

УДК 551.796:534.2,534-6

ОБ ОТРАЖЕНИЯХ АКУСТИЧЕСКОЙ N -ВОЛНЫ ОТ СЛОИСТЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ АТМОСФЕРЫ

© 2013 г. И. П. Чунчузов*, С. Н. Куличков*, П. П. Фирстов**

* *Институт физики атмосферы им. Обухова РАН*
119017 Москва, Пыжевский пер. 3
E-mail: igor.chunchuzov@gmail.com,
E-mail: snk@ifaran.ru

** *Институт вулканологии и сейсмологии ДВО РАН*
683006 Петропавловск-Камчатский, Бульвар Пийна, 9

Поступила в редакцию 18.10.2011 г., после доработки 29.11.2011 г.

Исследуется нелинейное распространение акустического импульса от точечного источника взрывного характера (наземный взрыв, вулкан) в атмосфере со слоистыми неоднородностями скорости ветра и температуры. Нелинейное искажение акустического импульса и его трансформация в N -волну по мере распространения в верхние слои атмосферы анализируется в рамках модифицированного уравнения Бюргерса, учитывающего геометрическую расходимость лучевых трубок одновременно с ростом нелинейных и диссипативных эффектов с высотой из-за уменьшения плотности атмосферы. Рассмотрена задача об отражении сферической N -волны от неоднородного слоя атмосферы с модельными вертикальными флуктуациями скорости ветра и температуры, имеющими вертикальный спектр, близкий к наблюдаемому спектру на высотах средней атмосферы. Анализируется связь параметров сигнала, отраженного от неоднородного слоя (форма, длительность, частотный спектр, интенсивность), с параметрами тонкой слоистой структуры атмосферы на высотах отражения. Предсказываемые теорией формы сигналов, отраженных от слоистых неоднородностей стратосферы и нижней термосферы, сравниваются с типичными наблюдаемыми формами стратосферных и термосферных приходов от наземных взрывов и вулканов в зонах акустической тени.

Ключевые слова: слоистые неоднородности, N -волна, стратопауза, нижняя термосфера, спектральный хвост.

DOI: 10.7868/S0002351513020065

1. ВВЕДЕНИЕ

Актуальная в настоящее время проблема инфразвукового контроля взрывов разной мощности в атмосфере не может быть решена без учета влияния реальной структуры и динамики атмосферы на процесс распространения акустических сигналов от взрывных источников к приемной антенне [1–4]. Существенное влияние на этот процесс оказывает тонкая слоистая структура полей скорости ветра и температуры, существующая во всей толще атмосферы. Ее влияние на форму сигналов и временную изменчивость их параметров было убедительно показано в многочисленных экспериментах по регистрации инфразвуковых волн в областях акустической тени от последовательности наземных взрывов с достаточно малым интервалом времени между подрывами (порядка 20 мин), проводившихся в разные сезоны года [5, 6]. Само появление сильно затянутого во времени акустического сигнала (по сравнению с длительностью излучаемого сигнала)

ла) в этих областях, куда не попадают лучи с точки зрения геометрической акустики, объяснялось отражениями распространяющегося вверх сигнала от неоднородных слоев атмосферы с разными вертикальными градиентами эффективной скорости звука $C_{эфф}$ [2]. Для теоретической интерпретации этого эффекта полученный по данным ракетного зондирования вертикальный профиль эффективной скорости звука аппроксимировался в [2] кусочно-линейным профилем, а поле акустического сигнала вдали от его источника находилось методом нормальных волн. При этом отражения акустической волны происходили главным образом на скачках вертикального градиента эффективной скорости звука $C_{эфф}(z)$ на границах неоднородных слоев, а минимальные толщины неоднородных слоев естественным образом ограничивались вертикальным шагом измерений скорости ветра и температуры по высоте (порядка 1 км). Слоистая структура, как было показано в [2], нарушает условие конструктивной

интерференции нормальных волн, имеющей место в отсутствии возмущений профиля $C_{эфф}(z)$, вызванной этой структурой, что приводит к появлению дополнительной дисперсии сигнала и его затягиванию во времени в точке приема.

В реальной атмосфере слоистые неоднородности имеют широкий энергетический спектр по вертикальным масштабам, включая короткие масштабы по сравнению с вертикальным шагом измерений профилей скорости ветра и температуры. К примеру, на высотах стратосферы вертикальный спектр этих неоднородностей убывает с ростом вертикального волнового числа k_z по степенному закону k_z^{-p} в диапазоне вертикальных масштабов от нескольких км до десятков метров, где показатель p близок к -3 [7, 8]. При этом вертикальные профили градиентов скорости ветра и температуры являются непрерывными функциями вертикальной координаты z и имеют при больших k_z спектральную плотность, убывающую как k_z^{-p+2} . Так как инфразвуковые волны имеют длины волн, сравнимые с масштабами указанных выше неоднородностей, то их отражение происходит непрерывно на любой высоте z , где волна проходит через тонкие неоднородные слои с конечными градиентами скорости ветра и температуры. Ниже мы найдем связь между формой однократно отраженного сигнала с параметрами тонкой структуры атмосферы на высотах отражения и параметрами (амплитудой и длительностью) акустического сигнала, излучаемого взрывным источником, в предположении, что эти слои являются слабоотражающими благодаря малости относительных флуктуаций скорости ветра и температуры. Параметризация такой связи весьма важна для определения параметров самого взрывного источника (местоположения и мощности), что является целью инфразвукового мониторинга. С другой стороны, эта же связь необходима для акустического зондирования тонкой структуры полей скорости ветра и температуры с помощью импульсных источников (наземные взрывы, вулканы), подобно акустическому зондированию тонкой структуры в океане [9].

Первый шаг к решению этой задачи состоит в расчете нелинейного искажения излученного точечным источником акустического импульса в процессе его распространения от источника в верхние слои атмосферы. Эта задача будет решаться в разделе 2 в рамках нелинейной геометрической акустики, т.е. в отсутствие мелкомасштабных вариаций скорости ветра и температуры, вызванных тонкой слоистой структурой атмосферы. При этом будут учтены как нелинейные эффекты, накапливающиеся с высотой, главным образом, благодаря уменьшению невозмущенной плотности атмосферы, так и зависимость коэффициента молекулярного поглощения акустической волны от высоты в стратифицированной атмосфере [3, 10]. Расчет же поля отраженно-

го сигнала от тонкой слоистой структуры атмосферы будет проводиться в разделе 3 как для слоя верхней стратосферы, так и нижней термосферы. В разделе 4 будет получена связь между частотным спектром отраженного сигнала с вертикальным спектром слоистых неоднородностей в атмосфере. Здесь же будет проведено сравнение полученного частотного спектра с экспериментальными спектрами акустических сигналов от вулканов на Камчатке.

2. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ N -ВОЛНЫ В ВЕРХНЕЙ АТМОСФЕРЕ

Нелинейность распространения акустического импульса от точечного взрывного источника (наземный взрыв, вулкан) в верхние слои атмосферы приводит к искажению формы сигнала и изменению его длительности. Для учета рефракции лучевых траекторий акустической волны в стратифицированной среде уравнения нелинейной акустики, описывающее искажение формы импульса, записываются в так называемых лучевых координатах [11–14]. В частности, обобщенное уравнение Бюргерса, записанное для выбранной лучевой трубки, имеет вид [14, 15]

$$\begin{aligned} \partial P'/\partial l - \varepsilon/(\rho c^3) P' \partial P'/\partial \tau - P'/(2\rho c) \partial(\rho c)/\partial l + \\ + P'/(2S) \partial S/\partial l = v/2c^3 \partial^2 P'/\partial \tau^2, \end{aligned} \quad (1)$$

где l – координата вдоль луча, исходящего от точечного источника под определенным углом θ к

вертикали, $\tau = t - \int_{l_0}^l dl/c$ – время в сопрождающей

звук системе координат, l_0 – некоторая начальная координата, взятая на малом расстоянии от точечного источника, $P'(l, \tau)$ – акустическое давление, $\rho(z)$, $c(z)$ и $S(z)$ – соответственно невозмущенная плотность атмосферы, скорость звука и площадь сечения лучевой трубки, взятые на текущей высоте луча $z = z(l)$, $\varepsilon = (\gamma + 1)/2$, γ – показатель адиабаты, а $v(z) = b(z)/\rho(z)$ – эффективная кинематическая вязкость атмосферы, учитывающая различные механизмы поглощения звука в атмосфере в зависимости от высоты [10, 18]. Уравнение (1) выведено в приближении нелинейной геометрической акустики, учитывающем малость изменения $\rho(z)$, $c(z)$, $S(z)$ и $v(z)$ на характерной длине волны акустического излучения. При этом мы считаем справедливым предположение о том, что в некотором диапазоне низких частот коэффициент поглощения звука растет с частотой по квадратичному закону.

Предположим, что на некотором близком расстоянии от точечного источника задан импульс акустического давления, $P'(l_0, t) = P'_0 f(t)$, имеющий форму, описываемую безразмерной функцией $f(t)$, пиковую амплитуду P'_0 и характерную дли-

тельность τ_0 . Обозначим плотность, скорость звука и сечение лучевой трубки на уровне $z_0 \equiv z(l_0)$ через ρ_0, c_0 и S_0 соответственно. С помощью следующей замены переменных (см., например, [16])

$$s = x_N^{-1} \int_{l_0}^l dl \left(\frac{S_0 \rho_0 c_0^5}{S \rho c^5} \right)^{1/2}, \quad u = \frac{P'}{P'_0} \left(\frac{S \rho_0 c_0}{S_0 c \rho} \right)^{1/2}, \quad (2)$$

$$T = \tau / \tau_0,$$

где $x_N = c_0 \tau_0 / \varepsilon M_0$ – характерная нелинейная длина образования разрыва в плоской акустической волне, распространяющейся в однородной среде с плотностью ρ_0 и скоростью звука c_0 , $M_0 = P'_0 / \rho_0 c_0^2 = V_0 / c_0$ – акустическое число Маха вблизи источника при $l = l_0$, $V_0 \equiv P'_0 / (\rho_0 c_0)$ – амплитуда колебательной скорости вблизи источника, уравнение (1) можно свести к следующему безразмерному виду:

$$\frac{\partial u}{\partial s} - u \frac{\partial u}{\partial T} = \Gamma \left(\frac{S \rho c_0}{S_0 \rho_0 c} \right)^{1/2} \frac{\partial^2 u}{\partial T^2}, \quad (3)$$

где $\Gamma = 1 / (2\varepsilon \text{Re})$, а $\text{Re}_0 = \frac{V_0 c_0 \tau_0}{v(z=0)}$, $\text{Re} = \frac{V_0 c_0 \tau_0}{v} = \frac{P'_0 \tau_0}{\rho_0 v}$ – акустическое число Рейнольдса, зависящее от координаты z .

При распространении акустического импульса от наземного взрывного источника до высот термосферы 100–120 км рост нелинейных эффектов с высотой вызван главным образом монотонным уменьшением плотности атмосферы, поэтому, в первую очередь, мы будем учитывать именно стратификацию плотности для оценки искажения формы излучаемого импульса с ростом высоты, т.е. считая $c(z) \approx c_0$, а эффекты рефракции слабыми для лучей, не испытывающих полное внутреннее отражение (именно такой случай будет рассматриваться ниже). В этом приближении лучи, исходящие от точечного источника, близки к прямым радиальным линиям, а площадь сечения лучевой трубки S растет с расстоянием r от точечного источника пропорционально r^2 . Для лучевой трубки, образуемой лучами с углами выхода к вертикали θ_0 и $\theta_0 + d\theta_0$, уравнение (1) примет вид:

$$\frac{\partial P'}{\partial r} - \varepsilon / (\rho c^3) P' \frac{\partial P'}{\partial \tau} - P' / (2\rho c) \frac{\partial(\rho c)}{\partial z} \cos \theta_0 + P' / r = v / 2c^3 \frac{\partial^2 P'}{\partial \tau^2}, \quad (4)$$

где $z = r \cos \theta_0$. Аналогичное уравнение можно записать и для радиальной компоненты колебательной скорости: $V'_r(r, \theta_0, \tau) = P'(r, \theta_0, \tau) / \rho c$.

Предположим, что излучаемая форма акустического импульса колебательной скорости $V'_r(r_0, t) = V_0 f(t)$, заданная на сфере малого радиуса $r_0 = c_0 \tau_0 \ll H$, где H – высота однородной атмосферы,

представляет из себя дипольный импульс с ударным передним фронтом и положительной фазой сжатия, имеющей длительность τ_0 и амплитуду колебательной скорости V_0 на ударном фронте. В этом случае уравнение (3) приобретает вид:

$$\frac{\partial u}{\partial s} - u \frac{\partial u}{\partial T} = \Gamma_0 \left[r(s) / r_0 e^{(r(s)-r_0) \cos \theta_0 / 2H} \right] \frac{\partial^2 u}{\partial T^2}, \quad (5)$$

$$s(r) = \frac{r_0}{x_N} [E_i(r \cos \theta_0 / 2H) - E_i(r_0 \cos \theta_0 / 2H)],$$

$$u(s, T, \theta_0) = V_r / V_0 r(s) / r_0 \exp[-(r(s) - r_0) \cos \theta_0 / (2H)], \quad (6)$$

где $r(s)$ – функция, обратная к функции $s = s(r)$, определяемая из первого уравнения (6), $\Gamma_0 = 1 / (2\varepsilon \text{Re}_0)$, а $\text{Re}_0 = c \tau_0 u_0 / v(z = z_0)$ – акустическое число Рейнольдса вблизи земной поверхности. В предельном случае $H \rightarrow \infty$, когда атмосферу можно считать однородной средой, уравнение (5) с учетом (6) переходит в известное уравнение Бюргера для сферической волны [17].

По мере распространения дипольного и сбалансированного по фазе сжатия и разряжения акустического импульса в верхние слои атмосферы его форма из-за нелинейного искажения приобретает форму *N*-волны с амплитудой u_N на ударном фронте, убывающей по закону $u_N = V_0 / (1 + s)^{1/2}$ [17, 18]. Тогда из (6) следует, что амплитуда радиальной скорости V_N зависит от расстояния r следующим образом:

$$V_N(r, \theta_0) = V_0 r_0 / r \exp[(r - r_0) \cos \theta_0 / (2H)] / [1 + s(r)]^{1/2}, \quad (7)$$

где $s(r) = \frac{r_0}{x_N} [E_i(r \cos \theta_0 / 2H) - E_i(r_0 \cos \theta_0 / 2H)]$, а

$E_i(x) = \int_x^\infty dt \exp(-t) / t$ – интегральная показательная функция. Учитывая связь последней, $E_1(-x) = -E_i(x) - i\pi$, с экспоненциальным интегралом $E_1(x) = \int_x^\infty dt \exp(-t) / t$, можно записать

$$s(r) = \frac{r_0}{x} [E_1(-r_0 \cos \theta_0 / 2H) - E_1(-r \cos \theta_0 / 2H)]. \quad (8)$$

В силу закона сохранения полного акустического импульса *N*-волны, убывание ее амплитуды на ударном фронте с ростом расстояния от источника сопровождается увеличением длительности $\tau(r)$ ее положительной фазы по закону

$$\tau(r) = \tau_0 [1 + s(r)]^{1/2}. \quad (9)$$

Оценим параметры *N*-волны, достигающей высоты $z = 120$ км термосферы при распространении

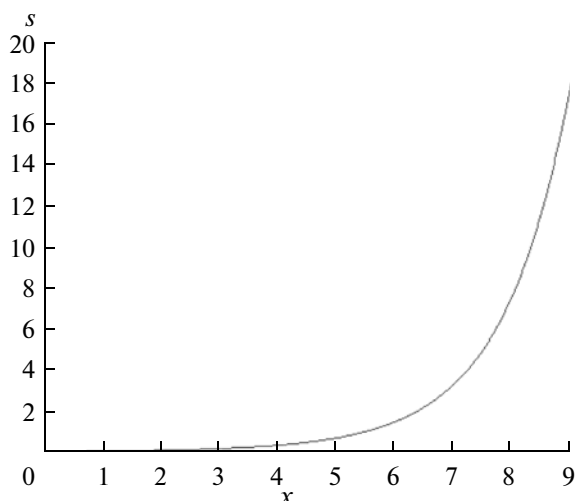


Рис. 1. Зависимость безразмерной координаты s от нормированной высоты $x = r \cos \theta_0 / (2H)$ при $\theta_0 = 45^\circ$, $H = 7$ км, $z_0 = 0.7$ км.

вдоль лучей, выходящих от наземного взрывного источника под углами, близкими к $\theta_0 = 45^\circ$, т.е. на расстоянии $r \approx 170$ км. Для одного из экспериментальных наземных взрывов, анализировавшихся в [13], амплитуда пикового акустического давления на расстоянии 4 км от взрыва составляла 200 Па, а длительность положительной фазы сигнала $\tau_0 = 1.5$ с. Приняв амплитуду давления $P = 800$ Па на расстоянии $r = r_0 = 1$ км, можно оценить амплитуду колебательной скорости $V_0 \approx 2.4$ м/с на этом расстоянии и число Маха $M_0 \approx 7 \times 10^{-3}$. При этом соответствующая нелинейная длина $x_N \approx 58$ км, а отношение $r_0/x_N = 0.017$. Высота однородной атмосферы H в интересующем нас диапазоне высот от 95 до 120 км растет от 5.5 до 10 км [19]. Приняв среднее значение $H = 7$ км и учитывая зависимость (8) координаты $s(r)$ от безразмерной вертикальной координаты $x = r \cos \theta_0 / (2H)$ (рис. 1), получим для $z = 120$ км: $x = 8.6$, $s = 12.2$, а амплитуда скорости согласно (7) равна $V_N \approx 20.5$ м/с.

Длительность же $\tau(r)$ при этом возрастает до 5.5 с в соответствии с (9). Важно также оценить на тех же высотах термосферы “размытие” ударного фронта N -волны из-за диссипации акустической энергии на ударном фронте и его толщину δ . Для плоской волны решение уравнения Бюргерса, описывающее вертикальное распространение импульса в стратифицированной по плотности атмосфере, было найдено в [18]. Для точечного источника мы ограничимся поиском квазистационарного решения (5) в виде скачка скорости $u = \tanh[T/2\Gamma\chi(s)]$, где $\chi(s) = \frac{r(s)}{r_0} \exp[(r(s) - r_0) \cos \theta_0 / 2H]$. Подставляя его в (5), можно убедиться в справедливости этого ре-

шения при выполнении условия $\left| \frac{x_N \cos \theta_0 r^2}{2H r_0^2} \right| \ll$

$\ll \varepsilon \text{Re}_0$, при котором первым членом уравнения можно пренебречь по сравнению с остальными двумя. Учитывая, что вблизи поверхности земли кинематическая вязкость $\nu(0) \approx 1.3 \times 10^{-5}$ м²/с при температуре 20°C, получим вблизи поверхности следующие значения: $\text{Re}_0 \approx 9 \times 10^7$, $\Gamma_0 \approx 4.6 \times 10^{-9}$. Подставляя предполагаемое решение в виде скачка скорости в уравнение (5), нетрудно убедиться путем оценки каждого члена уравнения, что указанное выше условие квазистационарности выполняется до высот термосферы, так как первый член этого уравнения составляет величину порядка 10^5 и на три порядка меньше двух других членов. При этом толщина фронта скачка скорости $\delta = \tau_0 \chi(s) / \varepsilon \text{Re}_0$ растет с высотой и на высоте 120 км достигает значений порядка 0.01 с, что примерно в 500 раз меньше длительности положительной фазы N -волны (7). Это означает, что фронт ударной волны остается достаточно тонким, несмотря на ее нелинейное затухание на фронте, а широкополосный частотный спектр сигнала содержит высокочастотные компоненты с частотами в несколько десятков Гц. На той же высоте 120 км кинематическая вязкость возрастает до значения $\nu(120 \text{ км}) = \nu(0)e^{z/H} \approx 362$ м²/с, что дает коэффициент классического поглощения волны на частоте $f = 0.2$ Гц, равный $\alpha_c = \nu(120 \text{ км}) (2\pi f)^2 / 2c^3 \approx 10^{-5}$ м⁻¹ или 0.09 дБ/км, который близок по величине к значению 0.1 дБ/км для коэффициента поглощения, полученного в [10]. Это согласие подтверждает реалистичность нашей оценки ширины ударного фронта N -волны на высотах отражения в термосфере и показывает, что частотный спектр сигнала на этих высотах обогащен высокочастотными гармониками, генерируемыми в процессе нелинейного распространения сигнала от наземного источника до высот термосферы. Процесс же отражения нелинейно-искаженного сигнала от тонкой слоистой структуры на высотах термосферы и стратосферы будет рассмотрен в следующем разделе.

3. ОТРАЖЕНИЕ N -ВОЛНЫ ОТ СЛОИСТЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ И СКОРОСТИ ВЕТРА В АТМОСФЕРЕ

Рассмотрим плоскую монохроматическую акустическую волну $A \exp[-i\omega t + i(\xi_x x + \xi_y y + \mu z)]$, распространяющуюся вверх (ось z направлена вверх) из однородного полупространства $z < 0$ и падающую на движущийся атмосферный неоднородный слой $0 \leq z \leq H_0$ толщины H_0 , заполненный слоистыми неоднородностями скорости звука $c(z)$ и скорости ветра $\mathbf{v}(z)$. Профили $c(z)$ и $\mathbf{v}(z)$ будем считать функциями, имеющими непрерывные первые и вторые производные и принимаю-

щими постоянные значения вне слоя, равные c_1 и $v = 0$ соответственно, A – комплексная амплитуда волны, ω – ее частота, $\xi = (\xi_x, \xi_y, 0)$ – горизонтальный волновой вектор волны, $\mu = (k_0^2 - \xi^2)^{1/2} > 0$ – вертикальная компонента волнового числа, $k_0 = \omega/c_1$ – волновое число в однородном полупространстве $z < 0$ и выше неоднородного слоя при $H_0 < z < \infty$.

Будем считать, что тонкая вертикальная структура атмосферы вызывает малые относительные флуктуации $\varepsilon(z) = (N^2(z) - N_1^2)/N_1^2$ квадрата эффективного показателя преломления, $N^2(z) = (n^2\beta^2 - \xi^2/k_0^2)(\rho_0/\rho\beta^2)^2$, т.е. $|\varepsilon(z)| \ll 1$, где ρ – плотность атмосферы, $n = c_1/c$ – акустический показатель преломления в неподвижной среде, $\beta(z) = 1 - \xi v(z)/\omega$, ρ_0 – постоянный коэффициент размерности плотности [9]. В этом случае коэффициент отражения $V(z)$, определяемый как отношение комплексных амплитуд падающей и отраженной волн на уровне z , подчиняется уравнению Риккати [9, см. 10.1]

$$\partial V/\partial z = -2ik_0(n^2\beta^2 - \xi^2/k_0^2)^{1/2}V + (1/4)(1 - V^2)\partial \ln[(n^2\beta^2 - \xi^2/k_0^2)^{1/2}\rho^{-2}\beta^{-4}]/\partial z. \quad (10)$$

Отрицательный знак в первом слагаемом правой части (1) выбран в соответствии с вертикальным направлением падающей волны.

В частном случае неподвижной среды $N^2(z) = (n^2 - \sin^2\theta)(\rho_0/\rho)^2$, где $\theta = \arcsin(\xi/k_0)$ – угол падения волны на слой. При постоянной плотности среды и нормальном падении волны на слой ($\theta = 0$) эффективный показатель преломления совпадает с обычным показателем преломления n .

В случае, когда вертикальный градиент эффективного показателя преломления мал, т.е. $1/4|\partial \ln N^2/\partial z| \ll 2\mu$, то и коэффициент отражения плоской волны $V(z)$ мал по абсолютной величине при любом значении z . В первом по ε приближении, называемым борновским, коэффициент отражения $V(z)$ на некотором уровне $z < 0$ ниже неоднородного слоя можно представить в виде [20]:

$$V(z, \xi, \omega) = \frac{ik_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dz' (n_1^2\beta_1^2 - \xi^2/k_0^2)^{1/2} \varepsilon(z') \times \exp\left\{-i\left[2k_0(z - z')(n_1^2\beta_1^2 - \xi^2/k_0^2)^{1/2}\right]\right\} + O(\varepsilon^2), \quad (11)$$

где в рассматриваемом нами случае $n_1 = 1$, $\beta_1 = 1$. Помимо малости коэффициента отражения волны, $|V| \ll 1$, это приближение требует также и малости возмущения фазы акустической волны $2k_0$

$\int_0^{H_0} dz \left[(n^2\beta^2 - \xi^2/k_0^2)^{1/2} - (1 - \xi^2/k_0^2)^{1/2} \right]$ внутри неоднородного слоя, которое в общем случае ограничивает толщину неоднородного слоя H_0 .

Учитывая, что Фурье-спектр флуктуаций $\varepsilon(z')$ равен

$$\tilde{\varepsilon}(k_z) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} dz' \varepsilon(z') \exp(-ik_z z'), \quad (12)$$

коэффициент отражения (11) можно выразить через значение спектральной составляющей (12), взятой при k_z равной удвоенной вертикальной компоненте волнового вектора отраженной волны:

$$V(z, \xi, \omega) = i\pi\mu\tilde{\varepsilon}(-2\mu) \exp(-2i\mu z), \quad (13)$$

причем $\tilde{\varepsilon}(-\mu) = \tilde{\varepsilon}^*(\mu)$ в силу действительности $\varepsilon(z')$, а знак “*” означает комплексное сопряжение.

Будем считать, что относительные флуктуации скорости звука $\Delta c(z)/c_1$ (или температуры T), плотности $\Delta\rho/\rho_1$ и скорости ветра $\Delta u(z)/c_1$, где $\Delta u(z) = |v(z)| \cos\psi$ – проекция скорости ветра в неоднородном слое на направление горизонтального волнового вектора акустической волны ξ , малы по сравнению с $\cos^2\theta$ для углов падения волны θ , не очень близких к $\pi/2$. Ограничиваясь линейными членами в разложении $\varepsilon(z)$ в ряд по указанным выше относительным флуктуациям, получим (см. формулу (П.3)):

$$\varepsilon(z) = \frac{-2(\Delta c/c_1 + \Delta u \sin\theta/c_1) + O(M^2)}{\cos^2\theta} + 4\Delta u \sin\theta/c_1 - 2\Delta\rho/\rho_1. \quad (14)$$

В этом случае коэффициент отражения

$$V(z = 0, \xi, \psi, \omega) = i\pi\mu\tilde{\varepsilon}(-2\mu) = -1/4 \int_{-\infty}^{\infty} dz' \exp(2i\mu z') d\varepsilon/dz', \quad (15)$$

являющийся Фурье-преобразованием вертикального градиента $d\varepsilon/dz$, зависит, согласно (14), от азимута ψ вектора ξ по отношению к направлению скорости ветра $v(z)$.

В случае неподвижного неоднородного слоя среды ($u = 0$) с постоянной плотностью ρ_1 , равной плотности среды вне этого слоя, выражение для ε при $70^\circ \leq \theta < 90^\circ$ можно приближенно представить в виде: $\varepsilon(z) = -2\Delta c/(c_1 \cos^2\theta) + O(\Delta c^2/(c_1 \cos^2\theta)^2)$, поэтому в выражении (13): $\tilde{\varepsilon}(-2\mu) = -2\Delta\tilde{c}(-2\mu)/(c_1 \cos^2\theta)$, где $\Delta\tilde{c}(k_z)$ – Фурье спектр флуктуаций скорости звука $\Delta c(z)$, а $\mu = k_0 \cos\theta$.

Рассмотрим отражение сферической волны, излучаемой точечным источником, находящимся

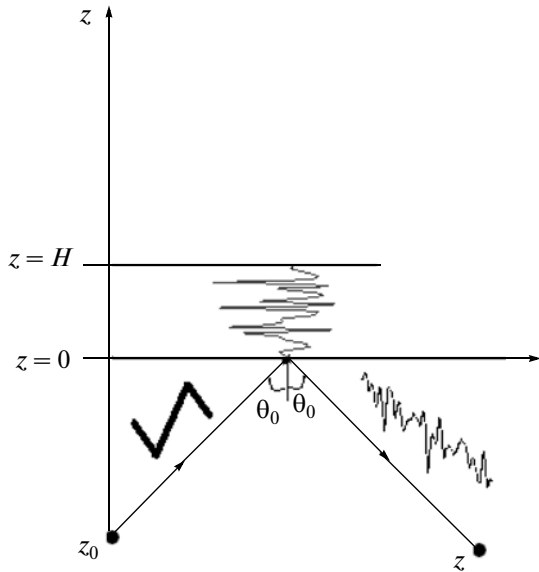


Рис. 2. Схема падения акустической N -волны от точечного источника в точке z_0 на неоднородный движущийся слой $0 \leq z \leq H_0$ с вертикальными флуктуациями эффективного показателя преломления.

в точке $x = 0$, $y = 0$, $z_0 < 0$ от рассматриваемого здесь неподвижного неоднородного слоя. Поле отраженной гармонической сферической волны от границы произвольного неоднородного слоя среды детально изучено, например, в [20]. Для его вычисления поле падающей сферической волны раскладывается по плоским волнам. Если приемник находится в точке $z < 0$, то отраженное от нижней границы неоднородного слоя $z = 0$ акустическое поле в точке приема, $p'(t)$, можно записать в виде

$$p' = i(2\pi)^{-1} A \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_x d\xi_y \mu^{-1} V(z=0, \xi, \omega) \times \exp[-i\omega t + i(\xi_x x + \xi_y y + \mu|z + z_0|)], \quad (16)$$

где $\mu = (k_0^2 - \xi^2)^{1/2}$, причем знак корня выбирается из условия $\text{Im}(\mu) > 0$, обеспечивающего ограниченность поля p' при $|z| \rightarrow \infty$.

Оценка последнего интеграла методом перевала проведена в [20, п. 12.2]. Она приводит к следующему выражению для отраженной волны

$$p'(t) = A/R_1 \exp(-i\omega t + ik_0 R_1) \times [V(z=0, \xi = k_0 \sin \theta_0, \omega) + O(1/(k_0 R_1))], \quad (17)$$

$$O(1/(k_0 R_1)) = -i/2 \left[\frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{\partial V}{\partial \theta} \text{ctg} \theta \right]_{\theta=\theta_0} (k_0 R_1)^{-1}, \quad (18)$$

где $V(\omega, \theta_0) = V(z=0, \xi = k_0 \sin \theta_0, \omega)$ – коэффициент отражения плоской гармонической волны,

падающей на границу неоднородного слоя $z = 0$ под углом θ_0 зеркального отражения к вертикали, R_1 – сумма расстояний в вертикальной плоскости (содержащей источник и приемник) от источника до точки зеркального отражения на границе неоднородного слоя $z = 0$, и от этой точки до приемника (рис. 2), а $O(1/(k_0 R_1))$ – квадратичные по малому параметру $1/(k_0 R_1)$ члены, являющиеся малыми дифракционными поправками к полю отраженной волны в геометроакустическом приближении (17).

В случае движущегося неоднородного слоя с $\Delta u \neq 0$ поле отраженной волны может быть по-прежнему выражено с помощью (8), где коэффициент отражения уже зависит от азимута точки приема и должен быть взят при $\psi = \varphi$, т.е. в азимутальном направлении φ радиуса-вектора, проведенного от источника к приемнику:

$$V(\omega, \theta_0, \varphi) \equiv V(z=0, \xi = k_0 \sin \theta_0, \psi = \varphi, \omega). \quad (19)$$

В этом случае дифракционная поправка (18) будет содержать дополнительный член $[\sin^{-2} \theta_0 \partial^2 V / \partial \psi^2]_{\psi=\varphi}$ в квадратных скобках выражения (18) (см. [20], п. 12.6).

Пусть $p'(r_0, t)$ – излучаемый источником импульс акустического давления вблизи точечного источника с максимальным давлением p_m на близком расстоянии r_0 от него. Его поле вдали от источника можно представить в виде

$$p'(t) = (p_m r_0 / R_1) \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \tilde{f}(\omega) [V(\omega, \theta_0, \varphi) + O(1/(k_0 R_1))] e^{-i\omega(t - R_1/c_1)}, \quad (k_0 R_1 \gg 1), \quad (20)$$

где $\tilde{f}(\omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} dt f(t) \exp(i\omega t)$ – временной Фурье-спектр излучаемого (начального) сигнала $f(t) = p'(r_0, t)/p_m$, $\tilde{V}(\omega, \theta_0, \varphi)$ – определяется выражениями (15) и (19), а условие $k_0 R_1 \gg 1$ считается выполненным для частот, лежащих в пределах ширины частотной полосы спектра $\tilde{f}(\omega)$. Таким образом, частотный Фурье-спектр отраженного сигнала определяется произведением спектра вертикальных флуктуаций градиента эффективного показателя преломления, $d\varepsilon(z)/dz$, взятого при $k_z = \omega/a$, где $a \equiv c_1/(2 \cos \theta_0)$, и частотного спектра, падающего на слой импульса.

Подстановка (15) в (20) позволяет представить первое слагаемое в (20) в виде свертки начального

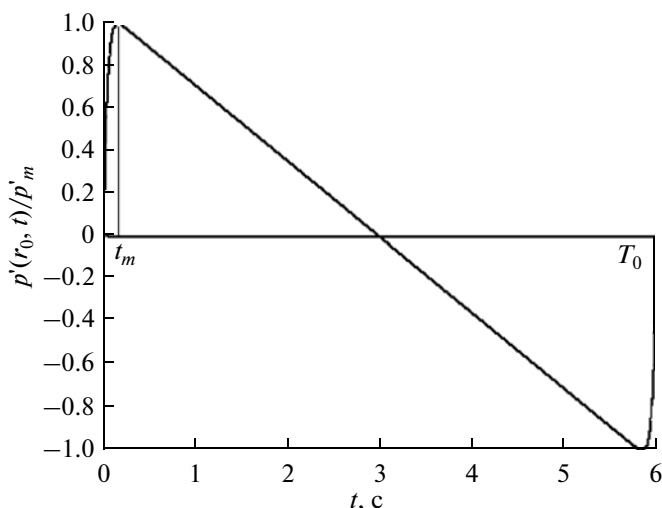


Рис. 3. N-волна, падающая на неоднородный слой стратоспаузы.

сигнала с функцией, описывающей вертикальный профиль градиента $d\varepsilon/dz$:

$$p'(t) = (p_m r_0 / R_1) I_0(t),$$

$$I_0(t) = -1/4 \int_{-\infty}^{\infty} dz' f(t - R_1/c_1 - z'/a) d\varepsilon(z')/dz', \quad (21)$$

Интегрируя (21) по частям с учетом обращения функции $\varepsilon(z)$ в нуль при $z \rightarrow \pm\infty$, и делая замену переменных $t' = t - R_1/c_1 - z'/a$, получим

$$I_0(t) = -1/4 \int_0^{T_0} \varepsilon(a(t - R_1/c_1 - t')) df(t')/dt'. \quad (22)$$

Допустим, что падающий импульс представляет из себя N-волну, показанную на рис. 3, с амплитудой давления p_m и длительностью $T_0/2$ положительной фазы N-волны:

$$f(t) = \{-2t/T_0 + \tanh[t/(T_0\delta)]\}/f_m \text{ при } 0 \leq t \leq T_0/2,$$

$$f(t) = \{-2(t - T_0)/T_0 + \tanh[(t - T_0)/(T_0\delta)]\}/f_m \text{ при } T_0/2 \leq t \leq T_0,$$

где δ – безразмерная толщина фронта, а f_m – максимум функции, стоящей в фигурных скобках.

Длительность N-волны на рис. 3 и толщина ее фронта выбраны в соответствии с расчетами нелинейного искажения излучаемого акустического импульса до высот стратоспаузы: $T_0 = 6$ с, $\delta = 0.01$. При этом максимум $f_m = 0.937$ достигается при $t = t_m \approx 2.6T_0\delta$.

Одна из модельных реализаций эффективного показателя преломления $\varepsilon(z)$ в неоднородном слое толщиной $H_0 = 8.2$ км при $\theta_0 = 70^\circ$ и $c_1 = 330$ м/с (при этом $a = 483$ м/с) показана на рис. 4. Этот профиль был рассчитан из мгновенных реализа-

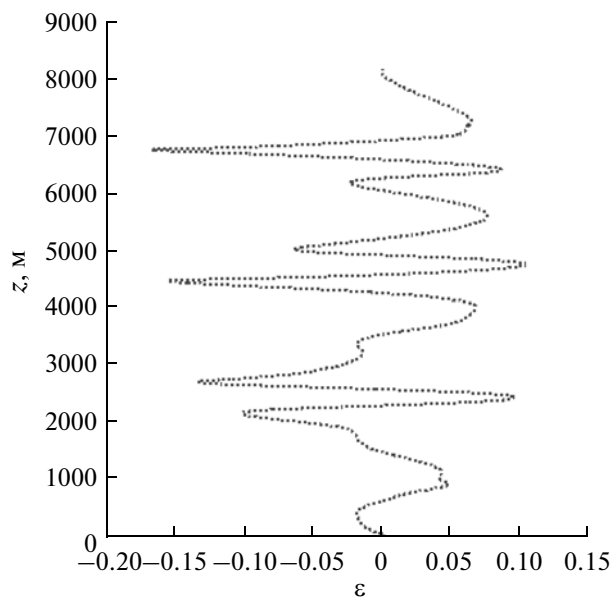


Рис. 4. Одна из модельных реализаций эффективного показателя преломления $\varepsilon(z)$ в неоднородном слое стратосферы толщиной $H = 8.2$ км при $\theta_0 = 70^\circ$ и $c_1 = 330$ м/с, $a = 483$ м/с. Среднеквадратичное значение флуктуаций эффективной скорости звука составляет 3 м/с.

ций поля возмущений температуры и проекции скорости ветра, вызванных нелинейным полем внутренних гравитационных волн (ВГВ), и получен при мгновенном вертикальном срезе этого поля [1].

Если ширина фронта N-волны в пространстве $d \equiv c_1 T_0 \delta / 2 \cos \theta_0$ мала по сравнению с характерным вертикальным масштабом флуктуаций показателя преломления $L^* = 2\pi/m^*$ (см. ниже (32)), то основной вклад в отраженное поле импульса (22) вносят малые окрестности переднего и заднего фронтов N-волны (рис. 5), в которых значения производных

$$df/dt = \{-2/T_0 + (T_0\delta)^{-1} \text{ch}^{-2}[t/(T_0\delta)]\}/f_m, \quad 0 \leq t < T_0/2,$$

$$df/dt = \{-2/T_0 + (T_0\delta)^{-1} \text{ch}^{-2}[(t - T_0)/(T_0\delta)]\}/f_m, \quad T_0/2 \leq t \leq T_0 \quad (24)$$

резко возрастают в пределах толщины фронта N-волны. При выбранных параметрах: $d \leq 30$ м, в то время как L^* на высотах стратоспаузы составляет несколько км [15, 16], [19–21], поэтому функция $\varepsilon(a(t - R_1/c_1 - t'))$ (показана прерывистой линией на рис. 5) мало меняется на толщине фронта N-волны, что позволяет считать значения этой функции постоянными в интервалах интегрирования от 0 до $t_m \approx 2.6T_0\delta$ и от $T_0 - t_m$ до T_0 и равными $\varepsilon(a(t - R_1/c_1))$ и $\varepsilon(a(t - R_1/c_1 - T_0))$ соответственно.

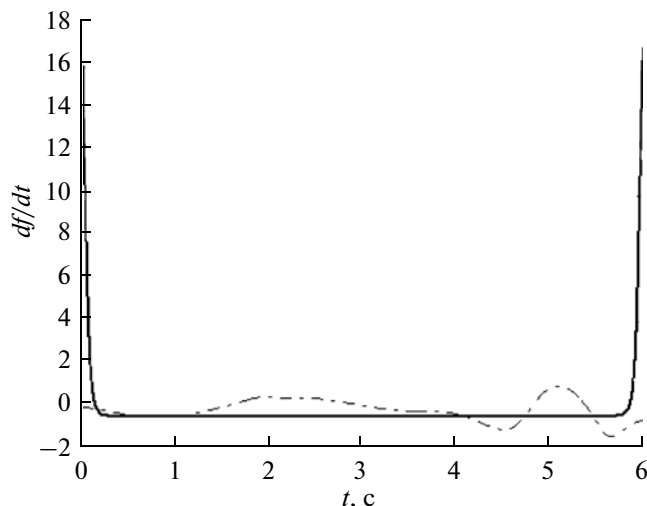


Рис. 5. Поведение во времени подынтегральных функций в (22), $df(t)/dt'$ (сплошная линия) и $\varepsilon(a(t - R_1/c_1 - t'))$ (штрихпунктирная линия), характеризующих соответственно производную от формы N -волны и вертикальный профиль флуктуаций эффективного показателя преломления.

Тогда интеграл (22) можно приближенно записать в виде

$$\tilde{I}_0(t) \approx -1/4 \left\{ \left[\varepsilon(a(t - R_1/c_1)) + \varepsilon(a(t - R_1/c_1 - T_0)) \right] \times \int_0^{t_m} dt' df(t')/dt' - 2/(T_0 f_m) \int_{t_m}^{T_0 - t_m} dt' \varepsilon(a(t - R_1/c_1 - t')) \right\}, \quad (25)$$

где первый интеграл в (25) равен -2 . Вычисление (25) для выбранного вертикального профиля флуктуаций на рис. 4. приводит к отраженному сигналу $I_0(t)$, показанному на рис. 6. Сигнал в точке приема начинается с момента времени $t_0 = R_1/c_1$ и длится в течение промежутка времени

$$\Delta T = T_0 + 2H_0/(c_1/\cos \theta_0), \quad (26)$$

равного сумме интервала времени T_0 между моментами вступления в неоднородный слой переднего и заднего фронтов N -волны и времени распространения следа фронта сигнала вдоль вертикали от нижней границы неоднородного слоя до верхней и обратно (второе слагаемое в (26)). Непрерывное отражение сигнала от слоистых неоднородностей слоя происходит в течение всего времени ΔT нахождения сигнала внутри слоя.

Вертикальные масштабы слоистых неоднородностей температуры и скорости ветра растут с высотой над поверхностью земли [1, 21]. Одна из возможных модельных реализаций флуктуаций эффективного показателя преломления в слое верхней атмосферы (90–125) км, рассчитанная из

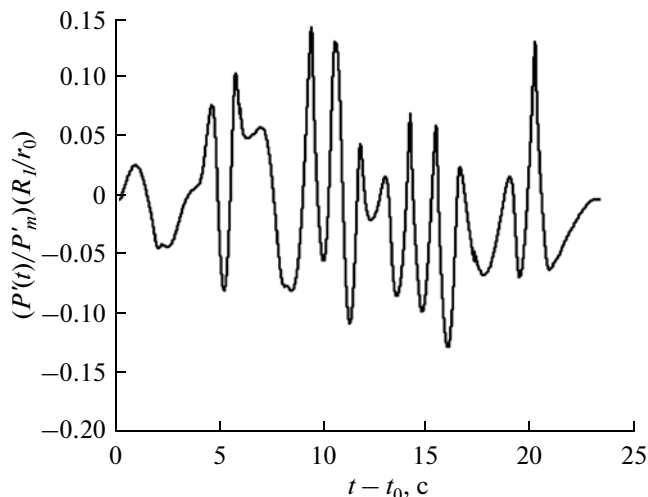


Рис. 6. Форма отраженного сигнала $I_0(t)$ от неоднородного слоя стратосферы с профилем эффективного показателя преломления, показаны на рис. 4.

мгновенных вертикальных профилей флуктуаций температуры и скорости ветра, полученных в [21], показана на рис. 7. В этом слое среднеквадратичное значение скорости звука равно 14 м/с. Для этой реализации расчет отраженного сигнала при падении на слой N -сигнала длительностью $T_0 = 11$ с и толщиной фронта $T_0 \delta = 0.11$ с под углом $\theta_0 = 60^\circ$ ($a = 500$ м/с) дает форму сигнала, показанную на рис. 8. Эта форма хорошо согласуется с формой термосферных приходов, регистрируемых от вулкана в области акустической тени [1].

4. ЧАСТОТНЫЙ СПЕКТР ОТРАЖЕННОГО СИГНАЛА

Рассмотрим теперь интенсивность отраженного сигнала в случае, когда флуктуации эффективного показателя преломления $\varepsilon(z)$ являются случайным и локально однородным по z процессом с характерным вертикальным радиусом корреляции, малым по сравнению с толщиной слоя H_0 . Для такого процесса корреляционная функция $\langle \varepsilon(z')\varepsilon(z'') \rangle = B_\varepsilon(z' - z'')$, где угловые скобки означают статистическое усреднение по случайным реализациям $\varepsilon(z)$, зависит только от разности вертикальных координат двух произвольных точек, взятых на горизонтах z' и z'' , а соответствующие $\varepsilon(z)$ спектральные амплитуды являются дельта-коррелированным по k_z процессом: $\langle \tilde{\varepsilon}(k'_z) \tilde{\varepsilon}^*(k''_z) \rangle = \Phi_\varepsilon(k'_z) \delta(k'_z - k''_z)$, где $\Phi_\varepsilon(k_z) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} dz B_\varepsilon(z) \exp(ik_z z)$ — спектральная плотность $\varepsilon(z)$.

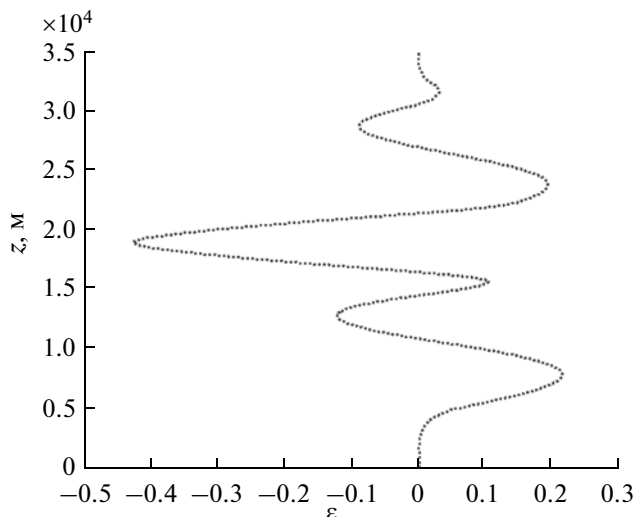


Рис. 7. Модельные флуктуации эффективного показателя преломления в слое верхней атмосферы (90–125) км.

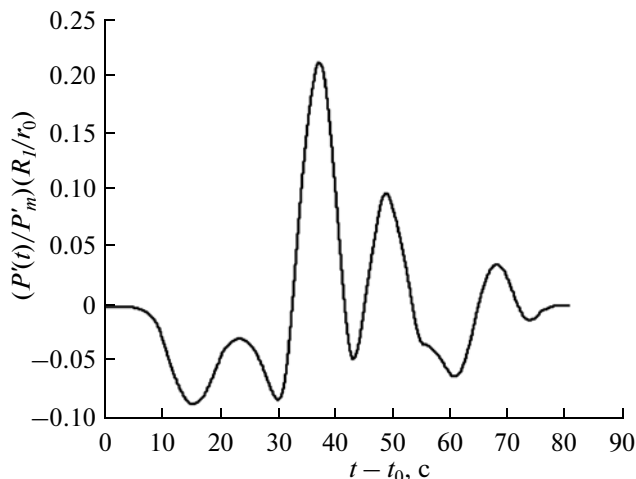


Рис. 8. Отраженный сигнал при падении N-волны длительностью $T_0 = 11$ с и толщиной фронта $T_0\delta = 0.11$ с под углом $\theta_0 = 60^\circ$ ($a = 500$ м/с) на слой верхней атмосферы с вертикальным профилем эффективного показателя преломления, показаны на рис. 7.

Дельта-коррелированным по частоте является и коэффициент отражения

$$\begin{aligned} &\langle V(\omega', \theta_0, \varphi) V^*(\omega'', \theta_0, \varphi) \rangle \geq \\ &\geq (\pi a/8)(\omega'/a)^2 \Phi_\varepsilon(\omega'/a) \delta(\omega' - \omega''). \end{aligned} \quad (27)$$

В этом случае интенсивность $I = \langle p'^2 \rangle / \rho c_1$ отраженного сигнала (20) с учетом (27) можно представить в виде

$$I = \left(\frac{p_m^2 t_0^2}{\rho c_1 R_1^2} \right) \langle \tilde{I}_0^2 \rangle, \quad (28)$$

где величина

$$\langle \tilde{I}_0^2 \rangle = \int_0^\infty d\omega \tilde{I}(\omega), \quad \tilde{I}(\omega) = \left(\frac{\pi a}{8} \right) \frac{\omega^2}{a^2} S_\varepsilon(\omega/a) |\tilde{f}(\omega)|^2 \quad (29)$$

выражена через одностороннюю спектральную плотность $S_\varepsilon(k_z)$ флуктуаций $\varepsilon(z)$: $S_\varepsilon(k_z) = 2\Phi_\varepsilon(k_z)$ при $k_z \geq 0$ и $S_\varepsilon(k_z) = 0$ при $k_z < 0$.

Заметим, что спектральная плотность $\Phi_\varepsilon(k_z)$, будучи зависимой от спектральных плотностей относительных флуктуаций температуры $\Phi_T(k_z)$ (или скорости звука) и проекции скорости ветра Δu на направление источник–приемник $\Phi_u(k_z)$, спадает как k_z^{-3} при больших k_z [1, 7, 8]. При углах падения $70^\circ \leq \theta_0 < 90^\circ$ преобладающий вклад в относительные флуктуации $\varepsilon(z)$ вносит первое слагаемое в (П.3):

$$\varepsilon(z) \approx \frac{-2(\Delta c/c_1 + \Delta u \sin \theta_0/c_1) + O(M^2)}{\cos^2 \theta_0}. \quad (30)$$

Кроме этого, важно заметить, что вариации ветровых флуктуаций в (30) почти на порядок превышают вариации относительных температурных флуктуаций, как показано в Приложении, поэтому приближенно можно записать.

$$\begin{aligned} S_\varepsilon(k_z) &\approx 2 \sin^2 \theta_0 S_u(k_z) / \cos^4 \theta_0 c_1^2, \\ S_u(k_z) &\approx \beta N^2 / (2k_z^3) \text{ при } k_z \gg m^*, \end{aligned} \quad (31)$$

где $S_u(k_z)$ – односторонний спектр пульсаций проекции скорости ветра u , $m^* = N/\sqrt{2\sigma}$ – характерное вертикальное волновое число спектра, выше которого формируется спектральный хвост (31), σ – среднеквадратичные пульсации скорости ветра, вызванные ВГВ, N – частота Брента–Вяйсяля, а β – численный коэффициент, лежащий в интервале значений 0.1–0.3 [1, 7]. Для высот стратопазы характерный вертикальный масштаб флуктуаций $L^* = 2\pi/m^*$ составляет от 1 до нескольких км, поэтому, взяв $L^* \sim 1$ км, получим, что на частотах $f \gg am^*/(2\pi) \sim 0.5$ Гц, входящий в формулу (29) спектр $(\omega/a)^2 S_\varepsilon(\omega/a)$ градиента $d\varepsilon/dz$ убывает с ростом частоты как ω^{-1} . В то же время на высоких частотах квадрат амплитудного временного спектра N-волны с малой толщиной фронта ($\delta \rightarrow 0$) равен $|\tilde{f}(\omega)|^2 \approx 4\omega^{-2} \cos^2(\omega T_0/2)$ при $\omega T_0/2 \gg 1$ и убывает как ω^{-2} , поэтому согласно (29) и (31) спектральную плотность отраженной волны можно представить в виде

$$\tilde{I}(\omega) = \frac{\pi \sin^2 \theta_0 \beta N^2}{8 \cos^6 \theta_0 \omega^3} \cos^2(\omega T_0/2) \text{ при } \omega \gg am^*. \quad (32)$$

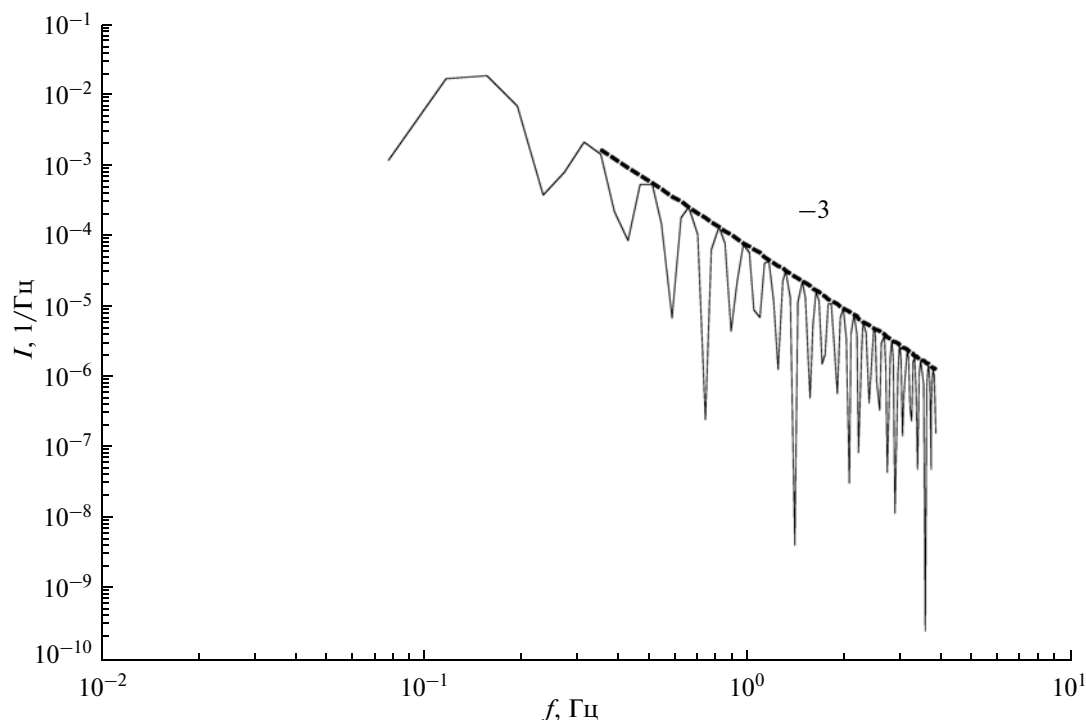


Рис. 9. Спектральная плотность отраженной волны. Пунктирная прямая линия описывает закон спада спектральной плотности с ростом частоты.

Очевидно, что огибающая $\tilde{I}(\omega)$ убывает как ω^{-3} с ростом частоты (рис. 9).

Это связано с тем, что спектр N -волны и вертикальный спектр флуктуаций $\varepsilon(z)$, вызванных тонкой структурой, приобретают универсальные асимптотические формы при больших частотах, что, в свою очередь, вызвано влиянием нелинейных эффектов на формирование этих спектров.

Интересно сравнить полученную закономерность спада частотных спектров приходов сигнала с экспериментальными данными. На рис. 10 показаны спектральные плотности акустических сигналов от вулканов, принимаемых в разное время на расстояниях в несколько сотен километров (верхние кривые) [23]. Спады наблюдаемых высокочастотных спектральных хвостов аппроксимируются прямыми тонкими линиями, а полученный здесь теоретический закон спада спектральной плотности отраженного сигнала (32) — толстыми линиями со степенным наклоном -3 . На том же рисунке для сравнения показаны кривые спектральной плотности шумового фона, регистрируемого приемниками в периоды отсутствия сигнала от вулкана (нижние кривые). Как видно из рис. 10, в каждом из трех регистрируемых сигналов присутствует высокочастотный спектральный хвост с определенным степенным законом спада с ростом частоты. В случае на рис. 10а этот спад более медленный, а на рис. 10г — более быстрый, чем при законе ω^{-3} . Тем не менее средний по трем случаям спад наблюдаемого спек-

трального хвоста близок к универсальному закону ω^{-3} , который следует одновременно из универсальности формы N -волны, приобретаемой акустическим сигналом при его нелинейном распространении в верхние слои атмосферы, и из универсальности самого вертикального спектра флуктуаций скорости ветра и температуры в атмосфере. Последняя, так же как и в случае N -волны, связана с нелинейностью уравнений гидродинамики, которая и формирует эти флуктуации [1].

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследованы характеристики (форма, длительность, частотный спектр, интенсивность) отраженного акустического сигнала от слоистых неоднородностей стратопазы и нижней термосферы с учетом нелинейной трансформации начального импульса, излученного наземным точечным взрывным источником, в N -волну на высотах слоя отражения. Зависимость параметров N -волны от высоты над земной поверхностью получена с помощью решения модифицированного уравнения Бюргерса, учитывающего одновременно влияние сферической расходимости, нелинейных эффектов и диссипации N -волны на ее ударном фронте. Оценки пиковой амплитуды N -волны, ее длительности и ширины ударного фронта на высотах нижней термосферы (100–120 км) для типичного импульса с амплитудой 800–1000 Па на расстоянии 1 км от источника показывают, что

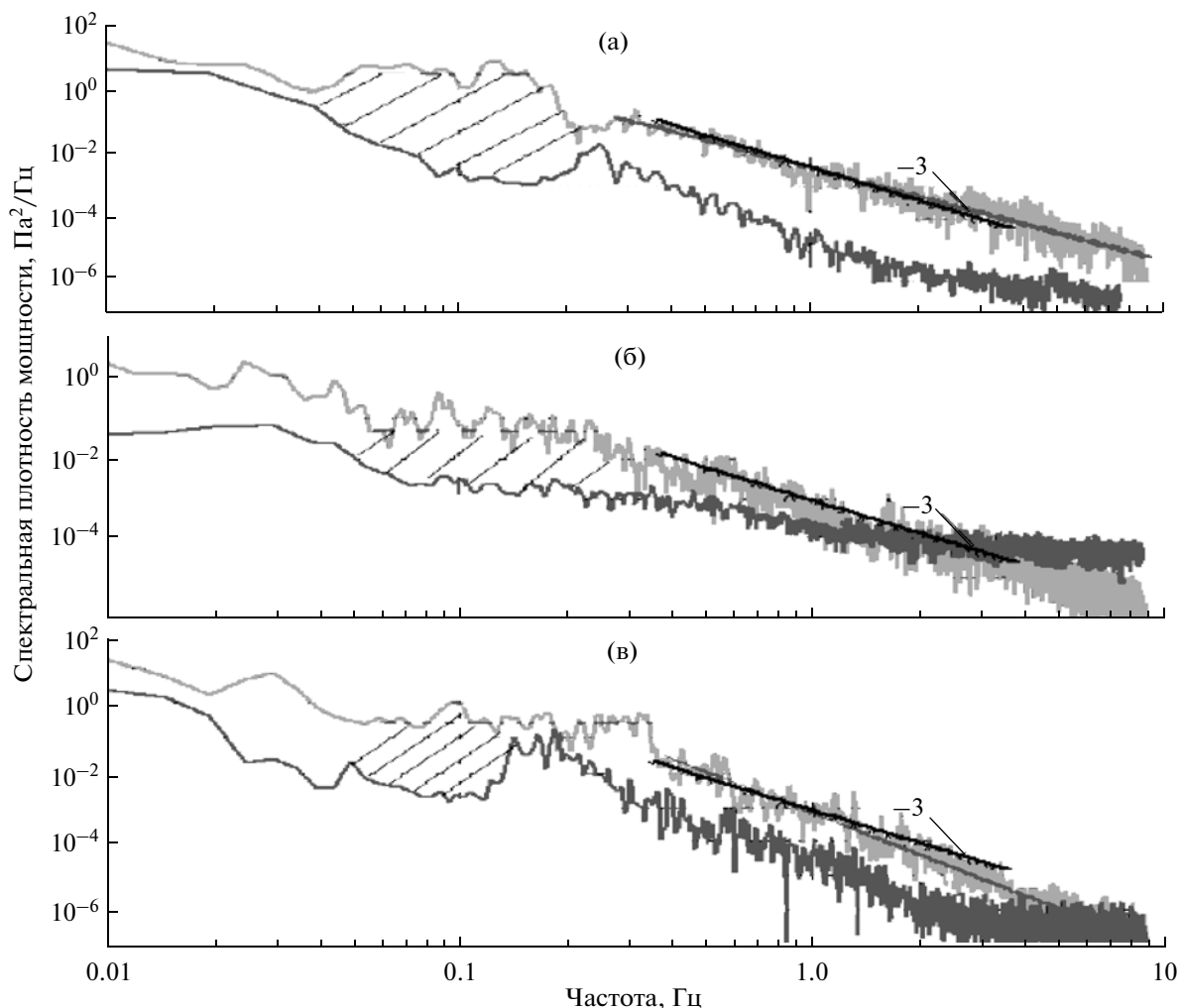


Рис. 10. Спектральные мощности фоновых акустических шумов в атмосфере (нижние кривые в диапазоне частот 0.01–1 Гц, полученные для реализаций длительностью в 300 с) и акустического давления в регистрируемых акустических сигналах от взрывов вулканов (верхние кривые). а – Вулкан Безымянный, 16 декабря 2009 г. б – Вулкан Безымянный, 31 мая 2010 г. в – Вулкан Кизимен, 31 декабря 2010 г. Толстые прямые линии соответствуют полученному теоретическому закону спада ω^{-3} спектра N -волны (23), отраженной от тонкой структуры полей скорости ветра и температуры в атмосфере.

ударный фронт остается тонким по отношению к длительности N -волны и по ширине составляет не более 1% от нее. Растущее с высотой накопление нелинейных эффектов из-за уменьшения плотности атмосферы приводит к росту амплитуд высокочастотных составляющих в частотном спектре сигнала, несмотря на быстрый рост затухания этих составляющих из-за роста коэффициента поглощения звука с высотой и “размывание” ударного фронта N -волны.

При падении сферической N -волны на атмосферный слой с вертикальными флуктуациями скорости звука и скорости ветра отраженный сигнал представляет из себя длительный (по сравнению с длительностью N -волны) цуг волн. Его спектральная амплитуда на текущей частоте определяется произведением вертикального спектра

флуктуаций градиента эффективного показателя преломления, взятом на удвоенном вертикальном волновом числе акустической волны той же частоты, и соответствующей спектральной амплитуды падающей N -волны. Предсказываемые теорией формы отраженных сигналов от моделируемых слоистых неоднородностей на высотах стратосферы и нижней термосферы хорошо согласуются с типичными наблюдаемыми формами стратосферных и термосферных приходов от наземных взрывов и вулканов в области акустической тени. Полученная аналитическая связь между параметрами отраженного сигнала и тонкой структурой атмосферы указывает на возможность акустического зондирования этой структуры с помощью взрывных источников.

В случае статистически однородных по z и стационарных по времени вертикальных флуктуаций скорости ветра и температуры в спектре акустического поля отраженного сигнала генерируется высокочастотный хвост с вполне определенным законом спада (степень -3) с ростом частоты. Подобные спектральные хвосты обнаруживаются и в регистрируемых приходах сигналов от вулканов, как показывают предварительные результаты сравнения расчетных и экспериментальных спектров сигналов. Природа этого хвоста в конечном итоге связана с нелинейностью уравнений гидродинамики, ответственной как за формирование акустической N -волны, так и за формирование самих анизотропных неоднородностей атмосферы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты №№ 11-05-00890, 09-05-00817, 08-05-00445, 09-05-00921, 07-05-00597).

ПРИЛОЖЕНИЕ ФЛУКТУАЦИИ ЭФФЕКТИВНОГО ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Относительные флуктуации $\varepsilon(z) = \ln(N^2/N_1^2)$ эффективного показателя преломления $N^2(z) = (n^2\beta^2 - \xi^2/k_0^2)(\rho_0/\rho\beta^2)^2$ вызваны относительными флуктуациями скорости звука $\Delta c(z)/c_1$ (или температуры), флуктуациями проекции скорости ветра $\Delta u(z)/c_1$ на направление горизонтального волнового вектора ξ , где $\Delta u(z) = \mathbf{v}(z)\xi/|\xi|$, и плотности атмосферы $\Delta\rho/\rho_1$.

Учитывая, что $\xi = K_1 \sin \theta$, где $K_1 = k_0(1 + u_1 \sin \theta/c_1)^{-1}$ – волновое число падающей волны в нижней среде ($z < 0$), движущейся с постоянной скоростью ветра $\mathbf{v} = \text{const}$, u_1 – проекция \mathbf{v} на направление ξ , $k_0 = \omega/c_1$, входящие в выражение для $\varepsilon(z)$ величины можно выразить в следующем виде

$$\begin{aligned} \beta_1 &= 1 - \xi u_1 / \omega = (1 + u_1 \sin \theta / c_1)^{-1}, \\ \beta &= 1 - \xi(u_1 + \Delta u(z)) / \omega = \\ &= (1 + u_1 \sin \theta / c_1)^{-1} (1 - \Delta u(z) \sin \theta / c_1), \\ n_1 &= 1, \quad n = c_1 / (c_1 + \Delta c). \end{aligned} \quad (\text{П.1})$$

В разделе 3 мы рассматриваем частный случай $u_1 = 0$, когда движущимся является только неоднородный слой, на который падает акустическая волна.

Считая указанные выше относительные флуктуации малыми по сравнению с $\cos^2 \theta$, где θ – угол падения волны, не очень близкий к $\pi/2$, выражение

$$\varepsilon(z) = \ln \frac{n^2\beta^2 - \xi^2/k_0^2}{n_1^2\beta_1^2 - \xi^2/k_0^2} + 4 \ln \frac{\beta_1}{\beta} + 2 \ln \frac{\rho_1}{\rho} \quad (\text{П.2})$$

можно разложить по относительным флуктуациям $\Delta c(z)/c_1$, $\Delta u(z)/c_1$, и $\Delta\rho/\rho_1$ с точностью до членов первого порядка малости, считая их всех величинами одного порядка малости с $M = |\Delta u/c_1| \ll 1$:

$$\varepsilon(z) = \frac{-2(\Delta c/c_1 + \Delta u \sin \theta/c_1) + O(M^2)}{\cos^2 \theta} + 4\Delta u \sin \theta/c_1 - 2\Delta\rho/\rho_1. \quad (\text{П.3})$$

При приближении θ к $\pi/2$ последними двумя членами в (П.3) можно пренебречь. Однако так как мы рассматриваем отражение акустической волны при не очень близких к $\pi/2$ углах падения θ , то в общем случае в (П.3) надо удерживать все слагаемые.

Если предположить, что пульсации скорости звука (или абсолютной температуры T), скорости ветра и плотности вызваны ВГВ малой амплитуды, то в линейном приближении эти пульсации связаны со смещениями частиц среды следующими соотношениями

$$\frac{\Delta c}{c_1} = \frac{\Delta T}{2T_1} \approx -\frac{\Delta\rho}{2\rho_1} \approx -\frac{N^2 s_z}{2g}, \quad \Delta u \approx \frac{\partial s_x}{\partial t}, \quad (\text{П.4})$$

где s_x и s_z – горизонтальная и вертикальная компоненты смещений частиц среды соответственно. Для случайного стационарного поля смещений средняя потенциальная и кинетическая энергии поля ВГВ в единице массы среды равны друг другу, $N^2 \langle s_z^2 \rangle / 2 = [\langle (\partial s_x / \partial t)^2 \rangle + \langle (\partial s_y / \partial t)^2 \rangle] / 2$, поэтому отношение среднеквадратичных значений пульсаций скорости звука и скорости ветра равно

$$\langle \Delta c^2 \rangle / \langle \Delta u^2 \rangle = c_1^2 N_1^2 / 2g^2. \quad (\text{П.5})$$

Взяв типичные для стратосферы значения: $c_1 = 330$ м/с, $N_1 = 0.02$ рад/с, $g = 9.8$ м/с², получим, что отношение (П.5) составляет величину порядка 0.2. Это говорит о том, что ветровые пульсации, вызванные ВГВ, вносят наиболее весомый вклад в средний квадрат пульсаций показателя преломления (П.3).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чунчужов И.П., Куличков С.Н., Попов О.Е. и др. Рассеяние инфразвука на анизотропных неоднородностях атмосферы // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2011. Т. 47. № 5. С. 589–607.
2. Куличков С.Н., Авиллов К.В., Попов О.Е. и др. О некоторых результатах моделирования дальнего распространения инфразвука в атмосфере // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2004. Т. 40. № 2. С. 232–246.
3. Infrasound Monitoring for Atmospheric Studies / Eds: Le Pichon A., Blanc E., Hauchecorne A. New York: Springer, 2010, 735 p.

4. *Liszka L., Enell C-F., Raita T.* Infrasound in the Atmosphere – Towards a New Propagation Model // *Inframatrics*. 2009. V. 24. P. 1–14.
5. *Куличков С.Н.* Об акустическом зондировании неоднородных структур в средней атмосфере // *Изв. АН Физика атмосферы и океана*. 1998. Т. 34. № 1. С. 5–11.
6. *Куличков С.Н., Буш Г.А., Свертилов А.И.* Новый тип инфразвуковых приходов в зоне геометрической тени на больших расстояниях от взрывов // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2002. Т. 38. С. 450–457.
7. *Smith S.A., Fritts D.C., VanZandt T.E.* Evidence of a saturated spectrum of atmospheric gravity waves // *J. Atmos. Sci.* 1987. V. 44. № 10. P. 1404–1410.
8. *Fritts D.C., Alexander M.J.* Gravity wave dynamics and effects in the middle atmosphere // *Rev. Geophys.* 2003. V. 41. doi:10.1029/2001RG000106.
9. *Филинов В.Н., Черный Г.П.* К вопросу о возможности определения профиля скорости звука гидролокационным способом // *Акуст. журн.* 1987. Т. 33. № 4. С. 761–765.
10. *Sutherland L.C., Bass H.E.* Atmospheric absorption in the atmosphere at high altitudes. Proc. of the 7th Symp. on Long Range Sound Prop. Lyon: Ecole Centrale de Lyon, 1996.
11. *Зарембо Л.К., Чунчuzов И.П.* О звуковом пучке в неоднородной среде со слабо меняющейся скоростью звука // *Акуст. журн.* 1977. Т. 23. № 1. С. 143–145.
12. *Руденко О.В.* Нелинейные пилообразные волны // *Успехи физ. наук*. 1995. Т. 165. № 9. С. 1011–1036.
13. *Куличков С.Н.* Постоянство “акустического импульса” при дальнем распространении инфразвука в атмосфере // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2002. Т. 38. № 5. С. 658–664.
14. *Cleveland R.O., Chambers J.P., Bass H.E. et al.* Comparison of computer codes for the propagation of sonic boom waveforms through isothermal atmospheres // *J. Acoust. Soc. Am.* 1996. V. 100. № 5. P. 3017–3027.
15. *Crighton D.G., Lee-Bapty I.P.* Spherical nonlinear wave propagation in a dissipative stratified atmosphere // *Wave Motion*. 1992. V. 15. № 4. P. 315–331.
16. *Островский Л.А., Пелиновский Е.Н., Фридман В.Е.* Распространение волн конечной амплитуды в неоднородной среде при наличии каустик // *Акуст. журн.* 1976. Т. 22. № 6. С. 914–921.
17. *Руденко О.В., Солуян С.И.* Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975. 247 с.
18. *Гусев В.А., Жостков Р.А.* Профили интенсивных импульсных сигналов, распространяющихся вертикально вверх в стратифицированной атмосфере // *Сб. трудов 22-й сессии российского акустического общества*. М.: Геос, 2010. С. 135–138.
19. *Gossard E.E., Hooke W.H.* Waves in the atmosphere. Amsterdam: Elsevier, 1975. 456 p.
20. *Бреховских Л.М., Гордин О.А.* Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 412 с.
21. *Chunchuzov I.P.* On the nonlinear shaping mechanism for gravity wave spectrum in the atmosphere // *Ann. Geophys.* 2009. V. 27. P. 4105–4124.
22. *Chunchuzov I.P.* On the high-wavenumber form of the Eulerian internal wave spectrum in the atmosphere // *J. Atmos. Sci.* 2002. V. 59. № 5. P. 1753–1772.
23. *Gordeev E.I., Chebrov V.N., Kulichkov S.N. et al.* Monitoring of Explosive Volcano Eruptions in Kamchatka and the Kuriles Islands on Acoustic Data from IMS and KBGS RAS Stations. Presentation at the conference CTBT, Science and Technology 2011 (S&T2011), Vienna, Austria, June 8–10, 2011. Vienna: PTS CTBTO, 2011.

On Acoustic N -Wave Reflections from Atmospheric Stratified Inhomogeneities

I. P. Chunchuzov^a, S. N. Kulichkov^a, and P. P. Firstov^b

^a *Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences, Pyzhevskii per. 3, Moscow, 119017 Russia*
e-mail: igor.chunchuzov@gmail.com, snk@ifaran.ru

^b *Institute of Volcanology and Seismology, Far East Branch, Russian Academy of Sciences, bul'v. Piipa 9, Petropavlovsk-Kamchatskii, 683006 Russia*

Received October 18, 2011; in final form, November 29, 2011

Abstract—The nonlinear propagation of acoustic pulses from a point source of an explosive character (surface explosion or volcano) throughout the atmosphere with stratified wind-velocity and temperature inhomogeneities is studied. The nonlinear distortions of acoustic pulse and its transformation into an N -wave during its propagation to the upper atmosphere are analyzed in the context of a modified Burgers' equation which takes into account a geometric ray-tube divergence simultaneously with an increase in both nonlinear and dissipative effects with height due to a decrease in atmospheric density. The problem of reflection of a spherical N -wave from an atmospheric inhomogeneous layer with model vertical wind-velocity and temperature fluctuations having a vertical spectrum that is close to that observed within the middle atmosphere is considered. The relation between the parameters (form, length, frequency spectrum, and strength) of signals reflected from an atmospheric inhomogeneous layer and the parameters of the atmospheric fine layered structure at reflection heights is analyzed. The theoretically predicted forms of signals reflected from stratified inhomogeneities within the stratosphere and the lower thermosphere are compared to the observed typical forms of both stratospheric and thermospheric arrivals from surface explosions and volcanoes in the zones of an acoustic shadow.

Keywords: stratified inhomogeneities, N -wave, stratopause, lower thermosphere, spectral tail.