

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИ СОГЛАСОВАННАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСА РАСТВОРЕННОГО ВЕЩЕСТВА В ПОРОУПРУГОМ ГЛИНИСТОМ СЛАНЦЕ

Бунед Холматжонович Имомназаров

Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, 630090, Россия, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 1, студент, тел. (383)330-83-52

Петр Владимирович Коробов

Арктический и Антарктический научно-исследовательский институт (ФГБУ ААНИИ), 199397, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Беринга, 38, научный сотрудник, тел. (812)337-31-23, e-mail: pekorob@yandex.ru

Илхом Кудратович Хайдаров

Национальный Университет Узбекистана им. Мирзо Улугбека (НУУз), 100174, Узбекистан, г. Ташкент, Вузгородок, ул. Университетская, 4, кандидат физико-математических наук, тел. (371)246-95-20

В статье рассматривается химически инертная упруго-деформируемая горная порода, учитывающая только изменения напряжения и порового давления: химия пористой жидкости не оказывает прямого влияния на деформацию [1]. Учет химических эффектов влияет на изменение порового давления и деформации горных пород. Данная теория применена для математического моделирования переноса растворителя и растворенного вещества через полупроницаемый глинистый сланец.

Ключевые слова: пористая среда, насыщенная жидкость, упругие параметры, тензор напряжений, парциальная плотность, закон Дарси, химический потенциал.

A THERMODYNAMICALLY CONSISTENT MODEL OF A SOLVENT SUBSTANCE TRANSPORT IN A POROELASTIC CLAY SHALE

Bunyod Kh. Imomnazarov

Novosibirsk National Research State University, 1, Pirogova St., Novosibirsk, 630090, Russia, Student, phone: (383)330-83-52

Petr V. Korobov

Federal State Budgetary Institution Arctic and Antarctic Research (AARI), 38, Bering St., St. Petersburg, 199397, Russia, Scientific Researcher, phone: (812)337-31-23, e-mail: pekorob@yandex.ru

Ilkhom Kh. Khaydarov

National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek (NUUz), 4, University St., Vuzgorodok, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph. D., phone: (371)246-95-20

In this paper, we discuss a chemically inert elastically deformable rock with allowance for only changes in the stress and the pore pressure: the chemistry of a porous fluid does not directly affect deformation [1]. In such a situation, chemical effects affect a change in the pore pressure and in the rock deformation. This theory has been applied for mathematical modeling of the solvent and solute transport through a semi-permeable shale.

Key words: porous medium, saturated liquid, elastic parameters, stress tensor, partial density, Darcy's law, chemical potential.

Введение

В сланцах может происходить катионный обмен между глинистыми поверхностями и участвующей поровой жидкостью. Другие растворенные вещества также могут адсорбироваться или десорбироваться на стенках пор. Этими эффектами можно пренебречь [2]. Полученный в результате анализ переноса справедлив лишь для молекул, которые не склонны адсорбировать, или для молекул, количество которых уже достаточно в порах, так что равновесие между породой и поровой жидкостью не нарушается. Примером может служить перенос натрия через глину, которая имеет только натриевые противоионы. Пренебрежение адсорбцией/десорбцией и непосредственными химическими эффектами в теории пороупругости, напряжение-деформация приводит к упрощению основных уравнений.

Рассмотрим пористую жидкость, следуя из [2], состоящую из одного незаряженного растворенного вещества с мольной фракцией x^s в растворителе (воде) с мольной фракцией $x^w = 1 - x^s$. Раствор считается идеальным. Химические потенциалы растворенного вещества μ^s и растворителя μ^w имеют вид

$$\mu^s = pV_s + RT \ln x^s, \quad \mu^w = pV_w + RT \ln x^w,$$

где p – давление, R – газовая постоянная и T – температура, а также V_s , V_w – соответствующие парциальные молярные объемы растворенного вещества и растворителя. Молярный объем раствора (при атмосферном давлении) равен

$$V_{soln} = (1 - x^s)V_w + x^sV_s.$$

Предположим, так же как [2] что объемный модуль K раствора не зависит от x^s , и ограничимся изотермическим случаем при постоянной температуре.

Перенос через мембрану

Рассмотрим два раствора, разделенных мембраной. Обозначим давления на сторонах 1 и 2 мембраны p_1 и p_2 ; мольные доли x_1^s , x_2^s [2]. Уравнения переноса для потоков f_w , f_s воды и растворенного вещества от стороны 1 на сторону 2 на единицу площади мембраны можно записать в виде [3]:

$$f_w = L_{ww}\Delta\mu^w + L_{ws}\Delta\mu^s, \quad f_s = L_{sw}\Delta\mu^w + L_{ss}\Delta\mu^s,$$

где $\Delta\mu = \mu_1 - \mu_2$ – скачки химического потенциала и $L_{sw} = L_{ws}$ по принципу Онзагера [4]. Следовательно, эти потоки могут быть записаны в следующем виде

$$f_w = (V_wL_{ww} + V_sL_{ws})\Delta p + RT(L_{ww}\Delta \ln x^w + L_{ws}\Delta \ln x^s),$$

$$f_s = (V_wL_{sw} + V_sL_{ss})\Delta p + RT(L_{sw}\Delta \ln x^w + L_{ss}\Delta \ln x^s).$$

Предположим, что скачок мольной доли x^s через мембрану мал, далее положим

$$\Delta \ln x^s = \frac{\Delta x^s}{x_0^s}, \quad \Delta \ln x^w = \frac{\Delta x^s}{1 - x_0^s},$$

где x_0^s – некоторая средняя мольная доля.

Вместо коэффициентов L_{ww} , L_{ss} и $L_{sw} = L_{ws}$ мы будем использовать три коэффициента переноса k , D и γ . Потoki f_w и f_s имеют следующий вид

$$f_w = (1 - x_0^s)k\Delta p - V_w^{-1}[(1 - \gamma)RTk + \gamma V_s D]\Delta x^s, \quad f_s = \gamma x_0^s k\Delta p + \gamma D\Delta x^s.$$

Если $\gamma = 1$, то поток воды и растворенного вещества из-за разности давлений Δp контролируется коэффициентом гидравлического сопротивления k , а поток каждого вида пропорционален мольной доле этого вида. γ – коэффициент пропускания. Поток соли из-за изменения концентрации контролируется коэффициентом диффузии D ; это также модифицируется с помощью коэффициента пропускания γ . В пределе $\gamma = 0$ справедливы соотношения

$$f_w = V_w^{-1}(1 - x_0^s)k\Delta\mu^w, \quad f_s = 0,$$

следовательно, поток воды зависит исключительно от разности $\Delta\mu^w$ в химическом потенциале воды.

Теперь рассмотрим систему, в которой объем V_2 резервуара на стороне 2 мембраны удерживается фиксированным, так что любой перенос в этот резервуар приведет к увеличению давления p_2 . Предположим, что давление p_1 поддерживается постоянным, и объем V_1 достаточно велик, так что любое изменение концентрации растворенного вещества x_1^s незначительно.

Как показано в [2], скорости изменения давления и мольной доли удовлетворяют одномерной системе уравнений диффузии

$$\frac{\partial p}{\partial t} = A \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + H \frac{\partial^2 x^s}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial x^s}{\partial t} = C \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + E \frac{\partial^2 x^s}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где

$$A = \frac{K_e k [(1 - x_0^s)V_w + \gamma x_0^s V_s] S}{\phi_0}, \quad H = -\frac{K_e k (1 - \gamma) RT}{\phi_0},$$

$$C = -\frac{x_0^s (1 - x_0^s) (1 - \gamma) V_{soln} k}{\phi_0}, \quad E = \frac{[x_0^s RTk (1 - \gamma) + D\gamma V_{soln}] V_{soln}}{\phi_0 V_w},$$

ϕ_0 – некоторая средняя пористость, S – площадь мембраны.

Решение системы уравнений диффузии (1) имеют вид

$$\begin{aligned}
 p &= p_2 + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} [p_1 - p_2 + \lambda_1(x_1^s - x_2^s)] \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2} x(k_1 t)^{-\frac{1}{2}} \right) - \\
 &\quad - \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} [p_1 - p_2 + \lambda_2(x_1^s - x_2^s)] \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2} x(k_2 t)^{-\frac{1}{2}} \right), \\
 x^s &= x_2^s + \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} [p_1 - p_2 + \lambda_1(x_1^s - x_2^s)] \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2} x(k_1 t)^{-\frac{1}{2}} \right) - \\
 &\quad - \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} [p_1 - p_2 + \lambda_2(x_1^s - x_2^s)] \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2} x(k_2 t)^{-\frac{1}{2}} \right),
 \end{aligned}$$

где $\operatorname{erf}(x)$ – функция ошибки, при $\operatorname{erf}(0) = 0$ и $\operatorname{erf}(x) \rightarrow 1$ когда $x \rightarrow \infty$,

$$\lambda_1 = \frac{E - A + \left((E - A)^2 + 4HC \right)^{1/2}}{2C}, \quad \lambda_2 = \frac{E - A - \left((E - A)^2 + 4HC \right)^{1/2}}{2C}, \quad (2)$$

две скорости релаксации определяются

$$k_1 = A + \lambda_1 C = \frac{1}{2} \left(E + A + \left((E - A)^2 + 4HC \right)^{1/2} \right), \quad (3)$$

$$k_2 = A + \lambda_2 C = \frac{1}{2} \left(E + A - \left((E - A)^2 + 4HC \right)^{1/2} \right). \quad (4)$$

Теория пороупругости

Чтобы связать изменения деформации e_{ij} породы с изменениями приложенного напряжения σ_{ij} и изменениями химических потенциалов компонентов пористой жидкости, воспользуемся модифицированной теории пороупругости. Если поровая жидкость содержит n химических веществ с химическими потенциалами μ^i ($i = 1, \dots, n$) и с массой m^i (на единицу объема пористого материала), то [1]

$$de_{ij} = S_{ijkl} d\sigma_{kl} + \sum_p Q_{ij}^p d\mu^p, \quad (5)$$

$$dm^p = Q_{ij}^p d\sigma_{ij} + \sum_q B^{pq} d\mu^q, \quad (6)$$

где перекрестные коэффициенты Q_{ij}^r являются общими для (5) и (6) и $B^{rs} = B^{sr}$.

Предположим, что изменение приложенного напряжения $d\sigma_{ij}$ сжимает компоненты поровой жидкости пропорционально их молярным долям и, следовательно, (6), $Q_{ij}^p = x^p$. Из уравнения Гиббса-Дюмена следует, что $\sum_p Q_{ij}^p d\mu^p = V_{so \ln} dp$ и только изменения порового давления требуется для (5).

Предположим, что горная порода изотропна, с модулем сдвига G , параметром Скемптона B , и дренированными и недренированными коэффициентами Пуассона ν , ν_u , соответственно. Тогда уравнение (5) принимает следующий вид [5–19]:

$$2Gde_{ij} = d\sigma_{ij} - \frac{\nu}{1+\nu} d\sigma_{kk} \delta_{ij} + \frac{3(\nu_u - \nu)}{B(1+\nu)(1+\nu_u)} p \delta_{ij} \quad (7)$$

Из уравнения равновесия [5] следует, что выполняется уравнение равновесие

$$\Delta \left[\sigma_{kk} + \frac{6(\nu_u - \nu)}{B(1-\nu)(1+\nu_u)} p \right] = 0 \quad (8)$$

Химические потенциалы μ^i в (6) не могут быть сведены к простому поровому давлению p . Тем не менее, в двухкомпонентной пористой жидкости удобно использовать давление p и мольные фракции x^s , а не химические потенциалы μ^s , μ^w , соответственно. Таким образом, для некоторой константы α имеют место:

$$dm^s = \frac{3x^s(\nu_u - \nu)}{2GB(1+\nu)(1+\nu_u)V_{so \ln}} \left[d\sigma_{kk} + 3B^{-1}dp \right] + \frac{\alpha}{V_s} dx^s,$$

$$dm^w = \frac{3(1-x^s)(\nu_u - \nu)}{2GB(1+\nu)(1+\nu_u)V_{so \ln}} \left[d\sigma_{kk} + 3B^{-1}dp \right] - \frac{\alpha}{V_w} dx^s.$$

Если объем пор (на единицу объема) – ϕ_0 , число молей растворителя и растворенного вещества:

$$m^w = (1-x^s) \frac{\phi_0}{V_{so \ln}}, \quad m^s = x^s \frac{\phi_0}{V_{so \ln}}$$

и, следовательно,

$$\alpha = \frac{\phi_0 V_w V_s}{V_{so \ln}^2}.$$

Следуя [2], далее предположим, что x^s меняется достаточно мало, и мы можем пренебречь изменениями коэффициентов в (2)-(4). После простых преобразований из законов сохранения получим систему уравнений диффузии:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = A \nabla^2 \Phi + H \nabla^2 x^s, \quad \frac{\partial x^s}{\partial t} = C \nabla^2 \Phi + E \nabla^2 x^s, \quad (9)$$

где

$$\Phi = \sigma_{kk} + \frac{3p}{B}, \quad A = \frac{2GB^2 k(1-\nu)(1+\nu_u)^2}{9(1-\nu_u)(\nu_u - \nu) V_{so \ln}} \left[\gamma V_s x_0^s + V_w(1-x_0^s) \right],$$

$$H = \frac{2GB(1+\nu)(1+\nu_u)(\gamma-1)RTk}{3(\nu_u - \nu)}, \quad C = \frac{(\gamma-1)Bk(1-\nu)(1+\nu_u) V_s V_w x_0^s (1-x_0^s)}{3(1-\nu_u)(1+\nu)\alpha V_{so \ln}},$$

$$E = \frac{V_s}{\alpha V_{so \ln}} \left[\gamma D V_{so \ln} + (1-\gamma)RTk x_0^s \right].$$

Моделирование процесса набухания вокруг ствола скважины

Применим теперь результаты предыдущего параграфа к двумерному анализу цилиндрического ствола скважины радиусом b , окруженного пористой породой. Предположим, что поровое давление и мольная доля растворенного вещества в породе изначально равнялась p^∞ и x_∞^s соответственно. Напряжения на бесконечности – однородное, с компонентами $\sigma_{zz} = \sigma_{zz}^\infty$ и $\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{rr}^\infty$. После проведения бурения (в момент времени $t = 0$), граничные условия в стволе скважины принимают вид

$$p = -\sigma_{rr} = p_{mud}, \quad x^s = x_{mud}^s, \quad \text{при } r = b, \quad (10)$$

где p_{mud} – давление бурового раствора в стволе скважины, и x_{mud}^s представляет собой мольную долю растворенного вещества в буровом растворе.

Далее следуя [20], [21] рассмотрим поведение горной породы на бесконечности как исходное состояние, и измерим все напряжения, давления и концентрации относительно тех, находящихся на бесконечности, так что граничные условия в скважине имеют вид [2]:

$$p = p_w = p_{mud} - p^\infty, \quad \sigma_{rr} = \sigma_{rr}^w = -p_{mud} - \sigma_{rr}^\infty,$$

$$x^s = x_w^s = x_{mud}^s - x_\infty^s, \quad \text{при } r = b. \quad (11)$$

Ограниченное решение задачи (9)-(11) в частотной области принимает следующий вид:

$$\hat{x}^s = \frac{B_1(\omega)H_0^{(1)}(q_1r) - B_2(\omega)H_0^{(1)}(q_2r)}{\lambda_1 - \lambda_2}, \quad \hat{p} = \frac{B(1-\nu)(1+\nu_u)}{3(1+\nu)(1-\nu_u)}\hat{\Phi},$$

$$\hat{\Phi} = \frac{\lambda_2 B_1(\omega)H_0^{(1)}(q_1r) - \lambda_1 B_2(\omega)H_0^{(1)}(q_2r)}{\lambda_2 - \lambda_1},$$

где $H_k^{(1)}(\cdot)$ – функция Ханкеля.

Радиальное напряжение компоненты тензора напряжений определяется как:

$$\hat{\sigma}_{rr} = \frac{b^2}{r^2}\sigma_{rr}^w + \frac{(\nu_u - \nu)}{(1+\nu)(1-\nu_u)(\lambda_2 - \lambda_1)} \times$$

$$\times \left[\lambda_2 B_1(\omega) \left(\frac{H_1^{(1)}(q_1r)}{q_1r} - \frac{bH_1^{(1)}(q_1b)}{q_1r^2} \right) - \lambda_1 B_2(\omega) \left(\frac{H_1^{(1)}(q_2r)}{q_2r} - \frac{bH_1^{(1)}(q_2b)}{q_2r^2} \right) \right],$$

Тангенциальное напряжение определяется формулой

$$\hat{\sigma}_{\theta\theta} = -\frac{b^2}{r^2}\sigma_{rr}^w +$$

$$+ \frac{\nu_u - \nu}{(1+\nu)(1-\nu_u)(\lambda_2 - \lambda_1)} \left[\lambda_1 B_2(\omega) \left(\frac{H_1^{(1)}(q_2r)}{q_2r} - \frac{bH_1^{(1)}(q_2b)}{q_2r^2} + H_0^{(1)}(q_2r) \right) - \right.$$

$$\left. - \lambda_2 B_1(\omega) \left(\frac{H_1^{(1)}(q_1r)}{q_1r} - \frac{bH_1^{(1)}(q_1b)}{q_1r^2} + H_0^{(1)}(q_1r) \right) \right].$$

Отсюда, девиаторный тензор напряжений вычисляется по формуле

$$\hat{\sigma}_{rr} - \hat{\sigma}_{\theta\theta} = \frac{2b^2}{r^2}\sigma_{rr}^w +$$

$$+ \frac{\nu_u - \nu}{(1+\nu)(1-\nu_u)(\lambda_2 - \lambda_1)} \left[\lambda_2 B_1(\omega) \left(\frac{2H_1^{(1)}(q_1r)}{q_1r} - \frac{2bH_1^{(1)}(q_1b)}{q_1r^2} + H_0^{(1)}(q_1r) \right) - \right.$$

$$\left. - \lambda_1 B_2(\omega) \left(\frac{2H_1^{(1)}(q_2r)}{q_2r} - \frac{2bH_1^{(1)}(q_2b)}{q_2r^2} + H_0^{(1)}(q_2r) \right) \right].$$

Заключение

Таким образом, рассмотрена химически инертная деформируемая горная порода, учитывающая только изменения напряжения и порового давления: химия пористой жидкости не оказывает прямого влияния на деформацию [1]. Показано, что изменения химических эффектов приводит к изменению порового давления и деформации горных пород. Рассматриваемая теория применена для математического моделирования переноса растворителя и растворенного вещества через полупроницаемый глинистый сланец.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-31-00120).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Sherwood J.D. Biot poroelasticity of a chemically active shale // Proc. R. Soc. Lond. A, 1993, v. 440, pp. 365-377.
2. Sherwood J.D. A model of hindered solute transport in a poroelastic shale // Proc. R. Soc. Lond. A, 1994, v. 445, pp. 679-692.
3. Staverman A.J., Smit J. A. M. Thermodynamics of irreversible processes. Membrane theory: osmosis, electrokinetics, membrane potentials. In Physical chemistry: enriching topics from colloid and surface science (ed. H. van Olphen & K. J. Mysels), ch. 22. La Jolla, California: Theorex., 1975.
4. de Groot S. R. and Mazur P., North-Holland, Amsterdam; Wiley, New York, 1962.
5. Mody F.K., Hale A.H. A borehole stability model to couple the mechanics and chemistry of drilling fluid shale interaction. J. Pet. Tech., 1093, November 1993.
6. van Oort E., Hale A.H., Mody F.K., Roy S. Transport in shales and the design of improved water-based shale drilling fluids. SPE Drilling & Completion (paper 28309), pages 137–146, September 1996.
7. Tan C.P., Richards B.G., Rahman S.S. Managing physico-chemical wellbore instability in shales with the chemical potential mechanism. SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition, Adelaide, Australia, 1996.
8. Ghassemi A., Diek A., Dos Santos H. Effects of ion diffusion and thermal osmosis on shale deterioration and borehole instability. Houston, TX, 2001. AADE National Drilling Conference, Houston TX, USA, March 2001.
9. Fjaer E., Holt R.M., Nes O.M., Sonstebo E.F. Mud chemistry effects on time-delayed borehole stability problems in shales. In Proceedings SPE/ISRM Rock Mechanics Conference, number SPE/ISRM78163, Irving, Texas, 2002. Society of Petroleum Engineers.
10. Nguyen V., Abousleiman Y., Hoang S. Analyses of wellbore instability in drilling through chemically active fractured rock formations. SPE J., 14(2):283–301, 2009.32.
11. Ghassemi A., Tao Q., Diek A. Influence of coupled chemo-poro-thermoelastic processes on pore pressure and stress distributions around a wellbore in swelling shale. Journal of Petroleum Science and Engineering, 67(1-2):57–64, 2009.
12. Zhou X., Ghassemi A. Finite element analysis of coupled chemo-poro-thermo-mechanical effects around a wellbore in swelling shale. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 46(4):769–778, 6 2009.
13. Hale A.H., Mody F.K., Salisbury D.P. The influence of chemical potential on wellbore stability. SPE Drilling & Completion, 207, September 1993.
14. Biot M.A. General theory of three-dimensional consolidation // J. Appl. Phys., 1941, v. 12, pp.155-164.

15. Detournay E., Cheng A.H-D. Comprehensive Rock Engineering, volume 2, chapter 5: Fundamentals of Poroelasticity, pages 113–171. Pergamon, New York NY, 1993.
16. Coussy O. Poromechanics. Wiley, New York, 2004.
17. Terzaghi K. Die Berechnung der Durchlässigkeit des Tones aus dem Verlauf der hydrodynamischen Spannungsercheinungen // Sitzungsber. Akad. Wiss. Wien Math. Naturwiss. Kl., Abt. 2A, 1923, v.132, pp. 105–124.
18. Terzaghi, K., The shearing resistance of saturated soils // Proc. Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng. 1st, 1936, pp. 54-55.
19. Biot, M. A., Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid // J. Appl. Phys., 1955, v. 26, pp.182-185.
20. Rice J.R., Cleary M.P. Some basic stress diffusion solutions for fluid-saturated elastic porous media with compressible constituents // Rev. Geophys. Space Phys. 1976, v.14, pp. 227-241.
21. Sherwood J.D., Bailey L. Swelling of shale around a cylindrical wellbore // Proc. R. Soc. Lond. A, 1994, v. 444, pp. 161-184.

© Б. Х. Имомназаров, П. В. Коробов, И. К. Хайдаров, 2019