

УДК 550.83:539.3

Хачай Ольга Александровна

доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник,
Институт геофизики УрО РАН,
620016, Россия, Екатеринбург,
ул. Амундсена, 100
e-mail: olgakhachay@yandex.ru

Хачай Олег Юрьевич

кандидат физико-математических наук,
доцент УрФУ, ИЕНиМ,
620002, Россия, Екатеринбург, ул. Мира 19
e-mail: khachay@yandex.ru

**АКУСТИЧЕСКИЙ МОНИТОРИНГ ЗОН
АНОМАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ,
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИХ ПОЛОЖЕНИЙ,
ПОВЕРХНОСТЕЙ, ОЦЕНКА
КАТАСТРОФИЧЕСКОГО РИСКА**

Аннотация:

Самоорганизация не является универсальным свойством материи, она существует при определенных внутренних и внешних условиях, и это не связано с особым классом веществ. Изучение морфологии и динамики миграции аномальных зон, связанных с повышенными напряжениями, имеет особое значение при отработке глубокозалегающих месторождений, осложненной динамическими явлениями в виде горных ударов. Важным инструментом для этого изучения являются геофизические исследования. Для описания геологической среды в виде массива горных пород с его естественной и техногенной неоднородностью следует пользоваться ее более адекватным описанием, чем является дискретная модель среды в виде кусочно-неоднородной блоковой среды с вложенными неоднородностями меньшего ранга, чем размер блока. Эта вложенность может быть прослежена несколько раз, т.е., изменив масштаб исследования, мы видим, что неоднородности меньшего ранга выступают теперь в виде блоков для неоднородностей следующего ранга. Простое усреднение измеряемых геофизических параметров может приводить к искаженным представлениям о структуре среды и ее эволюции. Нами проведен анализ морфологии структурных особенностей зон дезинтеграции перед сильным динамическим явлением. Введение в систему отработки предлагаемого комплексного пассивного и активного геофизического мониторинга, нацеленного на изучение переходных процессов перераспределения напряженно-деформированного и фазового состояний, может способствовать предотвращению катастрофических динамических проявлений при отработке глубокозалегающих месторождений. Методы активного геофизического мониторинга должны быть настроены на модель иерархической неоднородной среды. Построены итерационные алгоритмы 2-D моделирования и интерпретации для дифракции звука и линейно поляризованной поперечной упругой волны на включении с иерархической упругой структурой, расположенной в J -ом слое N -слойной упругой среды. Рассмотрен случай, когда плотность включения каждого ранга совпадает с плотностью вмещающего слоя, а упругие

DOI: 10.25635/2313-1586.2019.04.098

Khachai Olga A.

Doctor of Physical and Mathematical Sciences,
Leading Researcher,
Institute of Geophysics, Ural Branch of RAS,
620016, Russia, Ekaterinburg, 100 Amundsen Str.,
e-mail: olgakhachay@yandex.ru

Khachay Oleg Yu.

Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor of UrFU, InSMa,
620002, Russia, Ekaterinburg, 19 Mira Str.,
e-mail: khachay@yandex.ru

**ACOUSTIC MONITORING OF ABNORMAL
STRESS ZONES, DETERMINATION
OF THEIR POSITIONS AND SURFACES,
EVALUATION OF CATASTROPHE RISK**

Abstract:

Self-organization is not a universal property of matter, it exists under certain internal and external conditions and this is not associated with a special class of substances. The study of the morphology and dynamics of migration of abnormal zones associated with increased stresses is of particular importance in the development of deep-seated deposits, complicated by dynamic phenomena in the form of rock bumps. An important tool for this study is geophysical exploration. To describe the geological medium in the form of rock mass with its natural and technogenic heterogeneity requires to use its more adequate description than a discrete model of the medium in the form of a piecewise heterogeneous block medium with embedded heterogeneities of a lower grade than the size of the block. This inclusion can be traced several times, i.e. changing the scale of the study, we see that heterogeneities of a lower grade now appear in the form of blocks for heterogeneities of the next grade. Simple averaging of the measured geophysical parameters can lead to misconceptions about the structure of the medium and its evolution. We have analyzed the morphology of structural features of disintegration zones before the strong dynamic phenomenon. Introduction into the development system of the proposed complex passive and active geophysical monitoring aimed at studying the transient processes of redistribution of stress-deformed and phase states can help to prevent catastrophic dynamic phenomena in the development of deep-seated deposits. Active geophysical monitoring methods should be tuned to a hierarchical heterogeneous medium model. The authors have built the iteration algorithms of 2-D modeling and interpretation for sound diffraction and linearly polarized transverse elastic wave on the inclusion with hierarchical elastic structure located in the J -th layer of N -layer elastic medium. The paper considers the case when the inclusion density of each grade coincides with the density of the host layer, and the elastic parameters of the inclusion of each grade differ from the elastic parameters of the host layer.

параметры включения каждого ранга отличаются от упругих параметров вмещающего слоя.

Ключевые слова: зоны повышенных напряжений, электромагнитные индукционные исследования, акустические исследования, иерархические включения, слоисто-блоковая среда, алгоритмы моделирования и интерпретации, оценка неустойчивости массива

Key words: high stress zones, electromagnetic induction studies, acoustic studies, hierarchical inclusions, layered-block medium, modeling and interpretation algorithms, evaluation of rock mass instability

Введение

Формирование структур при необратимых процессах связано с качественным скачком при достижении пороговых (критических) параметров. Самоорганизация есть сверхкритическое явление, когда параметры системы превосходят свои критические значения. Когда система отклоняется сильно от состояния равновесия, ее переменные удовлетворяют нелинейным уравнениям. Нелинейность есть важная и общая черта процессов, протекающих вдали от равновесия. При этом сверхкритическая отдача энтропии возможна лишь при наличии необычной, особой внутренней структуры системы [1]. Это означает, что самоорганизация не является универсальным свойством материи, она существует при определенных внутренних и внешних условиях и это не связано с особым классом веществ. Итак, есть два класса необратимых процессов:

1) разрушение структуры вблизи положения равновесия, это есть универсальное свойство систем при произвольных условиях;

2) возникновение структур вдали от положения равновесия при условиях, что система открыта и обладает нелинейной внутренней динамикой, а ее внешние параметры имеют сверхкритические значения. И. Пригожин их назвал диссипативными структурами [2]. Изучение морфологии и динамики миграции этих зон имеет особое значение при обработке глубокозалегающих месторождений, осложненной динамическими явлениями в виде горных ударов. Важным инструментом для этого изучения являются геофизические исследования. Как показано в [3], для описания геологической среды в виде массива горных пород с его естественной и техногенной неоднородностью следует пользоваться ее более адекватным описанием, чем является дискретная модель среды в виде кусочно-неоднородной блоковой среды с вложенными неоднородностями меньшего ранга, чем размер блока. Эта вложенность может быть прослежена несколько раз, т.е., изменив масштаб исследования, мы видим, что неоднородности меньшего ранга выступают теперь в виде блоков для неоднородностей следующего ранга. Простое усреднение измеряемых геофизических параметров может приводить к искаженным представлениям о структуре среды и ее эволюции [3].

Одной из фундаментальных проблем горного дела, традиционно относящихся к проблемам геомеханики, является разработка теоретических и экспериментальных методов изучения строения и состояния массивов горных пород с целью прогноза и предотвращения катастрофических явлений при обработке месторождений. Эта проблема усложняется тем, что массив горных пород находится под прямым или косвенным техногенным воздействием, что приводит к существенной нестационарности как строения, так и состояния массива [4]. При ведении горных работ в высоконапряженных массивах скальных пород проявляется техногенная сейсмичность, вопросам прогноза и профилактики которой уделяется много внимания во всех странах с развитой горнодобывающей промышленностью. Важная роль здесь принадлежит краткосрочному прогнозу, методика выделения критериев для него все еще является проблемой как в горном деле, так и в сейсмологии [5]. В рамках школы ИГД СО РАН достигнуты важные результаты по изучению состояния массива горных пород в рамках нелинейной геомеханики [6] с использованием геофизических методов, обладающих разрешающей способностью выявления зарождения и распада самоорганизующихся структур [7].

Теория, методы исследования.

В работе [7] проведены исследования, нацеленные на разработку критериев пространственно-временного комплексного активного и пассивного сейсмического и электромагнитного мониторинга для предотвращения разрушительных динамических явлений на основе шестилетних данных сейсмологического мониторинга, проводимого службой горных ударов на Таштагольском подземном руднике, и полученного опыта использования разработанной в ИГФ УрО РАН системы индукционного электромагнитного пространственно-временного мониторинга на массивах различного вещественного состава до и после массовых взрывов.

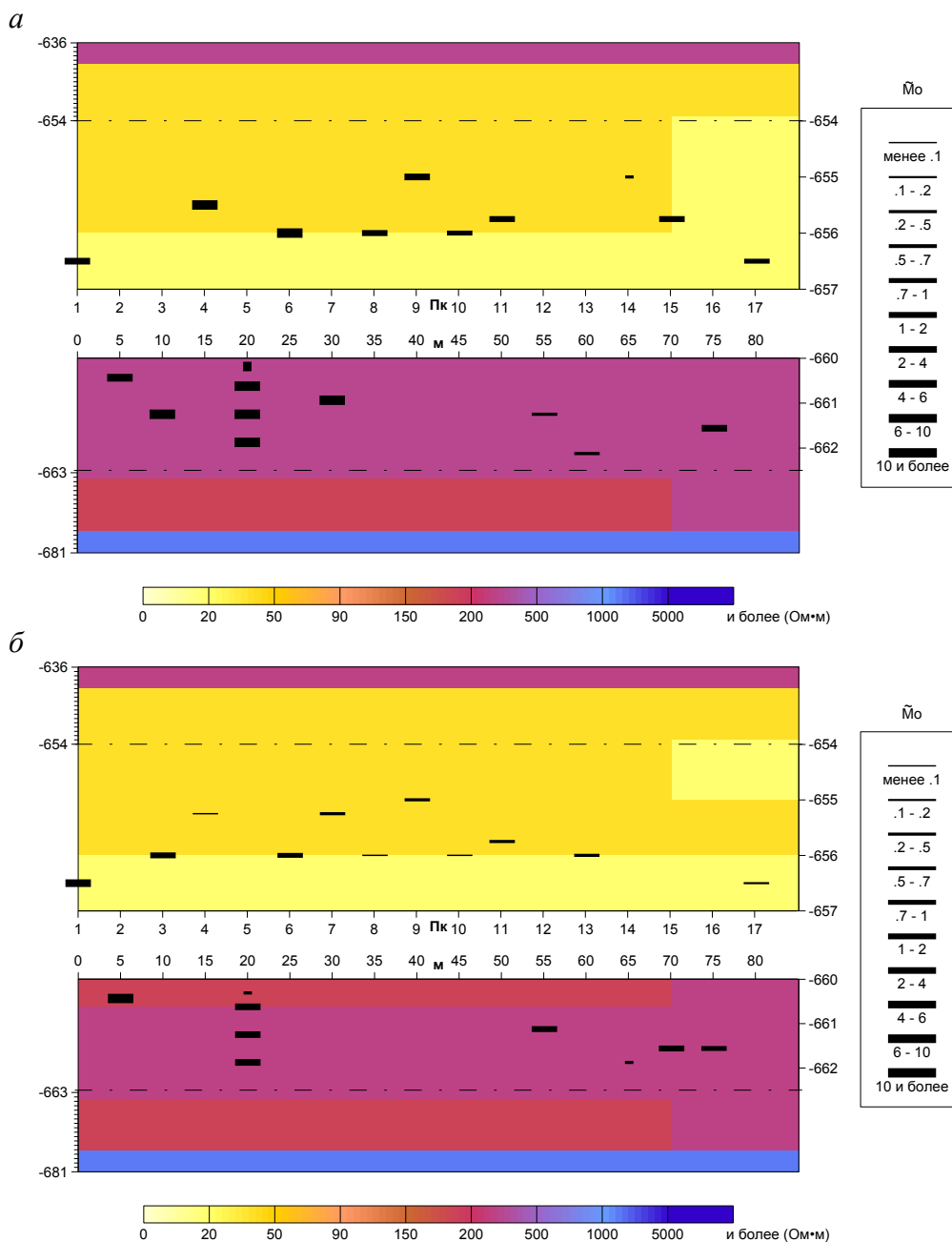


Рис. 1 – Геоэлектрический разрез по профилю орт 4, гор. -210,

Северо-западный участок. *а* – 6 августа, *б* – 8 августа 2007 г., частота 10,15 кГц.

Условные обозначения: $\vec{M}_0^i = M_0 \times L_0 \times 10^3$, где M_0 – коэффициент, на который домножается момент электрической токовой линии, эквивалентной по полю влиянию зоны геоэлектрической неоднородности, который пропорционален отношению разности проводимостей во вмещающей среде и во включении к проводимости во вмещающей среде; L_0 – длина токовой линии, сопротивление вмещающего разреза приведено в Ом.м. По вертикали приведены значения в м (абсолютных отметках), по горизонтали – длина выработки в пикетах (пк) и метрах

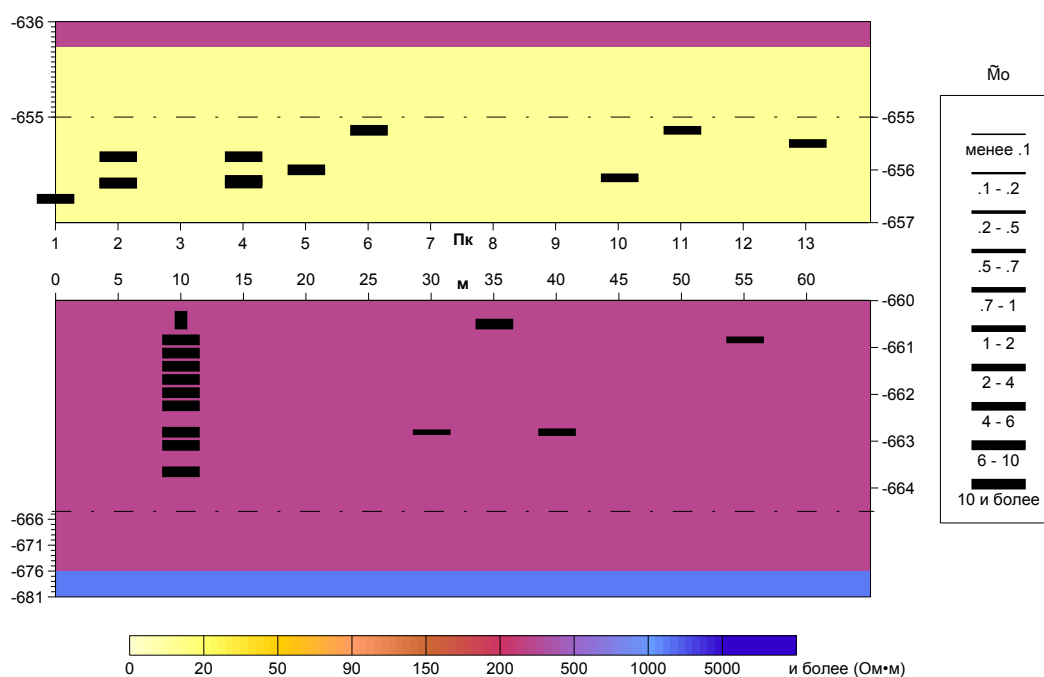


Рис. 2 – Геоэлектрический разрез по профилю орт 3, гор. -210, Северо-западный участок, 7 августа 2007 г., частота 5,08 кГц. Условные обозначения те же, что на рис. 1

Нами проведен анализ морфологии структурных особенностей зон дезинтеграции перед сильным динамическим явлением. При проведении очередного цикла электромагнитных наблюдений на Таштагольском руднике в августе 2007 г. 9 августа произошел горный удар с энергией $\lg E = 6,9$ в целике, расположенном в створе орта 3 на уровне 16 м ниже почвы горизонта -280 (рис. 1 а, б; рис. 2).

За трое суток до горного удара в ортах 3, 4 (см. рис. 1, 2) в геоэлектрических разрезах почвы обнаруживаются субвертикальные дискретные структуры, в которые объединились зоны дезинтеграции. Эти структуры проявились в резонансном режиме на разных частотах и только на одной частоте для каждого из ортов. Это же явление мы обнаружили ранее за одни сутки на шахте Естюнинская и СУБРе шахта 15 [8]. Появление этих структур субвертикальной морфологии – предвестник сильного динамического явления, однако для определения места и магнитуды события необходимо иметь информацию о состоянии массивов ортов и принадлежности к соответствующим рангам об устойчивости массива, как это было сделано в работе [9].

В настоящее время востребованы теоретические результаты по моделированию электромагнитного и сейсмического поля в слоистой среде с включениями иерархической структуры. Построены алгоритмы моделирования в электромагнитном случае для 3D неоднородности, в сейсмическом случае для 2D неоднородности [10 – 11]. Показано, что с увеличением степени иерархичности среды увеличивается степень пространственной нелинейности распределения составляющих сейсмического и электромагнитного поля, что соответствует проведенным детальным мониторинговым экспериментам в удароопасных шахтах Таштагольского рудника и СУБРа. Построенная теория продемонстрировала, как усложняется процесс комплексирования методов, использующих электромагнитное и сейсмическое поле для изучения отклика среды с иерархической структурой. Эта проблема неразрывно связана с формулировкой и решением обратной задачи для распространения электромагнитного и сейсмического полей в таких сложных средах. В работах [12, 13] рассмотрена проблема построения алгоритма решения обратной задачи с использованием уравнения теоретической обратной задачи для 2D уравнения Гельмгольца. Выписаны явные уравнения теоретической обратной задачи для случаев

рассеяния электромагнитного поля (Е и Н поляризации) и рассеяния линейно поляризованной упругой волны в слоистой проводящей и упругой среде с иерархическим проводящим или упругим включением, являющиеся основой определения контуров несоосных включений I-го ранга иерархической структуры. Очевидно, что при решении обратной задачи в качестве исходных данных мониторинга необходимо использовать системы наблюдения, настроенные на исследование иерархической структуры среды. С другой стороны, чем сложнее среда, тем каждое волновое поле привносит свою информацию о ее внутренней структуре, поэтому интерпретацию сейсмического и электромагнитного поля необходимо вести раздельно, не смешивая эти базы данных.

*Моделирование дифракции звука на двумерной
аномально напряженной неоднородности иерархического типа,
расположенной в N-слойной упругой среде*

В работе [14] описан алгоритм моделирования дифракции звука на двумерном упругом иерархическом включении, расположенном в J -ом слое N -слойной среды. $G_{Sp,j}(M, M^0)$ – функция источника сейсмического поля, краевая задача для которой сформулирована в работе [14]; $k_{1ji}^2 = \omega^2(\sigma_{ji}/(\lambda_{ji}))$ – волновое число для продольной волны, в приведенном выражении индекс ji обозначает принадлежность свойств среды внутри неоднородности, ja – вне неоднородности, λ – постоянная Ламэ; σ – плотность среды; ω – круговая частота; $\vec{u} = \text{grad } \varphi$ – вектор смещений; φ^0 – потенциал нормального сейсмического поля в слоистой среде в отсутствие неоднородности: $\varphi_{ji}^0 = \varphi_{ja}^0$. Будем считать, что плотность иерархического включения для всех рангов l и вмещающего слоя одинаковы, а упругие параметры иерархического включения для всех рангов отличаются от упругих параметров вмещающей среды, тогда система уравнений (3) переписывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \frac{(k_{1jil}^2 - k_{1ji}^2)}{2\pi} \iint_{S_{Cl}} \varphi_l(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \varphi_{l-1}^0(M^0) = \varphi_l(M^0), M^0 \in S_{Cl}, \\ & \frac{\sigma_{jil}(k_{1jil}^2 - k_{1ji}^2)}{\sigma(M^0)2\pi} \iint_{S_{Cl}} \varphi_l(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \varphi_{l-1}^0(M^0) = \varphi_l(M^0), M^0 \notin S_{Cl}. \end{aligned} \quad (3)$$

Обозначения те же, что и для системы уравнений (1).

*Моделирование дифракции упругой поперечной волны
на аномально напряженной неоднородности иерархического типа,
расположенной в N-слойной упругой среде*

Аналогично (3) выписывается такой же процесс для моделирования распространения упругой поперечной волны в N -слойной среде с двумерной иерархической структурой произвольной морфологии сечения с использованием интегральных соотношений, выписанных в работе [14].

$$\begin{aligned} & \frac{(k_{2jil}^2 - k_{2ji}^2)}{2\pi} \iint_{S_{Cl}} u_{xl}(M) G_{Ss,j}(M, M^0) d\tau_M + \frac{\mu_{ja}}{\mu_{jil}} u_{x(l-1)}^0(M^0) + \\ & + \frac{(\mu_{ja} - \mu_{jil})}{\mu_{jil} 2\pi} \int_{Cl} u_{xl}(M) \frac{\partial G_{Ss,j}}{\partial n} dc = u_{xl}(M^0), M^0 \in S_{Cl}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\mu_{jil}(k_{2jil}^2 - k_{2j}^2)}{\mu(M^0)2\pi} \iint_{S_{Cl}} u_{xl}(M) G_{Ss,j}(M, M^0) d\tau_M + u_{x(l-1)}^0(M^0) + \\ & + \frac{(\mu_{ja} - \mu_{jil})}{\mu(M^0)2\pi} \int_{Cl} u_{xl}(M) \frac{\partial G_{Ss,j}}{\partial n} dc = u_{xl}(M^0), M^0 \in S_{Cl}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $G_{Ss,j}(M, M^0)$ – функция источника сейсмического поля рассматриваемой задачи, она совпадает с функцией Грина, выписанной в работе [15] для соответствующей задачи; $k_{2jil}^2 = \omega^2(\sigma_{jil}/(\mu_{jil}))$, $\mu_{jil} \neq \mu_{ja}$ – волновое число для поперечной волны; $\sigma_{jil} = \sigma_{ja}$; μ – постоянная Ламэ; u_{xl} – составляющая вектора смещений; $l = 1 \dots L$ – номер иерархического уровня; u_{xl}^0 – составляющая вектора смещений сейсмического поля в слоистой среде в отсутствие неоднородности предыдущего ранга, если $l = 2 \dots L$, $u_{xl}^0 = u_{x(l-1)}$, если $l = 1$, $u_{xl}^0 = u_x^0$, что совпадает с соответствующим выражением для нормального поля в работе [15]. Следует отметить, что структура уравнений (4) совпадает с общим случаем, когда иерархическая неоднородность имеет не только упругие параметры, отличные от параметров вмещающей среды, но и плотностные параметры на всех рангах отличаются от плотностных параметров вмещающего слоя. Отличие этой задачи заключается только в значениях волнового числа. Таким образом, более чувствительным к области упругих неоднородностей в массиве является отклик среды, связанный с продольной волной. Это следует учитывать при оценке состояния сложно организованной геологической среды.

В работе [13] рассмотрена проблема построения алгоритма решения обратной задачи с использованием уравнения теоретической обратной задачи для 2-D уравнения Гельмгольца. Получено явное уравнение теоретической обратной задачи для случаев рассеяния линейно поляризованной упругой волны в слоистой упругой среде с иерархическим упругим включением, плотность которого для всех рангов равна плотности вмещающего слоя. Построен итерационный алгоритм определения контуров несоосных включений k -го ранга в иерархической структуре с последовательным использованием решения прямой задачи вычисления упругого поля $k-1$ ранга. С увеличением степени иерархичности структуры среды увеличивается степень пространственной нелинейности распределения составляющих сейсмического поля, что предполагает исключение методов линеаризации задачи при создании методов интерпретации. Эта проблема неразрывно связана с решением обратной задачи для распространения сейсмического поля в таких сложных средах с использованием явных уравнений теоретической обратной задачи. Впервые выписано уравнение для определения поверхности аномально напряженного включения в иерархической слоисто-блоковой среде по данным акустического мониторинга. На практике с использованием этого алгоритма мы можем по данным акустического мониторинга локализовать область возможного очага горного удара либо готовящегося землетрясения и оценить степень аномальных упругих напряжений.

Обсуждение результатов и заключение

Сопоставляя выражения (1) и (2), (3) и (4), мы можем сделать следующие выводы. При построении комплексной сейсмо-гравитационной модели без учета аномального влияния напряженно-деформированного состояния внутри включения анализ аномального акустического эффекта с использованием данных о распространении продольной волны показывает, что он является более чувствительным еще и к форме включения по сравнению с акустическим эффектом о распространении поперечной волны. Однако из этих выражений следует, что влиянием во вмещающей среде упругих параметров в сейсмической модели пренебрегать нельзя, т. к. они влияют при интерпретации на значения

искомых аномальных плотностей. Если эти значения использовать при построении плотностной гравитационной модели, то эти значения плотности не будут отражать вещественный состав анализируемой среды. При построении аномально напряженной геомеханической модели без учета аномального влияния плотностных неоднородностей внутри включения анализ аномального акустического эффекта с использованием данных о распространении поперечной волны показывает, что он является более чувствительным еще и к форме включения по сравнению с акустическим эффектом о распространении продольной волны. Однако из этих выражений следует, что влиянием во вмещающей среде плотностных параметров в сейсмической модели пренебрегать нельзя, и они влияют при интерпретации на значения искомым аномальных упругих параметров, вызывающих аномальное напряженное состояние. Если эти значения использовать при построении геомеханической модели, то эти значения упругих параметров не будут отражать напряженное состояние анализируемой среды. Показано, что с увеличением степени иерархичности среды увеличивается степень пространственной нелинейности распределения составляющих сейсмического и электромагнитного поля, что соответствует проведенным детальным мониторинговым экспериментам в удароопасных шахтах Таштагольского рудника и СУБРа. Построенная теория продемонстрировала, как усложняется процесс комплексирования методов, использующих электромагнитное и сейсмическое поле для изучения отклика среды с иерархической структурой. Эта проблема неразрывно связана с формулировкой и решением обратной задачи для распространения электромагнитного и сейсмического полей в таких сложных средах. В работе [12] рассмотрена проблема построения алгоритма решения обратной задачи с использованием уравнения теоретической обратной задачи для 2D уравнения Гельмгольца. С помощью теории решения обратной задачи можно проследить миграцию зон аномальных напряжений, их увеличение или уменьшение за счет циклических взрывных воздействий при отработке массива, а также оценить возможный риск высокоэнергетических динамических явлений в массиве.

Литература

1. Эбелинг В. Образование структур при необратимых процессах / В. Эбелинг. - М.: Мир, 1979. - 277 с.
2. Гленсдорф П. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций / П. Гленсдорф, И. Пригожин. - М.: Мир, 1973. - 280 с.
3. Садовский М.А. Деформирование геофизической среды и сейсмический процесс / М.А. Садовский, Л.Г. Болховитинов, В.Ф. Писаренко. - М.: Наука, 1987. - 98 с.
4. Трехмерный электромагнитный мониторинг состояния массива горных пород / О.А. Хачай, Н.П. Влох, Е.Н. Новгородова, А.Ю. Хачай, С.В. Худяков // Физика Земли. - 1987. - № 2. - С. 85 - 92.
5. Особенности прогноза и профилактики мощных динамических явлений в природно-технических системах / А.А. Козырев, С.Н. Савченко, В.И. Панин, В.А. Мальцев // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли: материалы международной конференции, г. Новосибирск, ИГД СО РАН, 2 - 4 октября, 2001г. - Новосибирск: ИГД СО РАН, 2001. - С. 326 - 334.
6. Курленя М.В. Современные проблемы нелинейной геомеханики / М.В. Курленя, В.Н. Опарин // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли: материалы международной конференции, г. Новосибирск, ИГД СО РАН, 6 - 10 июля, 1999 г. - Новосибирск: ИГД СО РАН, 1999. - С. 5 - 20.
7. Хачай О.А. Проблема изучения переходного процесса перераспределения напряженного и фазового состояний массива между сильными техногенными воздействиями / О.А. Хачай // Горный информационно-аналитический бюллетень. - 2006. - № 5. - С. 109 - 115.

8. Результаты геофизических и геологических исследований на шахте Естюнинская / О.А. Хачай, Е.Н. Новгородова, О.Ю. Хачай, А.В. Кононов, В.Г. Наседкин // Глубинное строение, геодинамика, тепловое поле Земли, интерпретация геофизических полей: материалы Четвертых научных чтений памяти Ю.П. Булашевича, Екатеринбург, ИГФ УрО РАН, 2 - 6 июля 2007 г. - Екатеринбург: ИГФ УрО РАН, 2007. - С. 197 – 199.

9. Хачай О.А. Исследование развития неустойчивости в массиве горных пород с использованием метода активного электромагнитного мониторинга / О.А. Хачай // Физика Земли. - 2007. - № 4. - С. 65 - 70.

10. Хачай О.А. Новые методы геоинформатики мониторинга волновых полей в иерархических средах / О.А. Хачай, О.Ю. Хачай, А.Ю. Хачай // Геоинформатика. - 2015. - № 3. - С. 45 - 51.

11. Хачай О.А. Новые методы геоинформатики для комплексирования сейсмических и гравитационных полей в иерархических средах / О.А. Хачай, О.Ю. Хачай, А.Ю. Хачай // Геоинформатика. - 2016. - № 3. - С. 25 - 29.

12. Хачай О.А. Определение поверхности аномально напряженного включения в иерархической слоисто-блоковой среде по данным акустического мониторинга / О.А. Хачай, А.Ю. Хачай // Горный информационно-аналитический бюллетень. - 2016. - № 4. - С. 354 - 356.

13. Хачай О.А. К вопросу об обратной задаче активного электромагнитного и акустического мониторинга иерархической геологической среды / О.А. Хачай, О.Ю. Хачай, А.Ю. Хачай // Геофизические исследования. - 2017. - Т.18. - № 4. - С.71 - 84. DOI:10.21455/gr2017/4-6.

14. Хачай О.А. О комплексировании сейсмических и электромагнитных активных методов для картирования и мониторинга состояния двумерных неоднородностей в N-слоистой среде / О.А. Хачай, А.Ю. Хачай // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». - 2011. - № 2(219). - С. 49 – 56.

15. Хачай О.А. Моделирование электромагнитного и сейсмического поля в иерархически неоднородных средах / О.А. Хачай, А.Ю. Хачай // Вестник ЮУрГУ. Серия «Вычислительная математика и информатика». - 2013. - Т.2. - № 2. - С. 48 – 55.