УДК 550.82

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД ОЦЕНКИ ПРОЧНОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Московский И.Г.
Саратовский государственный университет имени Гагарина Ю.А.,
Россия, Саратов, mosig@mail.ru

PROBABILISTIC APPROACH TO ROCK STRENGTH ESTIMATION UNDER CONDITIONS OF AMBIGUOUS BASIC DATA

Moskowsky I.G.
Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Russia,
Saratov, mosig@mail.ru

Аннотация. В статье рассмотрено понятие вероятности разрушения горной породы в условиях неопределенности исходных данных. Проводится сравнительный анализ оценки вероятности разрушения горной породы на основе метода ячеек и метода Монте-Карло.

Ключевые слова: вероятность разрушения горной породы, критерий прочности, устойчивость ствола скважины, метод Монте-Карло, метод ячеек.

Abstract. The paper deals with the concept of rock failure probability under the conditions of ambiguous basic data. Comparative analysis is made of estimating rock failure probability on the basis of the cell and the Monte-Carlo methods.

Key words: probability of rock failure, strength criterion, borehole stability, Monte-Carlo method, cell method.

Введение

При бурении и эксплуатации нефтяных и газовых скважин важную роль играет прогнозирование возможных аварийных ситуаций, которые, в частности, могут быть связаны с обрушением горных пород слагающих стенки скважины. Решение этой проблемы проводится на основе геомеханического моделирования, включающего в себя оценку напряженно-деформированного состояния горных пород в околоскважинном пространстве и исследование устойчивости стенок скважины с применением различных критериев прочности [1-7]. Необходимость такого подхода вызвана тем, что известные методы акустической диагностики и неразрушающего контроля материалов на основе динамических моделей деформируемых систем [8-11], здесь не столь эффективны. Одним из результатов моделирования является рекомендуемое значение плотности буровой жидкости (либо величина давления в скважине), закачиваемой в скважину для извлечения из нее выбуренной породы, при котором обеспечивается безопасный режим бурения. Однако, как отмечено в [12], при проведении геомеханического моделирования в силу различных причин специалисты не всегда обладают достаточно полной информацией о значениях параметров пород изучаемого разреза, необходимых для выполнения прочностных расчетов. В этом случае для определения «безопасного» значения плотности буровой жидкости применяется метод количественной оценки риска (QRA – Quantitative Risk Assessment) [7, 12, 13], основанный на понятии вероятности разрушения горной породы, для вычисления которой используется метод Монте-Карло [7, 12, 13]. Следует отметить, что метод QRA весьма слабо представлен в отечественной литературе, в связи с этим в настоящей статье поясняется понятие вероятности разрушения горной породы, а также приводятся методики ее вычисления, основанные на методе ячеек и методе Монте-Карло, проводится сравнительный анализ расчетов вероятности разрушения горной породы по этим методикам.

1. Вероятность разрушения горной породы

В задачах геомеханики прогноз разрушения горных пород выполняется с помощью критериев прочности [1-7], которые можно представить в виде функций напряжений, действующих в породе, а напряжения в свою очередь определяются механическими свойствами изучаемой горной породы и условиями ее залегания. Таким образом, каждый конкретный критерий прочности определяется функцией $u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ параметров $x_1, x_2, \ldots, x_n$ геологической среды (средняя плотность вышележащих пород, коэффициент Пуассона, прочность породы на одноосное сжатие, поровое давление и др.), для удобства функцию f также будем называть критерием прочности. Областью определения функции $u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ является множество $D = D_1 \times D_2 \times \ldots \times D_n$, где D_i – множество значений, которые может принимать переменная x_i $(i = \overline{1,n})$. Область определения D функции f разбивается на два непересекающихся множества: первое (множество A) – состоит из точек $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ соответствующих значениям параметров $x_1, x_2, \ldots, x_n$ при которых в соответствии с критерием f происходит разрушение породы и второе (множество $\overline{A} = D \setminus A$) – соответствует параметрам при которых порода не разрушается. Множество E значений функции f также разбивается на два непересекающихся множества: множество $B = f(A)$ состоящее из значений критерия f при которых происходит разрушение породы и множество $\overline{B} = E \setminus B$ – при которых порода не разрушается. В дальнейшем для определенности будем полагать, что порода разрушается при $f \geq 0$ и не разрушается при $f < 0$. Поставим задачу определения количественной оценки прогнозируемой возможности разрушения горной породы в условиях неопределенности данных о значении некоторых параметров.

Предположим, что при оценке прочности некоторого элемента v горной породы с помощью критерия $u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ по результатам измерений известны точные значения всех параметров $x_1, x_2, \ldots, x_n$ геологической среды за исключением параметра x_k (измерения параметра x_k не проводились, либо его значение определено с большой погрешностью). Под элементом v горной породы здесь понимается некоторый мысленно выделенный объем породы, размеры которого соответствуют размерам образцов горной породы для которых проводятся испытания по определению их механических и прочностных свойств. Считая известным распределение значений параметра $x_k \in D_k$ на некотором множестве $V = \{v\}$ элементов горной породы рассмотрим случайную величину X_k равную значению параметра x_k у случайно выбранного элемента $v \in V$. Например, при проведении измерений в скважине не выполнялось определение величины прочности на одноосное сжатие породы. Однако по результатам исследований на других скважинах данного разреза известно, что одинаково часто в исследуемом диапазоне глубин изучаемый вид пород может иметь как низкие так и средние значения прочности на одноосное сжатие, а именно в пределах от 5 до 50 МПа. Следовательно, есть основание предположить, что случайная величина, равная значению прочности на одноосное сжатие (в МПа) у случайно выбранного элемента породы $v \in V$ будет равномерно распределена на отрезке [5, 50].

Пусть $p(x_k)$ – плотность распределения случайной величины X_k. Будем называть вероятностью разрушения P_f элемента породы v по критерию f при неполной информации по параметру x_k вероятность

$$P_f = \int\limits_{D_k} p(x_k \big| f \geq 0) dx_k \;, \tag{1}$$

где $p(x_k \big| f \geq 0) = \begin{cases} p(x_k), & f \geq 0, \\ 0, & f < 0. \end{cases}$ В случае дискретного распределения случайной величины X_k вероятность разрушения элемента породы по критерию f определим равенством

$$P_f = \sum_{f \geq 0} P(X_k = x_k), \tag{2}$$

где суммирование проводится по всем значениям параметра $x_k \in D_k$ при которых $f \geq 0$. Обратим внимание, что при вычислении вероятности P_f по формуле (1) или (2) параметры x_1, $x_2, \ldots$, x_{k-1}, x_{k+1}, …, x_n фиксированы, т.е. P_f, в общем случае, будет функцией этих параметров.

Аналогично можно ввести вероятность разрушения элемента породы для случая неопределенности исходных данных по l параметрам $x_{k_1}, x_{k_2}, \ldots, x_{k_l}$ ($1 \leq l \leq n$). Для этого рассмотрим систему l случайных величин $X_{k_1}, X_{k_2}, \ldots, X_{k_l}$ равных значениям соответствующих параметров $x_{k_1}, x_{k_2}, \ldots, x_{k_l}$ у случайно выбранного элемента $v \in V$. Тогда вероятностью разрушения P_f элемента породы v по критерию f при неполной информации по параметрам $x_{k_1}, x_{k_2}, \ldots, x_{k_l}$ будем называть вероятность

$$P_f = \int\limits_{D_{k_1} \times D_{k_2} \times \ldots \times D_{k_l}} p(x_{k_1}, x_{k_2}, \ldots, x_{k_l} \big| f \geq 0) dx_{k_1} dx_{k_2} \ldots dx_{k_l} \;, \tag{3}$$

где

$$p(x_{k_1}, x_{k_2}, \dots, x_{k_l} \big| f \ge 0) = \begin{cases} p(x_{k_1}, x_{k_2}, \dots, x_{k_l}), & f \ge 0, \\ 0, & f < 0, \end{cases}$$

а $p(x_{k_1}, x_{k_2}, \dots, x_{k_l})$ – плотность распределения системы l случайных величин $X_{k_1}, X_{k_2}, \dots, X_{k_l}$. Для дискретного распределения случайных величин $X_{k_1}, X_{k_2}, \dots, X_{k_l}$ вероятность разрушения элемента породы по критерию f определим равенством

$$P_f = \sum_{f \ge 0} P(X_{k_1} = x_{k_1}, X_{k_2} = x_{k_2}, \dots, X_{k_l} = x_{k_l}), \qquad (4)$$

где суммирование проводится по всем кортежам $(x_{k_1}, x_{k_2}, \dots, x_{k_l}) \in D_{k_1} \times D_{k_2} \times \dots \times D_{k_l}$ для которых $f \ge 0$. При вычислении вероятности P_f по формуле (3) или (4) все параметры за исключением $x_{k_1}, x_{k_2}, \dots, x_{k_l}$ фиксированы и P_f, в общем случае, будет функцией этих параметров.

2. Методики расчета вероятности разрушения горной породы

Расчет вероятности разрушения породы P_f связан с вычислением кратных интегралов (3) и решением неравенств вида $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \ge 0$. В большинстве случаев такая задача не имеет точного решения и оценка вероятности разрушения породы по формулам (1)-(4) в общем случае возможна только с применением различных приближенных методов. Рассмотрим решение данной задачи на основе метода ячеек и метода Монте-Карло [14].

Пусть при оценке вероятности P_f по формуле (3) значения параметров $x_{k_1}, x_{k_2}, \dots, x_{k_l}$ $(1 \le l \le n)$ для которых исходные данные неполны лежат в следующих пределах:

$$a_1 \le x_{k_1} \le b_1, \;\; a_2 \le x_{k_2} \le b_2, \;\; \dots, \;\; a_l \le x_{k_l} \le b_l.$$

Тогда используя приближенные формулы для вычисления кратных интегралов [14] нетрудно получить оценку для вероятности P_f разрушения породы.

Для метода ячеек:

$$P_f \approx \frac{(b_1 - a_1)(b_2 - a_2)\dots(b_l - a_l)}{N_1 N_2 \dots N_l} \cdot \sum_{j_1, j_2, \dots, j_l} p(\tilde{x}_{k_1}^{(j_1)}, \tilde{x}_{k_2}^{(j_2)}, \dots, \tilde{x}_{k_l}^{(j_l)} \big| f \ge 0),$$

где (5)

$$a_i + (b_i - a_i)\frac{(j_i - 1)}{N_i} \le \tilde{x}_{k_i}^{(j_i)} \le a_i + (b_i - a_i)\frac{j_i}{N_i},$$

а, N_i – количество равных отрезков на которые разбит отрезок $a_i \le x_{k_i} \le b_i$ $(i = \overline{1,l}; \; j_i = \overline{1, N_i})$.

Для метода Монте-Карло:

$$P_f \approx \frac{(b_1 - a_1)(b_2 - a_2)\dots(b_l - a_l)}{N} \cdot \sum_{j=1}^{N} p(\tilde{x}_{k_1}^{(j)}, \tilde{x}_{k_2}^{(j)}, \dots, \tilde{x}_{k_l}^{(j)} \big| f \ge 0), \qquad (6)$$

где

$$\tilde{x}_{k_i}^{(j)} = a_1 + (b_1 - a_1)\xi_i^{(j)} \quad (i = \overline{1,N},\ j = \overline{1,l}),$$

а, $\xi_j^{(i)}$ – случайные независимые величины, равномерно распределенные на отрезке [0, 1].

Для равномерного распределения случайных величин $X_{k_1}, X_{k_2}, \ldots, X_{k_l}$ плотность распределения определяется выражением

$$p(x_{k_1}, x_{k_2}, \ldots, x_{k_l}) = [(b_1 - a_1)(b_2 - a_2)\ldots(b_l - a_l)]^{-1}$$

и, как следует из формулы (5), либо из формулы (6), для вероятности разрушения породы P_f справедлива оценка:

$$P_f \approx \frac{N_f}{N}, \tag{7}$$

где N – общее число комбинаций значений параметров $x_{k_1}, x_{k_2}, \ldots, x_{k_l}$ для которых по критерию f оценивалась возможность разрушения, N_f – количество комбинаций значений параметров для которых по критерию f спрогнозировано разрушение породы ($0 \le N_f \le N$). Для метода ячеек $N = N_1 N_2 \ldots N_l$, для метода Монте-Карло N – общее количество случайных точек равномерно распределенных на множестве $D_{k_1} \times D_{k_2} \times \ldots \times D_{k_l}$.

Следует отметить, что применение формул (5)-(7) предполагает проведение компьютерного эксперимента для достаточно большого числа опытов N по оценке прочности горных пород с различными значениями неизвестных параметров $x_{k_1}, x_{k_2}, \ldots, x_{k_l}$, получаемых либо с использованием разбиения области $D_{k_1} \times D_{k_2} \times \ldots \times D_{k_l}$ на равные ячейки, либо с помощью генератора случайных чисел. Количество опытов N должно обеспечивать удовлетворительное выполнение приближенных равенств (5)-(7).

3. Расчет допустимого давления в скважине с целью предупреждения аварийной ситуации в условиях неполной информации о свойствах горных пород по методу ячеек и по методу Монте-Карло

Пусть в геологической среде физические свойства которой меняются только с глубиной пробурена вертикальная скважина. Напряженно-деформированное состояние в породе околоскважинного пространства этой среды будет определяться тремя компонентами тензора напряжений (рис. 1): σ_r – радиальное напряжение, σ_θ – касательное напряжение, σ_z – вертикальное напряжение. Напряжения σ_r, σ_θ, σ_z введены для цилиндрической системы координат (r, θ, z), соосной с осью скважины, координата r – расстояние от оси скважины (полярный радиус), θ – азимут (полярный угол), z – расстояние от дневной поверхности (глубина). Все касательные напряжения $\sigma_{r\theta}$, σ_{rz}, $\sigma_{\theta z}$ в такой модели (рис. 1) равны нулю, поэтому главные напряжения в горной породе околоскважинного пространства будут совпадать с напряжениями σ_r, σ_θ, σ_z.

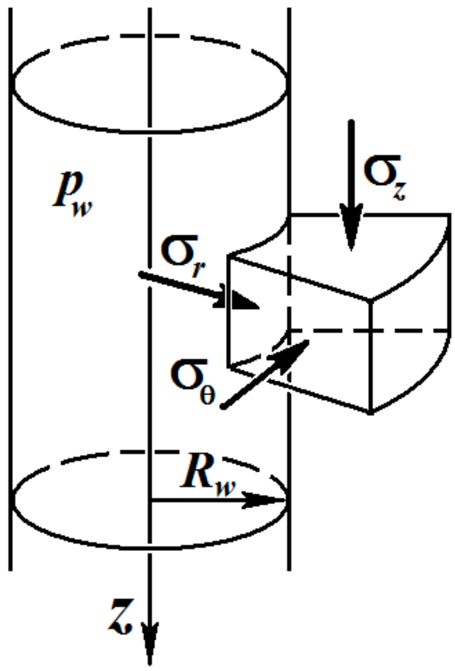


Рис. 1. Главные напряжения вокруг вертикальной скважины

Для непроницаемых пород компоненты σ_r, σ_θ, σ_z тензора напряжений в окрестности вертикальной скважины определяются выражениями [5]:

$$\sigma_r = \sigma_h\left(1 - \frac{R_w^2}{r^2}\right) + p_w\frac{R_w^2}{r^2}, \quad \sigma_\theta = \sigma_h\left(1 + \frac{R_w^2}{r^2}\right) - p_w\frac{R_w^2}{r^2}, \quad \sigma_z = \sigma_v, \qquad (8)$$

где σ_v и σ_h – вертикальное и горизонтальное напряжения в горной породе, находящейся в условиях естественного залегания (до бурения скважины); p_w – давление бурового раствора в скважине; R_w – радиус скважины. Зависимость напряжений σ_v, σ_h и давления p_w от глубины z определяется равенствами:

$$\sigma_v = \overline{\rho}gz, \quad \sigma_h = \lambda\sigma_v, \quad p_w = k_w\rho_в gz, \qquad (9)$$

где $\overline{\rho} = \frac{1}{z}\int_0^z \rho(\xi)d\xi$ – средняя плотность вышележащих пород, $\rho(\xi)$ – зависимость плотности горных пород от глубины; $\lambda = \nu/(1-\nu)$ – коэффициент бокового распора, ν – коэффициент Пуассона горной породы; k_w – отношение давления бурового раствора в скважине к гидростатическому давлению (давлению столба воды с плотностью $\rho_в = 1000$ кг/м^3 на указанной глубине); g – ускорение свободного падения.

Оценка прочности горной породы в окрестности вертикальной скважины (рис. 1) будет выполняться с помощью трех критериев прочности [3, 5]: Мора-Кулона, Моджи-Кулона и Друкера-Прагера. Указанные критерии будут рассмотрены в следующей форме.

Критерий прочности Мора-Кулона:

$$f = \sigma_1 - (C_0 + q\sigma_3), \qquad (10)$$

где C_0 – прочность на одноосное сжатие; $q=(1+\sin\varphi)/(1-\sin\varphi)$; φ – угол внутреннего трения; σ_1 и σ_3 – максимальное и минимальное главные напряжения, действующие в породе.

Критерий прочности Моджи-Кулона:

$$f=\tau_{oct}-(a+b\sigma_{m,2}), \quad (11)$$

где $\tau_{oct}=\frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2}$ – октаэдрическое касательное напряжение; $\sigma_{m,2}=\frac{\sigma_1+\sigma_3}{2}$ – эффективное среднее напряжение; $a=\frac{2\sqrt{2}}{3}\frac{C_0}{q+1}$, $b=\frac{2\sqrt{2}}{3}\frac{q-1}{q+1}$; $\sigma_1\geq\sigma_2\geq\sigma_3$ – главные напряжения, действующие в породе.

Критерий прочности Друкера-Прагера:

$$f=\tau_{oct}-(k+m\sigma_{oct}), \quad (12)$$

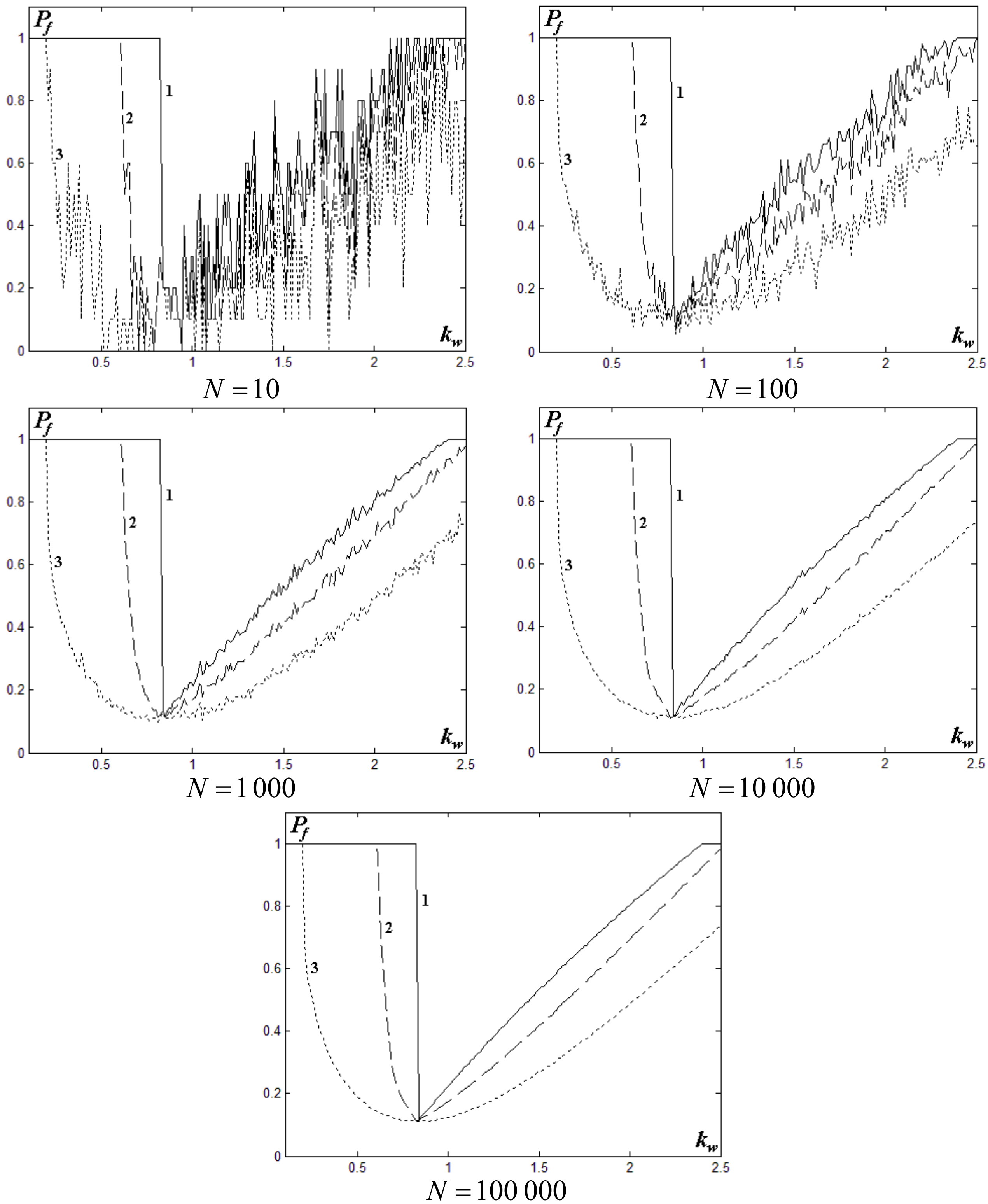
где $\sigma_{oct}=\frac{\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3}{3}$ – октаэдрическое нормальное напряжение; $k=\frac{C_0\sqrt{2}(1-\sin\varphi)}{3-\sin\varphi}$; $m=\frac{2\sqrt{2}\sin\varphi}{3-\sin\varphi}$.

На рис. 2 и 3 построены зависимости вероятности разрушения P_f горной породы околоскважинного пространства вертикальной скважины (рис. 1) от нормированной величины k_w давления бурового раствора с помощью метода Монте-Карло (рис. 2) и метода ячеек (рис. 3). Расчеты проводились по формулам (5)-(12), в предположении, что не известно точное значение коэффициента Пуассона (его значения равномерно распределены на заданном отрезке). Оценки выполнены для разного числа N комбинаций значений параметров среды (в данном случае N – количество различных значений коэффициента Пуассона) для трех критериев прочности (10)-(12). Значения параметров геологической среды для которых выполнены расчеты (рис. 2, 3) приведены в таблице 1.

Таблица 1

Значения параметров геологической среды

Параметр	Значение
z – глубина (м)	4000
r/R_w – относительное удаление от оси скважины	1
$\overline{\rho}$ – средняя плотность вышележащих пород (кг/м^3)	3000
ν – коэффициент Пуассона	0,2-0,35
C_0 – прочность на одноосное сжатие (МПа)	20
φ – угол внутреннего трения (град)	30



$N = 10$ $N = 100$

$N = 1\,000$ $N = 10\,000$

$N = 100\,000$

Рис. 2. Зависимость вероятности P_f разрушения горной породы околоскважинного пространства вертикальной скважины от нормированной величины k_w давления бурового раствора по методу Монте-Карло (N – общее число комбинаций значений параметров среды): 1 – для критерия Мора-Кулона, 2 – для критерия Моджи-Кулона, 3 – для критерия Друкера-Прагера

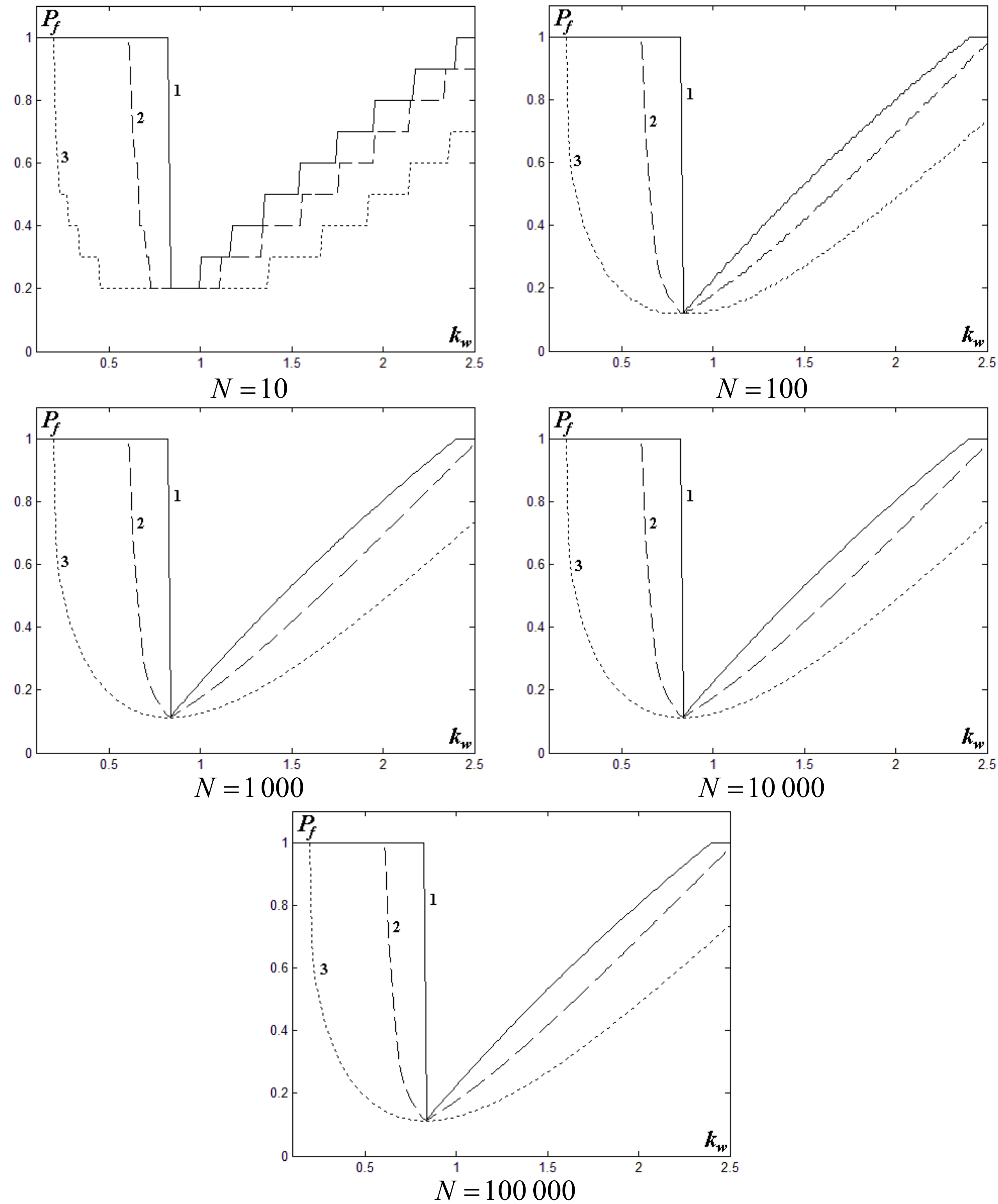


Рис. 3. Зависимость вероятности P_f разрушения горной породы околоскважинного пространства вертикальной скважины от нормированной величины k_w давления бурового раствора по методу ячеек (N – общее число комбинаций значений параметров среды): 1 – для критерия Мора-Кулона, 2 – для критерия Моджи-Кулона, 3 – для критерия Друкера-Прагера

Из рис. 2 и 3 следует, что с ростом общего числа N комбинаций значений параметров среды зависимость вероятности P_f от давления k_w бурового раствора стремится к предельному виду. Предельная кривая ($N = 100\,000$) может быть использована для выбора оптимального значения плотности бурового раствора (точка минимума на предельной кривой) при котором вероятность разрушения горной породы в окрестности скважины с учетом неопределенности исходных данных будет наименьшей.

При сравнении полученных зависимостей (рис. 2, 3) следует отметить, что для метода ячеек предельный вид кривой $P_f(k_w)$ достигается для значительно меньших значений N в отличие от метода Монте-Карло. Такая закономерность наблюдается для всех трех критериев прочности используемых в расчетах вероятности разрушения (рис. 2, 3). Для количественной оценки скорости сходимости зависимости $P_f(k_w)$ к предельному виду у разных методов расчета вероятности P_f рассчитана величина среднего относительного отклонения ε_{N/N_0} вероятности разрушения породы P_f^N, найденной для N комбинаций значений параметров среды по отношению к предельной величине $P_f^{N_0}$ (в расчетах полагалось $N_0 = 100\,000$):

$$\varepsilon_{N/N_0} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\left|\frac{P_f^N(k_w^{(i)}) - P_f^{N_0}(k_w^{(i)})}{P_f^{N_0}(k_w^{(i)})}\right| \cdot 100\% \ ,$$

где суммирование проводится по всем значениям давления $k_w^{(i)}$ ($i = \overline{1, M}$) для которых вычислена величина P_f. На рис. 4. построена зависимость величины ε_{N/N_0} от числа N комбинаций значений параметров среды для критерия Мора-Кулона.

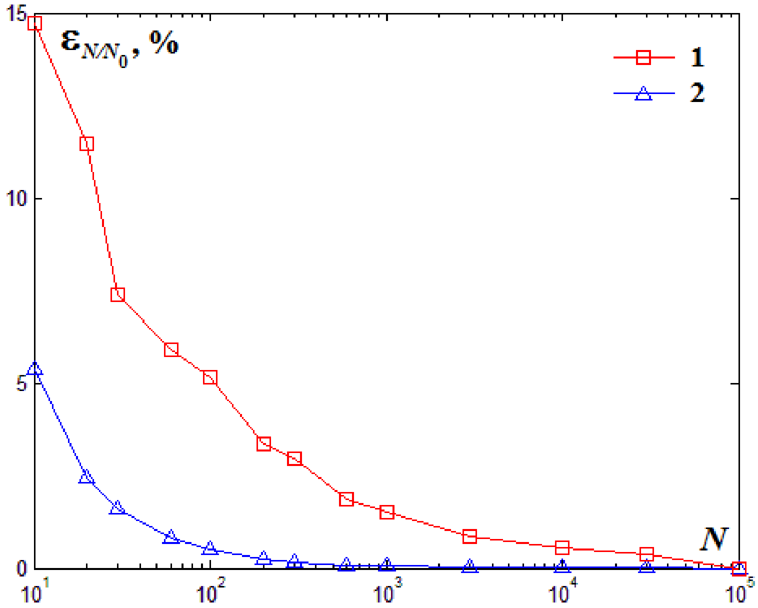


Рис. 4. Зависимость среднего относительного отклонения ε_{N/N_0} от числа N комбинаций значений параметров среды (неопределенность по коэффициенту Пуассона): 1 – для метода Монте-Карло, 2 – для метода ячеек

Из рис. 4 видно, что в рассмотренном случае среднее относительное отклонение ε_{N/N_0} вероятности разрушения породы от предельного значения равно 1% при $N = 10^4$ для метода Монте-Карло и $N = 10^2$ для метода ячеек. Таким образом, для получения приемлемой точности оценки вероятности разрушения горной породы при неполной информации по коэффициенту Пуассона в методе ячеек требуется осуществить перебор комбинаций значений параметров среды на два порядка меньше, чем в методе Монте-Карло. Данный результат может быть важным, если требуется высокая скорость оценки вероятности аварийной ситуации при бурении скважины, например, в режиме реального времени.

При вычислении вероятности разрушения горной породы (рис. 2-4) считалось, что неизвестно точное значение одного параметра. В этом случае вероятность P_f выражается через однократный интеграл (1). Если же будет отсутствовать информация по нескольким параметрами, то для оценки P_f необходимо определять кратный интеграл (3). Как известно [14], при численном интегрировании для достижения одной и той же точности метод ячеек по сравнению с методом Монте-Карло требует меньшего числа N узловых точек в которых вычисляется подынтегральная функция, только для интегралов малой кратности (однократные, двойные и тройные). Для многомерных интегралов (пятимерные и выше) метод Монте-Карло является предпочтительным, так как при той же точности требует меньшего числа N узловых точек.

Для сравнения точности вычисления вероятности P_f по методу ячеек и методу Монте-Карло в случае неполной информации по нескольким параметрам проведены расчеты вероятности разрушения горной породы околоскважинного пространства вертикальной скважины при равномерном распределении пяти параметров (табл. 2): r/R_w, $\overline{\rho}$, ν, C_0 и φ.

Таблица 2

Значения параметров геологической среды

Параметр	Значение
z – глубина (м)	4000
r/R_w – относительное удаление от оси скважины	1-1,5
$\overline{\rho}$ – средняя плотность вышележащих пород (кг/м^3)	2800-3200
ν – коэффициент Пуассона	0,2-0,35
C_0 – прочность на одноосное сжатие (МПа)	10-30
φ – угол внутреннего трения (град)	25-35

На рис. 5 построена зависимость среднего относительного отклонения ε_{N/N_0} от числа N комбинаций значений параметров среды по методу Монте-Карло и по методу ячеек (при $N_0 = 100\,000$) для критерия Мора-Кулона.

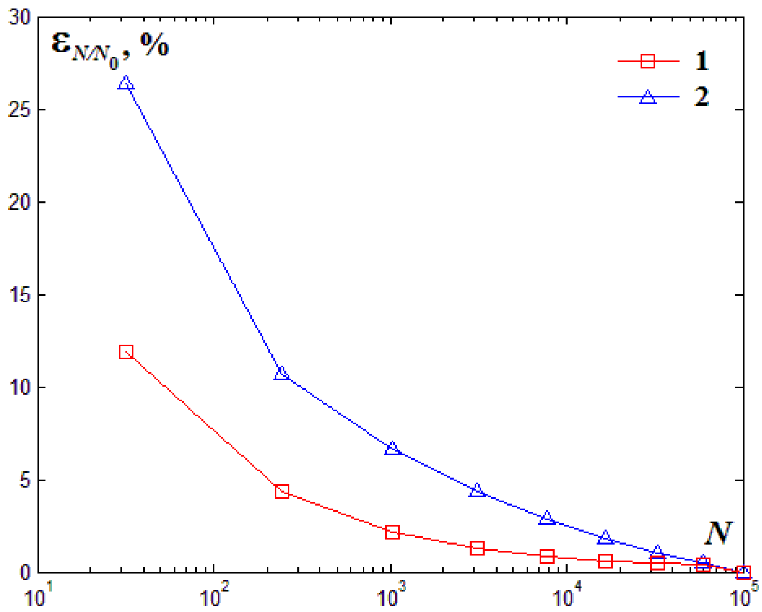


Рис. 5. Зависимость среднего относительного отклонения ε_{N/N_0} от числа N комбинаций значений параметров среды (неопределенность по пяти параметрам): 1 – для метода Монте-Карло, 2 – для метода ячеек

Из рис. 5 следует, что в случае неполной информации по пяти параметрам для получения приемлемой точности оценки вероятности разрушения горной породы метод Монте-Карло является более предпочтительным, чем метод ячеек, так как требует осуществить перебор комбинаций значений параметров среды на порядок меньше, чем в методе ячеек.

Выводы

1. В дополнение к общепринятому методу расчета вероятности разрушения горной породы (метод Монте-Карло) предложен метод ячеек, основанный на равномерном разбиении интервалов изменения допустимых значений неизвестных параметров.

2. При оценке вероятности разрушения горной породы в условиях неопределенности исходных данных предпочтительнее использовать метод ячеек при малом количестве параметров (1-3) по которым отсутствует точная информация и, метод Монте-Карло – при большом числе (5 и более) таких параметров.

Литература

1. Спивак А.И., Попов А.Н. Разрушение горных пород при бурении скважин. М.: Недра, 1986. 208 с.
2. Попов А.Н., Головкина Н.Н. Прочностные расчеты стенок скважины в пористых горных породах. Уфа: Изд-во УГНТУ, 2001. 70 с.
3. Adel Al-Ajmi Wellbore stability analysis based on a new true-triaxial failure criterion. TRITA-LWR PHD 1026, 2006. 138 p.
4. Zoback M.D. Reservoir geomechanics. Cambridge: Cambridge University Press, 2007. 490 p.

5. Fjaer E., Holt R.M., Horsrud P., Raaen A.M., Risnes R. Petroleum related rock mechanics. Amsterdam, Oxford: Elsevier, 2008. 491 p.
6. Astrand G.J. Borehole stability: Comparing the deviation sensibility of different failure criteria. Trondheim: Norwegian University of Science and Technology, 2015. 113 p.
7. Aadnoy B.S., R. Looyeh. Petroleum rock mechanics: Drilling operations and well design. – Amsterdam, Oxford: Elsevier, 2011. 350 p.
8. Аршинов Г.А., Землянухин А.И., Могилевич Л.И. Двумерные уединенные волны в нелинейной вязкоупругой деформируемой среде // Акустический журнал. 2000. Т. 46. № 1. С. 116.
9. Ерофеев В.И., Землянухин А.И., Катсон В.М., Мальханов А.О. Нелинейные локализованные продольные волны в пластине, взаимодействующей с магнитным полем // Вычислительная механика сплошных сред. 2010. Т. 3. № 4. С. 5-15.
10. Ерофеев В.И., Землянухин А.И., Катсон В.М. Нелинейные продольные магнитоупругие волны в стержне // Нелинейный мир. 2009. Т. 7. № 7. С. 533-540.
11. Бочкарев А.В., Землянухин А.И. Точное уединенно-волновое решение обобщенного уравнения Гарднера-Бюргерса // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2016. № 1. С. 4-10.
12. Moos D., Peska P., Finkbeiner T., Zoback M. Comprehensive wellbore stability analysis utilising quantitative risk assessment // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2003. Vol. 38, P. 97–109.
13. Ottesen S., Zheng R.H., McCann R.C. Wellbore stability assessment using quantitative risk analysis. SPE/IADC 52864, presented at the SPE/IADC Drilling Conference in Amsterdam, Holland, 9-11 March, 1999.
14. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978. 512 с.