

ИНВЕРСИЯ ДАННЫХ ПРИ МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКОМ ЗОНДИРОВАНИИ ТРЕХМЕРНОЙ СРЕДЫ (ТЕСТ ПО СИНТЕТИЧЕСКИМ ДАННЫМ)

Валерий Викторович Плоткин

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 3, ведущий научный сотрудник, e-mail: plotkinvv@ipgg.sbras.ru

Дмитрий Игоревич Губин

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 3, инженер, e-mail: GubinD9@mail.ru

Проведено тестирование алгоритма интерпретации данных на основе метода Треффца при магнитотеллурическом зондировании (МТЗ) трехмерной среды.

Ключевые слова: магнитотеллурическое зондирование, кажущееся сопротивление, приповерхностные и глубинные неоднородности электропроводности, метод Треффца.

INVERSION OF DATA AT MAGNETOTELLURIC SOUNDING OF THE THREE-DIMENSIONAL MEDIUM (THE TEST ACCORDING TO SYNTHETIC DATA)

Valery V. Plotkin

Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, 630090, Russia, Novosibirsk, Koptuyug Prospect 3, Leading Research Scientist, e-mail: plotkinvv@ipgg.sbras.ru

Dmitry I. Gubin

Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, 630090, Russia, Novosibirsk, Koptuyug Prospect 3, Engineer, e-mail: GubinD9@mail.ru

Testing the data interpretation algorithm on the basis Treffts's method at the magnetotelluric sounding (MTS) of the three-dimensional medium is executed.

Key words: magnetotelluric sounding, apparent resistivity, the near-surface and deep conductivity inhomogeneities, Treffts's method.

До настоящего времени существуют трудности интерпретации данных магнитотеллурического зондирования трехмерной среды. В случаях, когда не выполнены критерии применимости одномерного и двухмерного приближений, возникает необходимость сложных и длительных вычислений на компьютерах с большой памятью, что не всегда возможно. Для дальнейшего развития метода МТЗ необходимо создание эффективного алгоритма, позволяющего на практике получать приближенные решения прямых и обратных задач для сложных геологических структур за реально допустимое расчетное время.

Известно, что для трехмерной среды поведение кривых МТЗ осложнено разного рода искажениями, приводящими к различиям до нескольких порядков между продольными и поперечными кривыми кажущегося сопротивления при профильных измерениях. Поэтому для достоверной интерпретации искаженных кривых возникает необходимость получения и обработки площадных данных.

По своей природе, в силу диффузионного характера проникновения поля в среду, обратные задачи МТЗ неустойчивы. Даже в одномерном случае из-за интегральности отклика среды кривые МТЗ часто оказываются близкими для нескольких весьма различных вертикальных геоэлектрических разрезов. При наличии помех это приводит к появлению областей эквивалентности решений.

В трехмерной среде отклик получается нелокальным, поскольку имеет место зондирования не только вглубь, но и в латеральных направлениях. Это приводит к связям между кривыми МТЗ, регистрируемыми несколькими близлежащими пунктами. Возникает вопрос: как влияет это обстоятельство на устойчивость решений обратных задач и область эквивалентности? Изменится ли область эквивалентности, если интерпретацию проводить одновременно по данным всех пунктов, привлекая обе кривые кажущихся сопротивлений и все фазовые кривые?

Чтобы прояснить ситуацию, мы использовали синтетические данные МТЗ для трехмерной среды. Подготовка и интерпретация таких данных проводилась с помощью численной модели [1] влияния приповерхностных и глубинных неоднородностей над одномерным слоистым геоэлектрическим разрезом на основе метода Треффца [2]. Каждый из нескольких латерально неоднородных слоев представлялся совокупностью конечных элементов – параллелепипедов, в которых электропроводность однородна. Толщины слоев и их положение могли варьироваться. Для получения верхних граничных условий (ВГУ) на земной поверхности и нижних граничных условий (НГУ) на границе со слоистой средой электрическое и магнитное поля ($\sim e^{i\omega t}$) представлялись наборами пространственных гармоник по горизонтальным осям координат:

$$\mathbf{E}_{\perp}(x, y, z) = \int \mathbf{e}_{\perp}(k_x, k_y, z) \exp ik_x x + ik_y y \, dk_x dk_y,$$

$$\mathbf{e}_{\perp}(k_x, k_y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int \mathbf{E}_{\perp}(x, y, z) \exp -ik_x x - ik_y y \, dx dy,$$

НГУ учитывали возбуждение пространственных гармоник поля внутри латерально неоднородных слоев и их распространение в глубину лежащей ниже горизонтально слоистой среды с параметрами разреза σ_n, h_n [1]:

$$e_x = -\frac{R^{(0)}}{\sigma_1 k_1} \left[k_x k_y h_x - k_1^2 - k_y^2 h_y \right] - \frac{k_1 k_x}{\sigma_1} R^{(1)} - R^{(0)} \frac{k_y h_x - k_x h_y}{k_x^2 + k_y^2},$$

$$e_y = -\frac{R^{(0)}}{\sigma_1 k_1} \left[k_1^2 - k_x^2 h_x - k_x k_y h_y \right] - \frac{k_1 k_y}{\sigma_1} R^{(1)} - R^{(0)} \frac{k_y h_x - k_x h_y}{k_x^2 + k_y^2},$$

$$R^{(1)} = \operatorname{cth} \left\{ k_1 h_1 + \operatorname{archth} \left[\frac{k_2 \sigma_1}{k_1 \sigma_2} \operatorname{cth} \left(k_2 h_2 + \dots \operatorname{archth} \frac{k_N \sigma_{N-1}}{k_{N-1} \sigma_N} \right) \right] \right\},$$

$$R^{(0)} = \operatorname{cth} \left\{ k_1 h_1 + \operatorname{archth} \left[\frac{k_1}{k_2} \operatorname{cth} \left(k_2 h_2 + \dots \operatorname{archth} \frac{k_{N-1}}{k_N} \right) \right] \right\},$$

$$k_n = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + i\mu_0 \omega \sigma_n}, \quad n = 1, \dots, N.$$

В средних широтах (в дальней зоне первичного источника) справедливо приближение о возбуждении среды вертикально падающей плоской волной. В этом случае латеральные изменения поля на земной поверхности обусловлены лишь неоднородностью среды. Поэтому ВГУ использовались в виде, учитывающем затухание пространственных гармоник поля в глубь атмосферы:

$$h_x = -\frac{1}{i\omega\mu_0 k_a} \left[k_x k_y e_x - k_a^2 - k_y^2 e_y \right],$$

$$h_y = -\frac{1}{i\omega\mu_0 k_a} \left[k_a^2 - k_x^2 e_x - k_x k_y e_y \right].$$

На внешних боковых гранях неоднородных слоев поставлены периодические граничные условия. Этот тип граничных условий связан с использованием в алгоритме двумерного Фурье представления поля.

Решение обратной задачи находилось по данным нескольких пунктов МТЗ с помощью минимизации следующего целевого функционала:

$$\Phi = \frac{1}{4KJ} \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J \left(\left| \frac{\rho_{xy}^t - \rho_{xy}^{\text{exp}}}{\rho_{xy}^{\text{exp}}} \right|^2 + \left| \frac{\rho_{yx}^t - \rho_{yx}^{\text{exp}}}{\rho_{yx}^{\text{exp}}} \right|^2 + \left| \frac{\phi_{xy}^t - \phi_{xy}^{\text{exp}}}{\phi_{xy}^{\text{exp}}} \right|^2 + \left| \frac{\phi_{yx}^t - \phi_{yx}^{\text{exp}}}{\phi_{yx}^{\text{exp}}} \right|^2 \right)_{k,j}, \quad \text{где}$$

$\rho_{xy}^t, \rho_{xy}^{\text{exp}}, \rho_{yx}^t, \rho_{yx}^{\text{exp}}, \phi_{xy}^t, \phi_{xy}^{\text{exp}}, \phi_{yx}^t, \phi_{yx}^{\text{exp}}$ – кажущиеся сопротивления и фазы импеданса (нижние индексы xy и yx обозначают различные поляризации поля, верхние индексы t и exp относятся к расчетным для текущей модели и “экспериментальным” значениям величин соответственно) в разных пунктах (суммирование по k) и на разных периодах (суммирование по j). Для устойчивости и регуляризации процесса в целевой функционал добавлялся член $\lambda \mathbf{m}^T \mathbf{m}$, где \mathbf{m} – вектор модельных параметров, задающих искомую среду, λ – параметр, от величины которого зависит устойчивость результата. Нами использовалась итерационный процесс [3], связанный с вычислениями матрицы чувствительности и ее сингулярного SVD -разложения. Если представить регистрируемые на заданных пунктах МТЗ и на всех временных периодах величины кажущихся сопротивлений и фаз импеданса в виде вектора \mathbf{d} , можно записать оператор \mathbf{A} прямой задачи МТЗ в виде $\mathbf{A}(\mathbf{m}) = \mathbf{d}$. Линеаризация этого уравнения для некоторой k -ой текущей модели среды \mathbf{m}_k дает выражение

$\mathbf{A}(\mathbf{m}_k) + \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{m}} \right)_k \mathbf{m}_{k+1} - \mathbf{m}_k = \mathbf{d}$, где $\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{m}} \right)_k$ – матрица чувствительности. Тогда для приращений модельных параметров $\Delta \mathbf{m}_k = \mathbf{m}_{k+1} - \mathbf{m}_k$ с учетом члена регуляризации и SVD -представления матрицы справедливы формулы [3]:

$$\Delta \mathbf{m}_k = - \left(\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{m}} \right)_k^T \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{m}} \right)_k + \lambda \mathbf{I} \right)^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{m}} \right)_k^T \Delta \mathbf{d}_k, \quad \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{m}} \right)_k = \mathbf{U} \Lambda \mathbf{V}^T,$$

$$\Delta \mathbf{m}_k \approx - \mathbf{V}_p \Lambda_p^2 + \lambda \mathbf{I}^{-1} \Lambda_p \mathbf{U}_p^T \Delta \mathbf{d}_k,$$

где \mathbf{I} – единичная матрица, \mathbf{V}_p , \mathbf{U}_p и Λ_p – матрицы, составленные из p старших правых и левых собственных векторов и их собственных значений соответственно, $\Delta \mathbf{d}_k = \mathbf{d}(\mathbf{m}_k) - \mathbf{d}$ – невязки данных пунктов МТЗ для k -ой модели среды. Параметр λ на каждой итерации выбирается, исходя из минимальной невязки $\Delta \mathbf{d}_{k+1}$.

По предлагаемому алгоритму были проведены численные эксперименты с трехмерной моделью среды. Сначала для нее были рассчитаны синтетические входные экспериментальные данные. Исходная модель трехмерной среды, а также результаты инверсии этих данных для разного количества пунктов МТЗ после 20 итераций отражены на рис. 1:

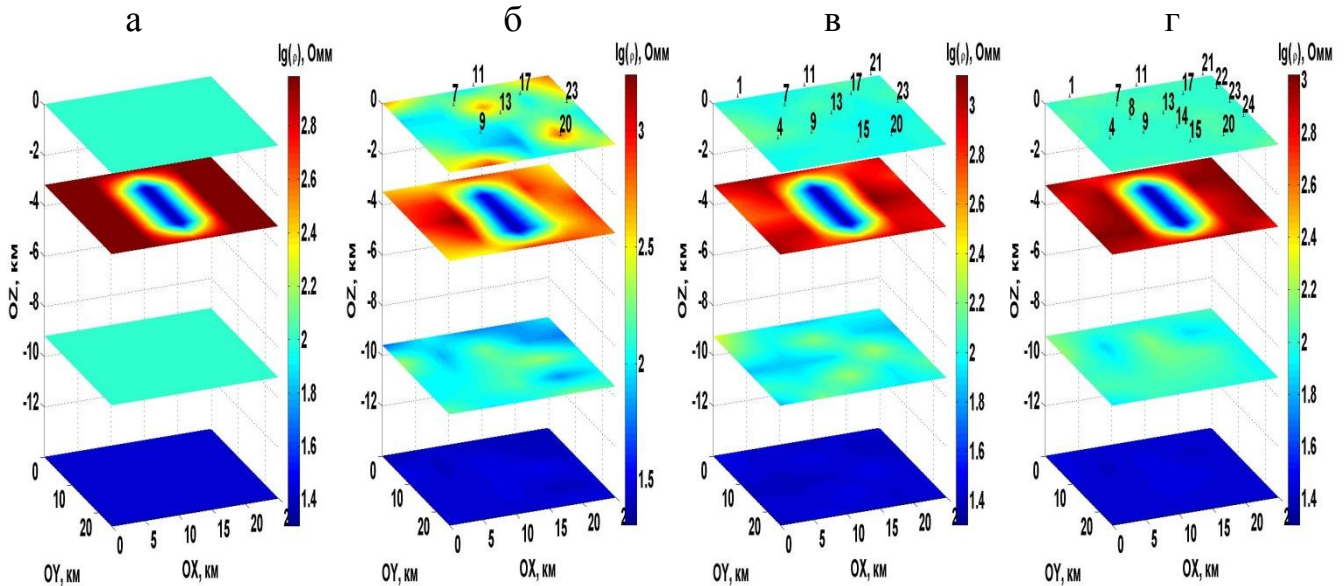


Рис. 1. Модель среды (а) и результаты инверсии по данным 7, 11 и 15 пунктов МТЗ после 20 итераций при значениях минимумов функционала: $9.7_{10^{-5}}$ (б), $9.2_{10^{-6}}$ (в) и $7.2_{10^{-6}}$ (г). Карты УЭС представлены на глубинах средин неоднородных слоев и на кровле подстилающей среды

Как видно, модель среды представлена 3-мя слоями с УЭС 100, 1000 и 100 Ом·м и мощностями 0.7, 5 и 7 км. Подстилающая среда – 20 Ом·м. Во 2-м слое – вертикально проводящий канал с УЭС 20 Ом·м. В качестве стартовой использовалась модель однородной среды с УЭС 400 Ом·м. В качестве входных учитывались синтетические данные для разных наборов пунктов МТЗ.

Можно отметить, что в ходе оптимизации при промежуточных значениях целевого функционала сначала выявлялись модели среды, в которых исходный вертикально проводящий канал во втором слое “проникал” и в соседние с ним слои. Лишь при достаточном уменьшении значения целевого функционала бы-

ла восстановлена истинная модель среды. Однако значения минимума функционала такого порядка трудно достигнуть в реальной ситуации при наличии экспериментальных помех. Можно ли добиться восстановления исходной модели среды при больших значениях функционала?

Для ответа на этот вопрос на рис. 2 представлены графики изменений величины функционалов в ходе оптимизации модели среды (а) и графики зависимостей невязок искомых параметров модели от невязок данных наблюдений (б), полученные по данным разного количества пунктов МТЗ (невязки по модели среды считались аналогично невязкам целевого функционала).

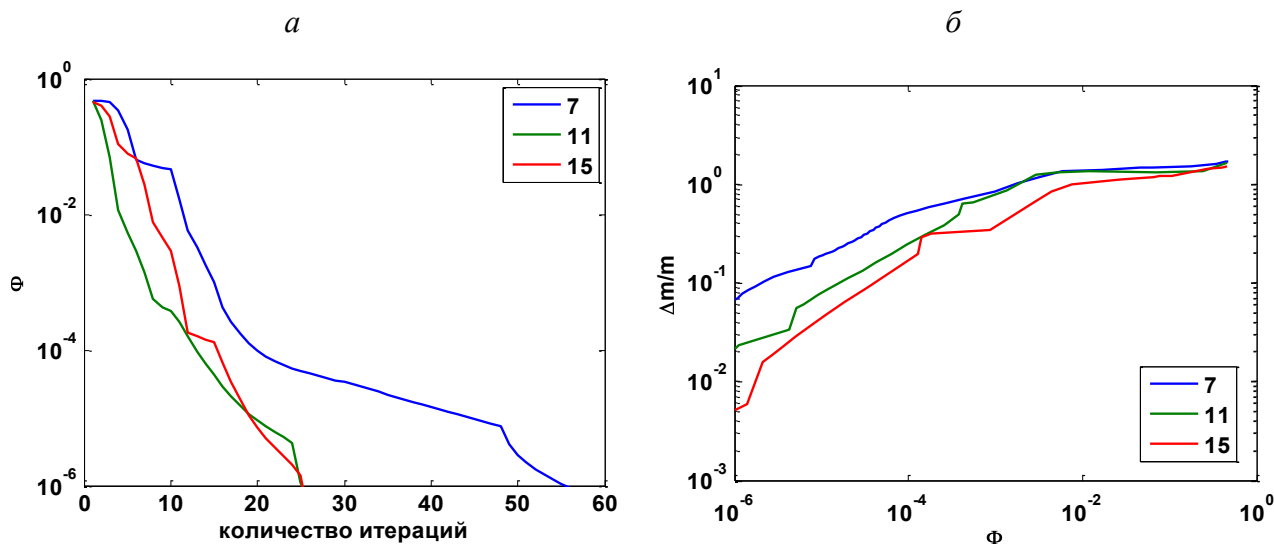


Рис. 2. Изменения величин невязок в ходе оптимизации модели среды в зависимости от количества используемых пунктов МТЗ

Можно видеть, что для выбранной тестовой модели среды количество итераций, необходимое для ее восстановления по данным МТЗ, зависит от количества пунктов наблюдений. Чем больше этих пунктов и, соответственно, данных, тем за меньшее количество итераций и при больших значениях целевого функционала практически восстанавливается исходная модель среды. Более сложной оказывается зависимость этих характеристик от степени неоднородности среды, в частности, от контрастности электропроводностей в неоднородных слоях.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Плоткин В.В., Губин Д.И. Учет приповерхностных неоднородностей над горизонтально слоистым разрезом при магнитотеллурическом зондировании // Геология и геофизика. - 2015. - Т. 56. - № 7. - С. 1381-1390.
2. Егоров И.В. Метод Треффца для решения трехмерных прямых и обратных задач геоэлектрики // Физика Земли. - 2011. - Т. 47. - № 2. - С. 15-26.
3. Senkaya M., Karli H. Joint inversion of Rayleigh-wave dispersion data and vertical electric sounding data: synthetic tests on characteristic sub-surface models // Geophysical Prospecting. - 2016. - Vol. 64. - N 1. - P. 228-246.

© В. В. Плоткин, Д. И. Губин, 2016