–2), 61–74. [https://doi.org/10.1016/S0040-1951\(02\)00125-7](https://doi.org/10.1016/S0040-1951(02)00125-7).

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ | INFORMATION ABOUT AUTHORS

**Борис Петрович Сибиряков**

докт. физ.-мат. наук, профессор, в.н.с.

Институт нефтегазовой геологии и геофизики  
им. А.А. Трофимука СО РАН  
630090, Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 3, Россия

Новосибирский национальный исследовательский  
государственный университет  
630090, Новосибирск, ул. Пирогова, 2, Россия

✉ e-mail: [SibiryakovBP@ipgg.sbras.ru](mailto:SibiryakovBP@ipgg.sbras.ru)

🆔 <https://orcid.org/0000-0002-4634-7769>

**Boris P. Sibiryakov**

Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Lead Researcher

A.A. Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics,  
Siberian Branch of RAS  
3 Academician Koptug ave., Novosibirsk 630090, Russia

Novosibirsk State University  
2 Pirogov street, Novosibirsk 630090, Russia

**Евгений Андреевич Хогоев**

канд. физ.-мат. наук, с.н.с.

Институт нефтегазовой геологии и геофизики  
им. А.А. Трофимука СО РАН  
630090, Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 3, Россия

✉ e-mail: [HogoevEA@ipgg.sbras.ru](mailto:HogoevEA@ipgg.sbras.ru)

🆔 <https://orcid.org/0000-0002-8941-6840>

**Evgenii A. Khogoev**

Candidate of Physics and Mathematics, Senior Researcher

A.A. Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics,  
Siberian Branch of RAS  
3 Academician Koptug ave., Novosibirsk 630090, Russia