

Фундаментальные проблемы практической геомеханики и возможные пути их преодоления

Андрей Викторович ЖАБКО*

Уральский государственный горный университет, Россия, Екатеринбург

Актуальность темы исследований обусловлена тем, что в геомеханике существуют объективные проблемы, связанные с некорректностью представления горного массива континуальной средой. В связи с этим появляются фундаментальные проблемы определения прочностных и деформационных свойств горных массивов, расчета их напряженно-деформированного состояния.

Целью исследования является обобщение существующих проблем геомеханики, выделение из них наиболее значимых и фундаментальных, а также обсуждение возможных путей их преодоления.

Методы исследований. В работе широко использованы аналитические методы исследований с экспериментальной проверкой приводимых результатов.

Результаты и их применение. В работе предложены аналитические критерии пластичности и прочности горных пород и других искусственных материалов, а также функция пластического потенциала для сдвигового характера пластического деформирования и разрушения на основе представления твердых тел континуальной (сплошной) средой. Предлагаемые критерии и функция пластического потенциала сопоставлены и скорректированы с экспериментальными исследованиями по разрушению горных пород в сложном напряженном состоянии. Предложен вариационный принцип дезинтеграции горных массивов, позволяющий определять геометрию поверхностей дезинтеграции. Из данного принципа непосредственно следует, что поверхностью дезинтеграции минимизируются площади (объемы) с пониженным потенциалом (пластические) и увеличиваются площади с повышенным потенциалом (упругие, энергоемкие), при этом минимизируется энергия, затрачиваемая на создание поверхностей дезинтеграции (их длина). На основе данного принципа получена зависимость, связывающая радиус кривизны поверхности сдвиговой дезинтеграции и главные напряжения при разрушении объемными силами (например, гравитация). Предложен критерий роста трещины или фундаментальный параметр иерархии (линейный коэффициент вложения блоков), установлено, что его значение определяется углом внутреннего трения как мерой диссипации энергии при срезе. При рассмотрении горного массива как дискретной блочной среды получено уравнение по типу sin-Гордона, описывающее динамику его деформирования.

Выводы. По результатам выполненных исследований предложен целый ряд критериев, принципов и зависимостей, определяющих процессы пластического деформирования и разрушения (дезинтеграции) горных пород на основе континуальной и блочно-иерархической моделей горного массива.

Ключевые слова: проблемы геомеханики, прочностные и деформационные свойства горных массивов, дезинтеграция и разрушение горных пород, пластическое деформирование, уравнение sin-Гордона.

Введение
Геомеханика – это фундаментальная часть горной науки, изучающая физико-механические свойства горных пород и массивов, их напряженно-деформированное состояние и разрушение, развивающееся под влиянием природных и горнотехнических факторов. Это весьма лаконичное и точное определение геомеханики как науки само по себе уже содержит все ее проблемы.

Для понимания проблем геомеханики вначале необходимо определить ее место среди других технических наук.

Появление и бурное развитие технических наук было обусловлено тем фактом, что теоретическое значение прочности, получаемое из физических (естественнонаучных) предпосылок на молекулярно-ионном уровне, в 500–1000 раз выше прочности реальных твердых тел. Невозможность использования простой экстраполяции для перехода от атомного строения материалов к практическому определению их свойств и прочности явилось, пожалуй, крупнейшим разочарованием в физической науке о поведении материалов [1]. Это способствовало развитию технического (феноменологического, континуального или сплошносреднего) подхода к обоснованию прочности твердых тел.

Фактически отправной точкой или доктриной любой технической науки является понятие «континуум» – сплошная среда, абстрактно введенная и не существующая в реальности материя. Однако такое понятие есть необходимость, с математической точки зрения, для возможности использования аппарата интегрального и дифференциального исчисления (непрерывность функций).

Только после введения данной абстрактной среды появляется возможность исследовать процессы деформирования и разрушения с иных позиций. Теперь речь стала идти не о силовом взаимодействии частиц, а о механических напряжениях, действующих на некоторых площадках тела, непрерывно заполняющего пространство. В более общем случае речь идет о пространственно-временном континууме.

Именно такой подход послужил катализатором научно-технического прогресса. И действительно, большинство окружающих нас материалов – континуальные среды. Жидкость (вода), газ, конструкционные материалы, получаемые человеком с заданной точностью с заданными свойствами (сталь, кирпич, композиты, стекло) и т. д. Успехи механики сплошной среды (гидромеханика, акустика, теория упругости и термоупругости, пластичности и т. д.) дали толчок в развитии самолетостроения, ракетостроения, кораблестроения, машиностроения, строительства промышленных и гражданских сооружений, напорных гидротехнических сооружений, железных дорог и т. д. Еще больший скачок произошел с появлением численных методов решения задач механики сплошной среды (метод конечных элементов МКЭ), реализуемых в программном обеспечении. Появилась возможность решать задачи для тел с произвольной конфигурацией и граничными условиями с заданной точностью.

* zhabkoav@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0002-3081-9522>

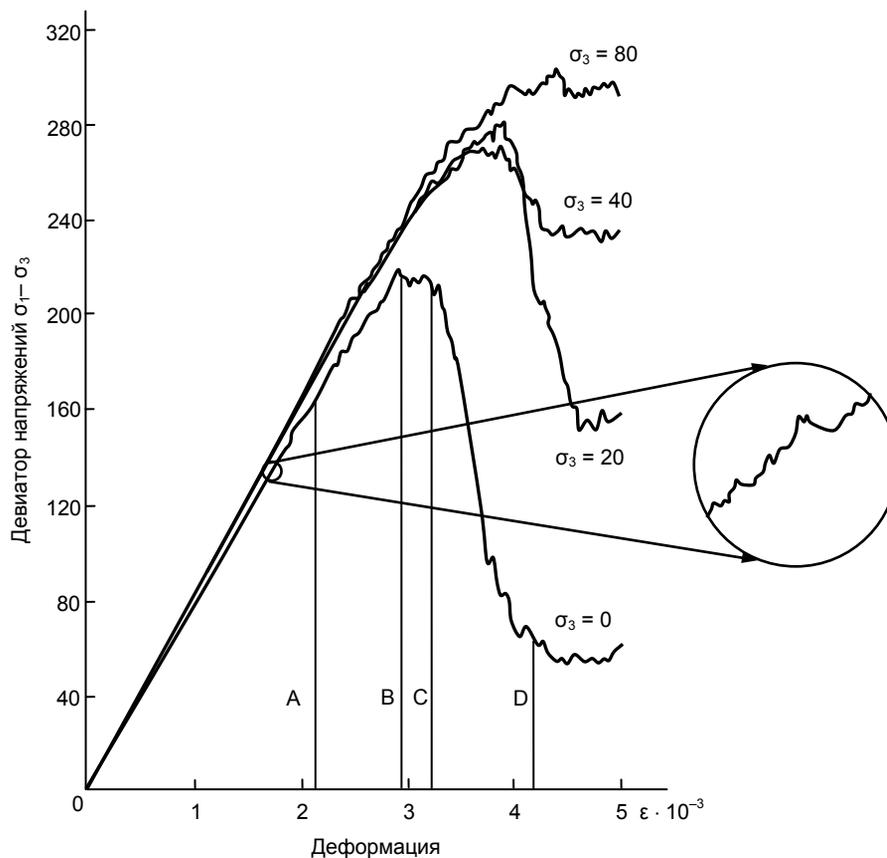


Диаграмма напряжение–деформация для образцов гранита при различном боковом обжатии и малом интервале времени замеров [3].

Stress-deflection chart for the granite sample with differential edging and short-time measurement [3].

Проблемы геомеханики

К сожалению, сказанное неприменимо к горному делу, а точнее, к геомеханике. Реальный горный массив ниже четвертичных отложений, которые являются средой для других технических специалистов (строителей, гидротехников, железно- и автодорожников), является весьма трещиноватой (блочной) средой. И если в первоизданном виде его еще можно рассматривать как сплошную среду, то после его деформаций и локальных разрушений, вызванных проведением горных выработок, данный постулат будет некорректен. Действительно, практически любой геомеханический процесс сопровождается деформированием горного массива как квазисплошной среды, а также разрушением и перемещением дезинтегрированных горных пород. Это затрудняет использование механики сплошной среды для прогнозирования напряженно-деформированного состояния, а точность данного прогноза становится неопределенной. Более того, данная среда, в большинстве своем имеющая иерархически блочное строение (исключением могут выступать сланцеватые породы, т. е. поверхности дезинтеграции есть, а вложения отсутствуют), пребывает в постоянном движении, примерно несколько сантиметров в год. Это движение, по данным некоторых исследователей, приводит к «мозаичности» или «дискретности» напряженно-деформированного состояния горного массива, т. е. зоны сжатия (концентрации) сменяются зонами растяжения (депрессии) или «мертвыми» недеформируемыми зонами. Более того, выделяют трендовую составляющую геодинамических движений, которая имеет относительно постоянную скорость и направление и циклическую, имеющую полигармонический характер и продолжительность от секунд до часов и дней [2].

То есть существует мнение, что механика сплошной среды в принципе непригодна для описания процессов, происходящих в горном массиве. Трещиноватость и иерархичность (самоорганизация) горного массива придают ему заведомо нелинейные свойства, а процессы деформирования, дезинтеграции, релаксации напряжений и ползучести, происходящие в нем, связаны с нелинейными, в том числе медленными волнами, вызванными перемещениями и деформациями структурных элементов. В связи с этим очень сложно говорить об эквивалентности горного массива и линейной гуконской среды.

Иерархическое и самоподобное (фрактальное) строение горного массива подразумевает его самоорганизацию и при дезинтеграции. В работе [3] приводится диаграмма деформирования образца гранита (рисунок) с малым интервалом времени замеров. Анализ данных кривых показывает, что они имеют фрактальную природу. Таким образом, трендовое общее упругое поведение образца горной породы включает в себя ряд скачков и спадов, в целом повторяющих качественную форму всей кривой [3].

Это говорит о том, что упругое поведение всего образца в целом возможно при межзеренном скольжении (запретельном деформировании) на более мелком масштабном уровне. То есть пластическое деформирование и разрушение имеется и на упругой фазе деформирования образца, однако эти деформации развиваются на очень «далеком» мас-

штабном уровне, а видимые пластические деформации мы наблюдаем, когда размер образующихся микротрещин будет находиться с размером образца в определенном соотношении. Таким образом, вообще некорректно говорить об упругом или пластическом поведении горных пород и массивов, не указав размеры рассматриваемого и нагружаемого массивов.

Так, когда мы говорим, что среда сплошная и упругая, подразумевается, что упругим является как бесконечно малый элемент этой среды, так и все тело в целом. Но когда речь заходит об иерархически блочном массиве, упругое поведение объекта в целом, например тектонической плиты или блока, абсолютно не означает такого же состояния на более мелком иерархическом уровне. В этом и состоит принципиальное отличие рассматриваемых сред. С другой стороны, зерна, образующие образец, имеют, как правило, более высокие прочностные и деформационные характеристики, чем сам образец или межзеренные участки, поэтому они также пребывают в упругой фазе деформирования.

Таким образом, первая и основная проблема геомеханики является методологической, т. е. горный массив – это блочная среда, описание физического поведения которой под нагрузкой не представляется возможным в силу отсутствия математического аппарата механики блочных сред.

В последнее время большое развитие получают модели дискретных сред, однако, в силу сложностей, связанных с параметрическим обеспечением данных моделей (отсутствие методик экспериментального установления значений), неопределенностей, вызванных недостаточной обоснованностью характера взаимодействия (упругий, предельно напряженный, вязкий и т. д.) смежных блоков массива, их практическое применение ограничено. Имеются работы по приспособлению механики сплошной среды для массивов с блочной структурой посредством применения контакт-элементов с фиктивной толщиной [4].

Фактически единственным выходом при недостаточном на сегодняшний день развитии механики дискретных или блочных сред является использование для прогноза напряженно-деформированного состояния модели сплошных сред и при этом наделение горного массива некоторыми эквивалентными или интегральными деформационными и прочностными свойствами. Отметим, что модуль упругости трещиноватого массива в несколько раз ниже модуля деформации образцов (структурных блоков), а вот сцепление массива может составлять от 1 до 50 % сцепления ненарушенного трещинами образца. Причем важно, что коэффициенты структурного ослабления при расчете подземных горных выработок обычно составляют 0,1–0,5, а при расчете бортов карьеров и разрезов, как правило, 0,01–0,06. То есть сцепление массива не является константой, а зависит от размеров рассчитываемых элементов систем разработок, степени их обнажения или разгрузки. Более того, сцепление трещиноватого массива в большей степени определяется сцеплением трещин, которое, вследствие фрактальной природы и в зависимости от условий нагружения, может изменяться от нуля до значений сцепления образца, т. е. десятков мегапаскалей.

Разрушение горного массива как блочной среды весьма отлично от представлений о разрушении сплошной среды, обладающей трением и сцеплением. Подразумевается, что сплошная среда разрушается по плоской поверхности под действием нормальных и касательных напряжений на площадке среза. Разрушение же реального горного массива сопровождается скольжением по существующим трещинам отдельно и разворотом структурных элементов (трансляционное и ротационное движение блоков), т. е. все это уже не сдвиговое разрушение в классическом понимании. В связи с этим и величина сцепления уже носит несколько условный характер. Это же можно сказать и про модуль упругости горного массива, деформирование которого вызвано как деформацией самих структурных блоков, так и межблочным проскальзыванием. Что касается коэффициента Пуассона (коэффициента поперечного расширения), то для трещиноватого массива его физическая природа становится неясной, а методик его определения фактически просто не существует.

Тем не менее считается, что существуют некоторые эквивалентные и осредненные характеристики горного массива, которые смогут охарактеризовать его напряженно-деформированное состояние в рамках механики сплошной среды и его разрушение в рамках критерия Кулона. Однако ввиду отсутствия общей теории, описывающей сложный ротационно-трансляционный характер пластического деформирования и разрушения блочных сред (и даже образцов пород с тем же характером разрушения), на практике данные характеристики определяются, как правило, с использованием эмпирических формул и обратных расчетов.

В связи с этим появляется вторая фундаментальная проблема геомеханики – обоснование прочностных и деформационных характеристик трещиноватого горного массива. Не лишним в связи с этим будет сказать и про то, что в силу больших размеров шахтных и карьерных полей, изменчивости свойств горных пород (структурных блоков) и элементов трещиноватости (простираемость, падение, размер, форма, заполненность) отношение объемов выборки к размеру массивов будут иметь порядок ниже 10^{-10} . Это говорит о том, что и механические характеристики самих структурных элементов (образцов) установлены недостаточно. То есть при таком объеме выборки достоверность параметров очень низкая.

В связи с этим необходимо добавить следующее. В отличие от других отраслей инженерных (технических) знаний в геомеханике нет возможности «подобрать материал» для «конструирования и строительства». Любой проектировщик (ракет, самолетов, поездов, кораблей, машин, зданий, сооружений и др.) имеет возможность выбрать материал по прочности, массе и иным характеристикам. К сожалению, в геомеханике и горном деле такой возможности не имеется. Все то, что создано сложнейшими эндогенными и экзогенными геологическими процессами, включая высоконапорные водоносные горизонты, потенциальную карстоопасность, метаноопасность, пльвуны, перенапряженные геологические нарушения, которые приводят при эксплуатации месторождений к разрушению выработок, горным ударам и землетрясениям, затоплению шахт, взрывам метано-воздушной смеси и гибели сотен горняков, и является безальтернативной средой для ведения в ней горных работ. То, что можно сделать в данных стихийных условиях, – выбрать порядок отработки месторождения (систему разработки), что и называется управлением горным давлением и составляет предмет геомеханики.

Большинство конструкционных материалов являются материалами пластического разрушения, для которых фактически отсутствует понятие предела прочности на сжатие, а их расчет осуществляется на растяжение. Практически

все горные породы относятся к материалам хрупкого разрушения, т. е. материалам, обладающим внутренним трением. Сдвиговое разрушение материалов, обладающих внутренним трением, является весьма сложным процессом, сопровождающимся дилатансией. Таким образом, даже в случае принятия модели сплошной среды появляется ряд специфических вопросов при описании деформирования пород в пластической фазе. Фактически можно утверждать, что на сегодняшний день для сдвигового характера деформирования горных пород и сложного (объемного) напряженного состояния в литературе отсутствуют теоретически обоснованные и подтвержденные экспериментом критерии пластичности и прочности, функция пластического потенциала и зависимости, определяющие коэффициент дилатансии. В связи с этим в качестве поверхности текучести и функции пластического потенциала используется предельная кулоновская поверхность. Поэтому коэффициент дилатансии, рассчитанный согласно ассоциированному закону пластического течения, в несколько раз превышает экспериментальные значения, а область упругости ассоциирована с предельной. Это, в свою очередь, приводит к значительному завышению дилатантных изменений при пластическом деформировании и искажению результатов моделирования напряженно-деформированного состояния.

Заметим, что если утрировать понятие горного дела, то можно сказать, что оно сводится к разрушению горных пород. И действительно, отработка месторождения сводится к проведению разного рода выработок (скважин, вскрывающих капитальных, подготовительных, нарезных, очистных и т. д.), при этом основным технологическим процессом является разрушение (бурение – буримость, взрывание – взрываемость, вторичное дробление, рудоподготовка при обогащении – дробимость). Напротив, геомеханика исследует условия устойчивости и прочности массива. Как в первом, так и во втором случае необходимо располагать условиями, при которых происходит разрушение (критерии прочности и пластичности), с которыми, как показано ранее, имеются сложности. В связи с этим исследования условий сдвигового разрушения горных пород как материалов, обладающих внутренним трением и сцеплением, также представляют серьезную и даже первостепенную научную проблему.

Одной из главных задач геомеханики является прогнозирование развития опасных геомеханических процессов. Большинство важных вопросов приходится решать на стадии проектирования, в условиях, когда фактически отсутствуют данные о естественном напряженном состоянии массивов, параметрах процесса сдвижения (углы сдвижения, разрывов) горных пород, элементах трещиноватости массивов и т. д.

Естественное напряженное состояние (напряжения, существующие до начала ведения горных работ) выступает в качестве граничных условий при расчете напряженно-деформированного состояния в элементах системы разработки с использованием моделей механики сплошной среды. Если вертикальная компонента главных напряжений практически во всех случаях определяется гравитацией, т. е. близка по величине к пресловутой γH , то горизонтальная (тектоническая) компонента весьма неопределенна. По данным натурных определений, ее величина может варьироваться в очень широких пределах ($0,5-12$) γH . Однако получить достоверные данные о тектонической составляющей напряжений возможно только проведя специальные исследования в горных выработках, да и то с неопределенной точностью. Дело в том, что существующие способы определения естественных полей напряжений основаны на нагрузке или разгрузке массива малой или большой базы, измерении геометрических параметров деформаций (смещений, конвергенции выработок и т. д.) и их пересчете в компоненты напряжений с использованием математического аппарата теории упругости. Однако главным недостатком такой схемы является использование структурозависимых упругих параметров массива. Таким образом, задача по прогнозированию напряженно-деформированного состояния и возможности разрушения горного массива ставится фактически следующим образом: определить напряжения и деформации в элементах системы разработки при неизвестных нагрузках, что, конечно, невозможно. Таким образом, исходное напряженное состояние горного массива также представляет серьезную проблему в геомеханике. Опять же уместно сравнение с другими техническими направлениями. Если мы проектируем здание, мы знаем его высоту, а соответственно и максимальную нагрузку; если подводную лодку, то регламентируется глубина ее погружения, а значит, и нагрузка.

Аналогичная ситуация возникает при выборе места закладки вертикального шахтного ствола. Как известно, его устье должно быть вынесено за область (зону) опасных деформаций, определяемую углами сдвижения. Однако надежное установление значений углов сдвижения возможно лишь при производстве инструментальных маркшейдерских наблюдений уже на подработанной горными выработками территории.

Геомеханика открытой разработки имеет хоть и специфические проблемы, но их причина также тривиальна и фактически обсуждена выше. При оценке устойчивости откосов наибольшую проблему представляет установление расчетных характеристик горного массива, прежде всего величины сцепления [5]. Для определения коэффициента структурного ослабления имеются лишь приближенные эмпирические зависимости, не объясняющие физики разрушения блочных сред или пресловутые обратные расчеты. Еще одной проблемой является установление критических параметров деформирования бортов карьеров, разрезов и откосов отвалов или же времени до обрушения. Таким образом, на первый взгляд, разные проблемы имеют общие корни – отсутствие математического аппарата механики блочных сред.

Отсутствует способ обоснования устойчивых параметров откосов для объемного напряженного состояния, т. е. задача по оценке устойчивости откосов по методу предельного равновесия решается в плоской постановке. Однако данный вопрос лежит в плоскости проблемы влияния промежуточного главного напряжения на прочность горных пород, которая на сегодняшний день не имеет окончательного решения.

Обобщая сказанное, заметим, что задача практической геомеханики на стадии проектирования может быть сформулирована следующим образом: определить предельные параметры элементов системы разработки (размеры опорных целиков, углы разрывов и сдвижения, углы устойчивых откосов и т. д.) в условиях, когда фактически неизвестны физико-механические характеристики горных массивов, действующие нагрузки (естественные или первичные поля напряжений), а расчетная модель сплошной среды не соответствует реальному горному массиву.

То есть задача горного инженера-геомеханика абсолютно подобна задаче других представителей технической науки, однако в случае горного массива данная задача может быть неопределенной. Методы механики сплошной среды (те-

ория упругости и пластичности) хоть и позволяют получить количественные характеристики напряженно-деформированного состояния массива, но не учитывают многих реальных процессов, происходящих в блочном или иерархически блочном горном массиве при его деформировании и наложении на него других механических полей.

Из сказанного ранее следует, что сколько-нибудь достоверное решение геомеханических задач возможно лишь посредством обратных расчетов. Только процесс дезинтеграции материалов и горных пород объединяет в себе прочностные свойства, предельные нагрузки, концентраторы напряжений и, наконец, фактическую геометрию поверхностей дезинтеграции (разрушения, скольжения). Необходимо лишь установить между этими параметрами связь наподобие уравнения состояния. Используемые в геомеханике традиционные феноменологические критерии прочности локальны, т. е. определяют условия разрушения в точке, а не в теле. Кроме того, как уже отмечалось, они устанавливают только предел прочности, вместе с тем поверхности дезинтеграции появляются уже на стадии пластического упрочнения, критерии наступления которого фактически отсутствуют.

Предлагаемые решения

В рамках модели сплошной среды, обладающей внутренним трением φ и сцеплением C , аналитически получен и экспериментально проверен и подтвержден единый критерий пластичности и прочности горных пород (твердых тел) при сдвиге [7–9]:

– в компонентах главных напряжений σ_1, σ_3 :

$$\sigma_3 = \sigma_1 - 2C \sqrt{\left(1 + \frac{\operatorname{tg} \varphi \sigma_1}{C}\right) \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \varphi k \sigma_3}{C}\right)}; \quad (1)$$

– в компонентах напряжений на площадке среза τ, σ_n :

$$\tau = C(1 + \sin \varphi) + \frac{1+k}{1-k} C \sin \varphi \ln \left| \frac{(1-k)\sigma_n + 2kC \cos \varphi}{(1+k)C \cos \varphi} \right|, \quad (2)$$

определяющий при $k=0$ функцию пластического потенциала и начальную поверхность текучести (предел упругости) для горных пород с пластическим характером разрушения; $0 \leq k \leq 1$ – предел прочности горных пород и предел упругости для горных пород с хрупким характером разрушения ($k \approx 1 - \sin \varphi$); $k \rightarrow 1$ – теоретическую предельную поверхность или предел прочности при сдвиге (срезе), совпадающую с критерием Кулона (Coulomb, 1773 [6]).

На базе решения задачи устойчивости откосов сооружений как континуальной среды получен вариационный принцип дезинтеграции горных пород [7, 8], определяющий функцию поверхности (траекторию) разрушения, который можно сформулировать следующим образом. Форма поверхностей сдвиговой дезинтеграции в твердых телах (горных породах) определяется максимальной работой внешних ΣV и объемных $\Sigma (W - U)$ сил на относительном перемещении частей тела при срезе, при этом минимизируется энергия, затрачиваемая на создание данных поверхностей $\Sigma 2\eta$:

$$\frac{\int_N V(x, y, y') dn + \int_S [W(x, y, y') - U(x, y, y')] dS}{\int_L 2\eta(x, y, y') dl} \rightarrow \max, \quad (3)$$

где A – удельная работа объемных сдвигающих W и удерживающих U сил на возможном перемещении системы при сдвиговой дезинтеграции (сдвиговой потенциал отсека), $A = W - U$; V – удельная работа поверхностных сил; 2η – удельная поверхностная энергия разрушения единицы длины трещины при срезе; dn – элемент нагруженной поверхности тела.

Из принципа (3) следуют достаточно важные выводы. Если внешняя нагрузка постоянна, а объемные силы отсутствуют или ими можно пренебречь, то в однородной среде поверхностями дезинтеграции будут являться плоскости. Примером является дезинтеграция образца горной породы под нагрузкой, массива горных пород под действием тектонических напряжений.

Когда A и η постоянны, а внешняя нагрузка отсутствует, решением вариационного уравнения (3) при отсутствии дополнительных условий для объемной задачи является сфера, а в плоском случае – окружность. Данный результат следует из так называемой изопериметрической задачи (задача Дидоны) и закона ее взаимности. То есть при фиксированной длине максимальную площадь охватывает окружность, и наоборот. Длительное время при расчете устойчивости откосов используется поверхность скольжения в виде дуги окружности. Аналогично происходит формирование кольцеобразных перенапряженных зон вокруг подземных горных выработок – явление зональной дезинтеграции, где отдельные сдвиговые трещины своей совокупностью (ломаная линия, включающая сдвиговые и отрывные трещины) в зонах дезинтеграции охватывают повышенный потенциал (наблюдается дискование зерна), минимизируя длину зон дезинтеграции.

Таким образом, поверхностью дезинтеграции минимизируются площади (объемы) с пониженным потенциалом (пластические) и увеличиваются площади с повышенным потенциалом (перенапряженные, упругие, энергоемкие области), при этом минимизируется энергия, затрачиваемая на создание поверхностей дезинтеграции (их длина). То есть поверхностями (зонами) дезинтеграции отсекается по возможности большее количество потенциальной энергии (сдвиго-

вого потенциала или возможной работы при сдвиге), реализуемой для их создания, и, напротив, уменьшаются размеры пластических областей при минимальном расходе (диссипации) энергии на процесс дезинтеграции.

Отметим, что выражения (1), (2) и (3) являются строгим механико-математическим результатом, полученным из единственного предположения – континуальности (сплошности) среды. Используя данные выражения, можно показать, что радиус кривизны поверхности сдвиговой дезинтеграции пропорционален разности главных напряжений (радиусу круга Мора) и обратно пропорционален объемной силе поля (объемному весу), которая создает данные предельные напряжения:

$$|R| = \frac{[1 + \operatorname{tg}^2 \psi]^{3/2}}{\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \psi} \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\gamma}, \quad (4)$$

где ψ – угол наклона площадки среза к минимальному главному напряжению, который в первом приближении можно принять равным $\pi/4 + \varphi/2$.

Таким образом, кривизна поверхности дезинтеграции является индикатором вида напряженного состояния и его изменения в теле. Из выражения (4) следует, что постоянная кривизна (радиус) означает постоянную разность главных напряжений или одноосное напряженное состояние в каждой точке. Для идеально связных пород и материалов поверхностью дезинтеграции является плоскость. Также следует, что чем прочнее материал, тем кривизна поверхности сдвиговой дезинтеграции меньше.

С использованием вариационного принципа (3) был получен критерий укрупнения сдвиговой трещины или линейный коэффициент вложения блоков при сдвиговой дезинтеграции или фундаментальный параметр иерархии [9]. При отсутствии притока энергии извне дезинтеграция в замкнутой плоской системе может происходить только за счет накопившейся в теле энергии, при этом разрушение или появление трещины на любом масштабном (иерархическом) уровне наступает тогда, когда отношение среднего расстояния между образующимися трещинами к их среднему размеру достигает значения

$$\lambda = 4 \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) = 2,8_{\varphi=0} \dots 3,7_{\varphi=\pi/4}. \quad (5)$$

Другими словами, образование трещин будет возможно только тогда, когда отношение расстояний между ними к их длине будет являться некоторой константой, продиктованной законом сохранения энергии. Данный размер межтрещинного участка необходим для накопления в нем достаточной энергии для создания плоскости дезинтеграции заданного размера. Если размер больше, то и трещина будет длиннее, конечно, в случае отсутствия рассеяния и притока энергии.

Для усредненного значения отношений размеров блоков соседних рангов, равного 3,5 по М. А. Садовскому, исходя из уравнения (5) имеем $\varphi \approx 32^\circ$, что достаточно точно соответствует скальному массиву. Таким образом, формула (5) может быть использована для прогнозирования угла внутреннего трения трещиноватого горного массива.

У параметра иерархии (5) появляется вполне явное и логическое толкование. Чем больше угол внутреннего трения, тем больше энергии тратится на создание новых поверхностей (структур) данных размеров, а значит, межтрещинное расстояние также возрастает. Таким образом, физический смысл критерия (5) – показатель диссипации энергии при создании поверхностей дезинтеграции. В средах, где диссипация энергии за счет внутреннего трения отсутствует, т. е. $\varphi = 0$, $\lambda = 2\sqrt{2}$, что равно удвоенному значению масштабного фактора дезинтеграции, предложенному В. Н. Опариным [10].

Помимо решения прямых геомеханических задач, выражения (1)–(5) позволяют решать обратные задачи. Действительно, в процессе отработки месторождения дезинтеграция массивов повсюду сопровождается развитием горных работ. То есть массив разрушается под действием вторичных полей напряжений (поля, измененные концентрацией – горными выработками). Из зависимости (4) следует, что не имеет значения, каковы причины возникновения поверхностей дезинтеграции, важна лишь их геометрия. Таким образом, используя принцип (3) и зависимости (4), (5) можно решать обратные задачи: по форме поверхностей сдвиговой дезинтеграции определять исходное напряженное состояние, т. е. его распределение, например, с глубиной, в случае известного естественного поля напряжений – коэффициенты концентрации напряжений или прочностные характеристики горного массива.

Заметим также, что зависимости (1)–(4) определяют закономерности дезинтеграции континуальной среды, однако необходимо четко понимать, что блочная среда (горный массив) в первоначальном виде являлась сплошной, поэтому для выявления закономерностей ее поведения как блочной среды необходимо располагать закономерностями ее генеза, т. е. дезинтеграции. Примером является критерий (5), определяющий параметр вложения блочного массива, но полученный из критериев дезинтеграции сплошной среды (1)–(4).

Таким образом, геомеханика, являясь технической наукой, имеет ряд специфических черт, кардинально отличающих ее от других инженерных наук. По-видимому, эти специфические особенности и проблемность некоторых геомеханических, геодинамических, геологических, геофизических и сейсмологических вопросов и являются причиной того, что профессия горняка по сей день является самой опасной, особенно в условиях постоянного роста глубины ведения горных работ. И действительно, глубина ведения горных работ сегодня достигает свыше 4 км, в этом случае гравитационная составляющая напряжений с учетом объемного веса пород и коэффициента концентрации будет иметь значение около 300–400 МПа, что примерно соответствует прочности на одноосное сжатие самой прочной из существующей скальной породы. Излишне даже упоминать о величине накопленной в таком горном массиве потенциальной энергии,

особенно в условиях тектонических полей напряжений, а ведь горные работы подразумевают механическое воздействие на этот массив (бурение, взрывание и т. д.). То есть работа фактически незащищенного человека (шахтера) в непосредственной близости от перенапряженного, как струна, массива в принципе не может быть безопасной. О точности прогноза безопасности ведения горных работ можно судить из ранее приведенных обсуждений, в связи с этим становится справедливым и понятным известное изречение, что «горное дело» – это вовсе не дело, а «горное искусство».

Итак, имеющиеся проблемы геомеханики сводятся, по сути, к одной фундаментальной – отсутствие достаточно обоснованных физических представлений о явлениях, происходящих в блочных средах и их закономерностях, и, как следствие, математического аппарата описания поведения трещиноватых горных массивов под нагрузкой.

«Красной нитью» в вопросах физической мезомеханики, геотектоники, сейсмологии, геофизике и др. прослеживается тезис о вихревом протекании процессов пластического деформирования и разрушения материалов и горных пород, ротационном характере движения тектонических плит, волновом характере перераспределения напряжений в массиве, волнах крутильной поляризации, нелинейных волнах маятникового типа, распространении и перераспределении энергии деформационного процесса в виде медленных деформационных или тектонических волн и движений и т. д. Другими словами, процесс деструкции, перераспределения напряжений и волновые процессы протекают в виде трансляционного смещения структурных элементов и их разворота, т. е. по схеме сдвиг + поворот [11–20].

В последние годы все большее применение в различных областях науки находит так называемое уравнение \sin -Гордона или Клейна–Гордона [12, 15, 16]. Его использование в сейсмологии и геомеханике объясняется тем, что оно имеет решения в виде кинков, бризеров, уединенных волн (солитонов), быстрых и медленных кноидальных волн и каждому из них соответствует свой ход эволюции системы блоков и разломов. Кроме того, солитон \sin -Гордона может останавливаться без изменения своей топологии и вновь приходит в движение. Но самое главное существование такого рода волн в горном массиве, описываемых уравнением \sin -Гордона, подтверждается экспериментальными геофизическими исследованиями [12].

Главной проблемой при создании моделей деформирования блочной среды с использованием уравнения \sin -Гордона является отсутствие физической интерпретации появления собственного момента силы геоблоков (спина). Согласно исследованиям А. В. Викулина [13, 14] по геотектонике, момент силы связан с вращением Земли. Исследователями [15, 16] данный момент вводится посредством привлечения несимметричного тензора напряжений (механика Коссера). Впрочем, такой подход достаточно категорично критикуется в работе [13], указывается на бездоказанность использования несимметричного тензора в рамках теории упругости, на отсутствие физического смысла моментной теории упругости с термодинамической позиции, а также на неуравновешенность кинетического момента всего тела и т. д. В работе [11] указывается, что на сегодняшний день ввиду отсутствия данных о природе собственного момента блоков чисто феноменологически его можно рассматривать как произведение касательного напряжения на длину площадки сдвига.

В рамках проведенных исследований по созданию теории устойчивости отколов как континуальной среды по методу предельного равновесия [21] можно показать, что на стадии пластического деформирования материалов, т. е. при сдвиге по трещине (микротрещине) возникает активный момент силы, равный

$$M = (\tau - \operatorname{tg} \varphi \sigma_n - C) l \cos \varphi r \sin(\vartheta - \varphi), \quad (6)$$

где l , r – длина площадки среза и радиус (средний) блока соответственно; ϑ – угол наклона площадки к выбранной оси.

Если рассматривать горный массив как среду, на макроуровне в которой происходит пластическое течение (межблоковые подвижки), а на микроуровне (в структурном блоке) сохраняется упругая связь, т. е. линейная связь между моментом силы и кривизной граней блоков [16], то уравнение поведения дефрагментированной среды с учетом (6) и плоской задачи (двумерный случай) будет иметь вид:

$$I \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2} - A \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} - B \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} = (\tau - \operatorname{tg} \varphi \sigma_n - C) l \cos \varphi r \sin(\vartheta - \varphi), \quad (7)$$

где A , B – упруго-геометрические постоянные; I – момент инерции геоблока.

Уравнение (7) представляет собой уравнение \sin -Гордона и имеет ряд решений содержащих, в том числе, медленные волны.

Выводы

Таким образом, с использованием уравнений (1)–(7) появляется возможность прогнозирования поведения горного массива на стадиях пластического деформирования и разрушения как континуальной, так и иерархически блочной среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кочарян Г. Г. Деформационные процессы в массивах горных пород. М.: МФТИ, 2009. 378 с.
2. Сашурин А. Д. Современные геодинамические движения и их роль в формировании напряженно-деформированного состояния массива горных пород // Геомеханика в горном деле: докл. Всерос. науч.-техн. конф. с междунар. участием (4–5 июня 2014 г.). Екатеринбург: ИГД УрО РАН, 2014. С. 3–12.
3. Балек А. Е. Учет мозаичности напряженно-деформированного состояния массивов скальных горных пород при решении практических задач недропользования // Проблемы недропользования. Екатеринбург: ИГД УрО РАН, 2018. Вып. 3. С. 140–150.
4. Зотеев О. В. Научные основы расчета конструктивных параметров систем подземной разработки руд с учетом структуры массива и порядка ведения горных работ: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Екатеринбург, 1999. 44 с.
5. Жабко А. В. О проблемах и современных методах оценки устойчивости отколов на открытых горных работах // Проблемы недропользования. Екатеринбург: ИГД УрО РАН, 2018. Вып. 3. С. 96–107.

6. Coulomb A. Essay on the application of the rules of maxima and minima to certain statics problems relevant to architecture. *Memoires presentes a l'Academie*. Paris: Academy of Science, 1773. P. 343–384.
7. Жабко А. В. Законы пластического деформирования и деструкции твердых тел // Изв. УГГУ. 2017. № 2 (46). С. 82–87. <https://doi.org/10.21440/2307-2091-2017-2-82-87>
8. Жабко А. В. Прочность континуума (твердых тел) // Изв. вузов. Горный журнал. 2017. № 4. С. 47–55. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=29299923>
9. Жабко А. В. Теоретические и экспериментальные аспекты пластического деформирования и разрушения горных пород // Изв. УГГУ. 2018. № 1 (49). С. 68–79. <https://doi.org/10.21440/2307-2091-2018-1-68-79>
10. Опарин В. Н., Курленя М. В. О скоростном разрезе земли по Гутенбергу и возможном его геомеханическом объяснении. Ч. I. Зональная геодезинтеграция и иерархический ряд геоблоков // ФТПРПИ. 1994. № 2. С. 14–26.
11. Макаров П. В. Подход физической мезомеханики к моделированию процессов деформации и разрушения // Физическая мезомеханика. 1998. Т. 1. № 1. С. 61–81. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=12913615>
12. Быков В. Г. Нелинейные волны и солитоны в моделях разломно-блоковых геологических сред // Геология и геофизика. 2015. Т. 56, № 5. С. 1008–1024. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=23527753>
13. Викулин А. В., Иванчин А. Г. О современной концепции блочно-иерархического строения геосреды и некоторых ее следствиях в области наук о Земле // ФТПРПИ. 2013. № 3. С. 67–84. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=19404459>
14. Викулин А. В., Махмудов Х. Ф., Иванчин А. Г., Герус А. И., Долгая А. А. О волновых и реидных свойствах земной коры // Физика твердого тела. 2016. Т. 58. № 3. С. 547–557. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=25668922>
15. Гарагаш И. А. Уединенные тектонические волны в верхней мантии // Тектонофизика и актуальные вопросы наук о Земле: Четвертая тектонофизич. конф. ИФЗ РАН. 2016. С. 456–460.
16. Гарагаш И. А., Николаевский В. Н. Механика Коссера для наук о Земле // Вычислительная механика сплошных сред. 2009. Т. 2, № 4. С. 44–66. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=16355033>
17. Панин В. Е. Основы физической мезомеханики // Физическая мезомеханика. 1998. Т. 1. № 1. С. 5–22. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=12913611>
18. Панин В. Е., Гриняев Ю. В., Псахье С. Г. Физическая мезомеханика: достижения за два десятилетия развития, проблемы и перспективы // Физическая мезомеханика. 2004. Т. 7. S1-1. С. 25–40. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=10365838>
19. Курленя М. В., Опарин В. Н. Проблемы нелинейной геомеханики. Ч. I // ФТПРПИ. 1999. № 3. С. 12–26. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=14947953>
20. Курленя М. В., Опарин В. Н. Проблемы нелинейной геомеханики. Ч. II // ФТПРПИ. 2000. № 4. С. 3–26. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=14954392>
21. Жабко А. В. Аналитическая геомеханика. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2016. 224 с.

Статья поступила в редакцию 16 июля 2018 г.

Underlying problems of practical geomechanics and possible ways to overcome them

Andrey Viktorovich ZHABKO*

Ural State Mining University, Ekaterinburg, Russia

Relevance of the research is due to the fact that there are some problems in geomechanics associated with the incorrect presentation of the mountain mass by the continuum environment. In this regard, some fundamental problems may occur in determining the strength and deformation properties of mountain ranges, the calculation of their stress-strain behavior.

Purpose of the study is to summarize the existing problems of geomechanics, determination the most significant ones, as well as to discuss possible ways to overcome them.

Methods of the study. Analytical methods of the research with experimental verification of the specified results are used in this work.

Results and their application. This paper is intended to propose analytical criteria for plasticity and strength for rocks and other artificial materials, as well as the function of plastic potential for the strike-slip character of plastic deformation and destruction, based on the representation of solid bodies as the continuum environment. The proposed criteria and function of plastic potential were compared and adjusted with some experimental studies on the destruction of mountain rocks in a complex stress pattern. A variational principle of the disintegration of mountain ranges is proposed, which makes it possible to determine the geometry of the surfaces of disintegration. It follows that the surface of disintegration minimizes areas (volumes) with reduced potential (plastic), and areas with increased potential (elastic, energy-intensive ones) increase while minimizing the energy spent on creating surfaces (their length). On the basis of this principle, dependence has occurred; it connects the radius of curvature of the surface of shear disintegration and the main stresses while destruction by body forces (for example, gravity). A criterion for a crack extension or a fundamental hierarchy parameter (linear factor of blocks) is proposed; it is established that its value is determined by the angle of shearing resistance, as a measure for energy dissipation during when shearing. When considering a mountain massif as a discrete block medium, the sine-Gordon equation was obtained, which describes the deformation dynamics.

Conclusions. According to the results of the research, a number of criteria, principles, and dependencies were proposed that determine the processes of plastic deformation and destruction (disintegration) of rocks based on continuum and block-hierarchical models of the mountain massif.

Keywords: problems of geomechanics, strength and deformation properties of mountain ranges, disintegration and destruction of rocks, plastic deformation, sin-Gordon equation.

REFERENCES

- Kocharyan G. G. 2009, *Deformatsionnyye protsessy v massivakh gornykh porod* [Deformation processes in rock masses]. Moscow, 378 p.
- Sashurin A. D. 2014, *Sovremennyye geodinamicheskiye dvizheniya i ikh rol' v formirovaniinapryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya massa gornykh porod* [Modern geodynamic movements and their role in the formation of the stress-strain behaviour of the rock mass]. *Geomechanics in mining: proceedings of the All-Russian scientific and technical conference with international participation*, June 4–5, pp. 3–12.
- Balek A. E. 2018, Consideration of the mosaic structure of the stress-strain behavior of massive rock mass in solving practical problems of subsoil use. *Problemy nedropol'zovaniya* [Issues of subsoil use], issue 3. Ekaterinburg, pp. 140–150. (In Russ.)
- Zoteev O. V. 1999, Scientific basis for calculating the design parameters of underground ore mining systems, taking into account the structure of the massif and the order of mining operations. PhD thesis. Ekaterinburg, 44 p.
- Zhabko A. V. 2018, About the problems and modern methods for assessing the sustainability of open cast mining. *Problemy nedropol'zovaniya* [Issues of subsoil use], issue 3, Ekaterinburg, pp. 96–107. (In Russ.)
- Coulomb A. 1773, Essay on the application of the rules of maxima and minima to certain statics problems relevant to architecture. *Memoires presentes a l'Academie*. Paris: Academy of Science, pp. 343–384.
- Zhabko A. V. 2017, Laws of plastic deformation and destruction of solids. *Izvestiya UGGU* [News of the Ural State Mining University], no. 2 (46), pp. 82–87. (In Russ.) <https://doi.org/10.21440/2307-2091-2017-2-82-87>
- Zhabko A. V. 2017, The strength of the continuum (of solid bodies). *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Gornyi zhurnal* [News of the Higher Institutions. Mining Journal], no. 4, pp. 47–55. (In Russ.) URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=29299923>
- Zhabko A. V. 2018, Theoretical and experimental aspects of plastic deformation and destruction of rocks. *Izvestiya UGGU* [News of the Ural State Mining University], no. 1 (49), pp. 68–79. (In Russ.) <https://doi.org/10.21440/2307-2091-2018-1-68-79>
- Oparin V. N., Kurlenya M. V. 1994, About the velocity profile of the earth according to Guttenberg and a possible geo-mechanical explanation. Part I. Zonal geo-disruption and hierarchical row of geo-blocks. *Fiziko-tekhnicheskiye problemy razrabotki poleznykh iskopayemykh* [Journal of Mining Science], no. 2, pp. 14–26. (In Russ.)
- Makarov P. V. 1998, Physical mesomechanics approach to modeling the processes of deformation and fracture. *Fizicheskaya mezomekhanika* [Physical mesomechanics], no. 1, pp. 61–81. (In Russ.) URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=12913615>
- Bykov V. G. 2015, Nonlinear waves and soliton waves in fault block models of geological terrains. *Geologiya i geofizika* [Geology and Geophysics], Vol. 56, No 5, pp. 1008-1024. (In Russ.) URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=23527753>
- Vikulin A. V., Ivanchin A., G. 2013, About the modern concept of the block-hierarchical structure of the geological terrain and some of its consequences in the Earth sciences. *Fiziko-tekhnicheskiye problemy razrabotki poleznykh iskopayemykh* [Journal of Mining Science], No 3, pp. 67-84. (In Russ.) URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=19404459>
- Vikulin A. V., Makhmudov Kh. F., Ivanchin A. G. et al. 2016, On wave and rheidity properties of the Earth's crust. *Fizika tverdogo tela* [Physics of the Solid State], vol. 58, issue 3, pp. 547–557. (In Russ.) URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=25668922>
- Garagash I. A. 2016, *Uyedinennyye tektonicheskiye volny v verkhney mantii* [Solitary tectonic waves in the upper mantle]. *Tectonophysics and current issues of Earth sciences. The fourth tectonic-physical conference of The Schmidt Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Sciences*, pp. 456–460. (In Russ.)
- Garagash I. A., Nikolaevsky V. N. 2009, Cosserat mechanics for the Earth Sciences. *Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred* [Computational Continuum Mechanics], vol. 2, no. 4, pp. 44–66. (In Russ.) URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=16355033>

* ✉ zhabkoav@mail.ru

🌐 <https://orcid.org/0000-0002-3081-9522>

17. Panin V. E. 1998, Fundamentals of physical mesomechanics. *Fizicheskaya mezomekhanika* [Physical mesomechanics], no. 1, pp. 5–22. (*In Russ.*) URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=12913611>
18. Panin V. E., Grinyaev Yu. V., Psakhie S. G. 2004, Physical mesomechanics: advances for two decades of development, problems and prospects. *Fizicheskaya mezomekhanika* [Physical mesomechanics], vol. 7, issue S1-1, pp. 1–25. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=10365838>
19. Kurlenya M. V., Oparin V. N. 1999, Problems of nonlinear geomechanics. Part I. *Fiziko-tekhnicheskiye problemy razrabotki poleznykh iskopayemykh* [Journal of Mining Science], no. 3, pp. 12–26. (*In Russ.*) URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=14947953>
20. Kurlenya M. V., Oparin V. N. 2000, Problems of nonlinear geomechanics. Part II. *Fiziko-tekhnicheskiye problemy razrabotki poleznykh iskopayemykh* [Journal of Mining Science], no. 4, pp. 3–26. (*In Russ.*) URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=14954392>
21. Zhabko A. V. 2016, *Analiticheskaya geomekhanika* [Analytical geomechanics]. Ekaterinburg, 224 p.

The article was received on July 16, 2018