

УДК 519.21

## СЛУЧАЙНЫЕ РАЗБИЕНИЯ, ЭНТРОПИЯ СЛУЧАЙНОЙ СТРУКТУРЫ ПОРОДНОГО МАССИВА И ПЛОТНОСТЬ СЛУЧАЙНЫХ УКЛАДОК

### RANDOM PARTITIONS, ENTROPY RANDOM STRUCTURE ROCK MASS AND DENSITY RANDOM PACKINGS

**Бирюков Альберт Васильевич,**

доктор техн. наук, профессор

**Biryukov Albert V ,**

Dr. Sc. (Engineering), Professor

**Жирнова Татьяна Сергеевна,**

канд. техн.

наук, доцент, e-mail: zhirnova.tatyana2013@yandex.ru

**Zhirnova Tatyana S.,**

C. Sc. (Engineering), Associate Professor

Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачёва, 650000, Россия, г. Кемерово, ул. Весенняя, 28.

T.F. Gorbachev Kuzbass State Technical University, 28 street Vesennyaya, Kemerovo, 650000, Russian Federation

**Аннотация.** Изучаются случайные разбиения породного массива системой трещин, энтропия трещиноватости и плотность случайных укладок.

Рассмотрены статистические модели сети трещин, возникающих при высыхании ила, глины и лавовых покровов; а также развала взорванной горной массы при отбойке пород скважинными зарядами.

Получены формулы для характеристики фильтрационных свойств массива: определение плотности распределения частиц, полученных при технологическом дроблении; характеристика энтропии (неупорядоченности) системы.

**Abstract.** We study the random splitting rock mass system of cracks, fractures and the entropy density of random packings.

Statistical models are considered a network of cracks that occur when mud dries, clay and lava sheets; as well as the collapse of the blasted rock mass breaking of rocks at the hole charges.

The formulas for the characteristics of the filtration properties of the array: determination of particle density distribution obtained by crushing technology; characterization of entropy (disorder) of the system.

**Ключевые слова:** случайная величина, частицы, распределение, дробление, трещиноватость, энтропия, плотность, укладка.

**Keywords:** random variable, particle, distribution, crushing, fracture, entropy, density, stacking.

Случайные разбиения пространства на клетки является нерешённой проблемой интегральной геометрии. Известны лишь некоторые частные результаты исследований в этой области [1, 2].

Примерами случайных разбиений в трёхмерном варианте могут служить технологическое и природное дробление геоматериалов.

Рассмотрим дисперсную систему, состоящую из частиц случайных размеров и формы, образованную технологическим дроблением геоматериалов. Через  $x$  обозначим диаметр частиц, распределённый с плотностью  $f(x)$  и начальными моментами  $k$ -го порядка  $m(k)$ . При этом функцию  $f(x)$  будем рассматривать как адекватную аппроксимацию гистограммы диаметра, построенную по результатам измерений. Аппроксимацию будем считать адекватной, если отклонения моментов  $m(1)$  и  $m(2)$  от средних значений  $x$  и  $x^2$ , вычисленных

по результатам измерений, не превосходят заданного уровня точности гранулометрических расчётов.

Форму частицы характеризуем отношениями

$$\alpha = \frac{S}{x^2}, \quad \beta = \frac{V}{x^3},$$

где  $S$  и  $V$  - площадь поверхности и объём частицы. В силу экстремальных свойств шара  $\alpha < \pi$ ,  $\beta < \frac{\pi}{6}$ .

По измерениям случайные величины  $\alpha$  и  $\beta$  не зависят от диаметра частицы и с небольшой вариацией имеют средние значения, равные, соответственно, двум и одной пятой. В силу независимости  $\alpha$  и  $\beta$  от  $x$  среднее значение площади поверхности частицы и её средний объём равны  $\bar{S} = 2m(2)$ ,  $\bar{V} = \frac{m(3)}{5}$ .

Отношение  $\bar{S}/\bar{V} = 10 m(1)/m(2)$  равно суммарной площади поверхности частиц в единичном объёме. Оно играет основную роль при изучении динамики дробления.

Адекватная аппроксимация гистограммы диаметра частиц при дроблении чаще всего описывается экспоненциальным законом

$$f(x) = \frac{\exp(-x/\bar{x})}{\bar{x}},$$

где  $\bar{x}$  - средний диаметр измеренных частиц. Для этого закона  $\bar{S}/\bar{V} = 10 \bar{x}/3$ . В природе дисперсные системы широко представлены породными массивами, рассеченными трещинами на структурные блоки. Средняя частота трещин  $\lambda$  равна среднему числу трещин, пересекающих единичный отрезок произвольной ориентации.

Эмпирически установлено, что для структурных блоков  $\frac{\bar{S}}{\bar{V}} = 4 \lambda$ . Это значение совпадает с аналогичным результатом, полученным при исследовании разбиения пространства на многогранники пуассоновским множеством плоскостей [3]. Для массива величина  $\frac{\bar{S}}{\bar{V}} = 4 \lambda$  характеризует его трещинную пустотность и фильтрационные свойства.

В массивах осадочных пород обычно развиты три системы плоскостей – трещин. В каждой из этих систем трещины считаются параллельными друг другу. Обозначим через  $m, n, p$  векторы, ортогональные системам и по модулю равные частоте трещин в системах. При этом направление наибольшей частоты трещин в массиве определяет один из векторов  $m - n + p, m + n - p$  или  $m - n - p$ , имеющий наибольший модуль. В этом направлении происходит максимальная потеря скорости и амплитуды сейсмической волны, что является причиной сейсмической анизотропии массива.

Статистической моделью сети трещин, образованной высыханием ила или глины, может служить разбиение плоскости случайными прямыми линиями на многоугольники. Измерениями установлено, что преобладающее число сторон многоугольников равно пяти, а их площадь имеет гамма-распределение с параметром формы, равным двум.

Обозначим теперь через  $x$  диаметр естественных блоков, слагающих массив, а через  $f(x)$  – плотность распределения  $x$  как случайной величины. Тогда характеристикой хаоса в размерах и форме блоков может служить энтропия, равная интегралу от произведения  $f(x) \cdot \log_2 f(x)$  по всем значениям  $x$ . Функцию  $f(x)$  будем считать адекватной аппроксимацией гистограммы диаметра, полученной измерениями.

Эмпирически установлено, что при хаотически расположенных трещинах  $f(x) = \frac{\exp(-x/m)}{m}$ , где  $m$  – среднее значение  $x$ . Энтропия этого за-

кона равна значению  $1 + \log_2 m$ .

Отношение средней площади поверхности блока к его среднему объёму равно  $1/3 m$ . Оно характеризует трещинную пустотность и фильтрационные свойства массива. Величина  $1/3 m$  совпадает с аналогичной величиной, полученной при исследовании разбиения пространства на многогранники пуассоновским множеством плоскостей [3].

Содержание в массиве фракции с диаметром блоков от 0 до  $x$  по их суммарному объёму составляет  $\exp(-x/m) (1 + mx + m^2 x^2/2)$ .

В породных массивах на угольных месторождениях обычно развиты три системы плоскостей – трещин. Расстояние между соседними трещинами в каждой системе равномерно распределено в интервале от  $x_1$  до  $x_2$  с энтропией  $\log_2 (x_2 - x_1) / (x_2 - x_1)$ .

Если  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3$  – векторы, ортогональные системам трещин и по модулю равные частоте трещин в системах, то направление наибольшей частоты трещин в массиве определяет один из векторов  $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3$ , имеющий наибольший модуль.

Такая картина, как уже говорилось выше, является причиной сейсмической анизотропии массива. Составляя статистическую модель полигональной сети трещин, возникающих при высыхании ила, глины или лавовых покровов, мы получаем разбиение плоскости на многоугольники случайными прямыми.

Эмпирически установлено, что отношение площади многоугольника к её среднему значению имеет гамма-распределение с параметром формы, равным двум. Энтропия этого распределения равна двоичному логарифму от его моды.

Рассмотрим плотность случайных укладок. Примером случайной укладки может служить любая дисперсная система из частиц, образованная дроблением геоматериалов. Возьмём в качестве такого примера развал взорванной горной массы при отбойке пород скважинными зарядами.

Обозначим через  $Z$  высоту взрываеваемого уступа, а через  $m$  – ширину развала.

Профиль развала будем считать прямоугольным треугольником, у которого горизонтальный и вертикальный катеты имеют длины  $m$  и  $Z$ . Оси координатной системы  $OX$  и  $OY$  направим по катетам, а вершина прямого угла совпадает с началом координат. При этом плотность укладки частиц будет функцией точки профиля развала  $p = f(x, y)$ .

Из эмпирических данных следует, что значение этой функции в начале координат равно единице, а с увеличением  $x$  и  $y$  оно убывает, становясь равным  $2/3$  в точках гипотенузы.

Этим краевым условиям удовлетворяет функция  $p = 1 - \frac{x}{3} m - \frac{y}{3} z$ .

Двойной интеграл от этой функции по профилю развала равен средней плотности укладки  $\bar{p}$ .  
Выполняя интегрирование, получим  $\bar{p} = \frac{8}{9} \sqrt{\frac{z}{m}}$ .

Это равенство справедливо при условии  $0,5 < \frac{z}{m} < 1$ , что соответствует практике ведения взрывных работ. При этом  $0,6 < \bar{p} < 0,9$  в зависимости от технологических параметров  $z$  и  $m$ .

При сотрясательном взрывании с минимальным удельным расходом взрывчатых веществ  $m = 0$ , положив  $z = 0$ , имеем  $p = 1$ . Для этих условий

$$p = 1 - \frac{y}{3} z, \quad \bar{p} = 0,9 \sqrt{\frac{t}{z}},$$

где  $t$  - ширина взрываемого блока.

На практике  $0,7 < \frac{t}{z} < 1$  и, следовательно,  $0,6 < \bar{p} < 0,9$ .

В природе дисперсные системы представлены породными массивами, рассечёнными трещинами на структурные блоки. По эмпирическим оценкам средняя плотность укладки блоков, равная трещинной пустотности массива, составляет  $4/\bar{x}$ , где  $\bar{x}$  - среднее расстояние между соседними точками пересечения трещин с произвольной прямой.

Этот результат совпадает с аналогичным результатом Майлза [3], полученным при исследовании разбиения пространства пуассоновским множеством плоскостей.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сантало, Л. Интегральная геометрия и геометрические вероятности. - М.: Наука, 1983. - 360 с.
2. Бирюков, А.В. Вероятностное моделирование в горном деле /А.В. Бирюков, Т.С. Жирнова // Вестник Кузбасского государственного технического университета, 2014, № 6. С. 101 – 102.
3. Miles, R.E. The random division of space. // Advances in Applied Probability, Supplement, Vol. 4, 1972. - p. 243 – 266.

### REFERENCES

1. Santana, L. Integral geometry and geometric probability.- М.: Nauka, 1983 - 360 p.
2. Biryukov, A.V. Probabilistic modeling in mining/ A.V. Biryukov, T.S. Zhirnova// Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta, 2014, - № 6 – p. 101 - 102.
3. Miles, R.E. The random division of space// Advances in Applied Probability, Supplement, Vol. 4, 1972. - p. 243 - 266.

Поступило в редакцию 4.04.2016  
Received 4 April 2016

УДК 622.255. 622.8

**РАЗУБОЖИВАНИЕ РУДЫ ПРИ ВНЕДРЕНИИ СИСТЕМЫ ПОДЭТАЖНОГО  
ОБРУШЕНИЯ С ТОРЦЕВЫМ ВЫПУСКОМ И ДОСТАВКОЙ САМОХОДНЫМ  
ОБОРУДОВАНИЕМ НА УЧАСТКЕ «ПОДРУСЛОВЫЙ» ШЕРЕГЕШСКОГО  
МЕСТОРОЖДЕНИЯ**

**DILUTION OF ORE WITH IMPLEMENTATION OF THE SYSTEM OF SUBLEVEL  
CAVING WITH END RELEASE AND DELIVERY OF MOBILE EQUIPMENT  
ON THE PLOT "PODRUSLOVYY" SHEREGESHSKOGO FIELD**

**Копытов Александр Иванович<sup>1</sup>,**

доктор техн. наук, профессор, e-mail L01BDV@yandex.ru

**Kopitov Alexander I. <sup>1</sup>,**

Dr. Sc.in Engineering, Professor

**Башков Владимир Иванович<sup>2</sup>,**

главный инженер

**Bashkov Vladimir I. <sup>2</sup>,**

Chief Engineer

<sup>1</sup>Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева, 650000, Россия, г. Кемерово, ул. Весенняя, 28

<sup>1</sup>T.F. Gorbachev Kuzbass State Technical University, 28 street Vesennyaya, Kemerovo, 650000, Russian Federation

<sup>2</sup>ОАО «Евразруда», 654079, Россия, г. Новокузнецк, пр. Курако, 43

<sup>2</sup>Evrzruda, 43 avenue Kurako, Novokuznetsk, 654079, Russian Federation

**Аннотация:** Представлены расчеты разубоживания руды при опытно-промышленном испытании системы разработки с подэтажным обрушением, торцевым выпуском и доставкой самоходным оборудованием на участке «Подрусловый» Шерегешского месторождения ОАО «Евразруда».

**Abstract:** Calculations of dilution of ore with pilot tests of the system development with sublevel caving, mechanical release and delivery of mobile equipment at the site, "Podruslovyy" of "Evrzruda" Sheregeshskogo field.

**Ключевые слова:** Система разработки, подэтажное обрушение, торцевой выпуск, разубоживание, фигура выпуска, толщина отбиваемого слоя, эллиптическая кривая.

**Keywords:** development system, sublevel caving, end issue, dilution, release figure, slugger layer thickness, elliptic curve.

В соответствии с «Инструкцией по безопасному ведению горных работ на рудных и нерудных месторождениях, объектах строительства подземных сооружений, склонных и опасных по горным ударам» (РД 06-329-99) комиссией по горным ударам ОАО «Евразруда» 05.04.2012 г. Шерегешского месторождения с гор. +255 м и ниже отнесено к опасным по горным ударам [1].

С целью повышения эффективности и безопасности горных работ в данных условиях на участке «Подрусловый» проводятся опытно-промышленные испытания системы подэтажного обрушения с торцевым выпуском руды и доставкой ее с применением высокопроизводительного самоходного оборудования [2].

Применение данной геотехнологии позволяет не только снизить наличие очагов возникновения концентрации напряжений в конструктивных элементах очистного блока за счет исключения

большого количества нарезных выработок в днище, но и уменьшить разубоживание при выпуске руды под обрушенными породами.

По результатам моделирования выпуска руды (исследования Р. Квапила и др.) и исследований проведенных на рудниках, установлено, что при высоте выемочных единиц до 20-25 метров при торцовом выпуске руды происходит практически «столбообразное» движение руды к выпускному отверстию. На начальном этапе выпускается чистая неразубоженная руда. Затем контакт руды породы начинает прогибаться под углом откоса рудного гребня ( $\theta$ ) (изменяющегося в пределах 65-80 градусов в зависимости от крупности руды). В выпускаемую руду начинает проникать порода, находящаяся в торце и кровле заходки, после чего начинается выпуск разубоженной руды. В дальнейшем, до самого окончания выпуска отбитого слоя, происходит постепенное увеличение количе-