УДК 622.83+539.3
DOI: 10.33764/2618-981X-2019-2-4-229-236

МЕТОД ОЦЕНКИ РЕОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГОРНЫХ ПОРОД ПО ДАННЫМ ПОДЗЕМНОЙ ГЕОДЕЗИИ В РАМКАХ ВЯЗКОУПРУГОЙ МОДЕЛИ

Антон Владимирович Панов
Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, 630091, Россия, г. Новосибирск, Красный пр., 54, младший научный сотрудник лаборатории горной информатики, (383)205-30-30, доп. 173, e-mail: anton-700@yandex.ru

Леонид Анатольевич Назаров
Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, 630091, Россия, г. Новосибирск, Красный пр., 54, доктор физико-математических наук, зав. лабораторией горной информатики, тел. (383)205-30-30, доп. 337, e-mail: naz@misd.ru

Нелли Александровна Мирошниченко
Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, 630091, Россия, г. Новосибирск, Красный пр., 54, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник лаборатории горной информатики, тел. (383)205-30-30, доп. 174, e-mail: mna@misd.ru

Рассмотрен метод оценки реологических свойств конструктивных элементов камерно-столбовой системы подземной разработки месторождений твердых полезных ископаемых. Метод основывается на решении обратных задач смешанного типа в рамках двумерной вязкоупругой модели геосреды. Показана возможность определения in situ параметров уравнений состояния, описывающих реологическое деформирование пород. Численными экспериментами с использованием синтетических входных данных (относительные смещения точек контура выработанного пространства, зарегистрированные методами подземной геодезии) для заданной абсолютной точности аппаратуры установлен необходимый объем измерительных данных, обеспечивающий разрешимость обратной задачи.

Ключевые слова: породный массив, напряженно-деформированное состояние, геомеханическая модель, смешанная обратная задача, метод конечных элементов, вязкоупругость, реология.

METHOD OF ESTIMATION OF RHEOLOGICAL CHARACTERISTICS OF ROCK MASS USING DATA OF UNDERGROUND GEODESY IN TERMS OF VISCOELASTIC MODEL

Anton V. Panov
Chinakal Institute of Mining SB RAS, 54, Krasny Prospect St., Novosibirsk, 630091, Russia, Junior Researcher, phone: (383)205-30-30, extension 173, e-mail: anton-700@yandex.ru

Leonid A. Nazarov
Chinakal Institute of Mining SB RAS, 54, Krasny Prospect St., Novosibirsk, 630091, Russia, D. Sc., Head of Mining Information Science Laboratory, phone: (383)205-30-30, extension 337, e-mail: naz@misd.ru

Nelli A. Miroshnichenko
Chinakal Institute of Mining SB RAS, 54, Krasny Prospect St., Novosibirsk, 630091, Russia, Ph. D., Researcher, Mining Information Science Laboratory, phone: (383)205-30-30, extension 174, e-mail: mna@misd.ru

Method of estimation of rheological properties of constructive elements of room-and-pillar mining of solid mineral deposits is considered. The method is based on solution of inverse problems of mixed type in the context of two dimensional viscoelastic model of structure. Feasibility of in situ determination of parameters for constitutive equations describing rheological deformation of rocks is shown. The numerical experiments implemented with synthetic input data (relative displacements recorded at the points of mined-out void boundary using in-mine geodetics techniques) for the preset absolute precision of equipment provide the measurement data amount required to ensure resolvability of inverse problem.

Key words: solid, stress-strain behavior, geo-mechanical model, finite-element method, viscoelasticity, rheology.

Многие горные породы при длительном нагружении проявляют реологические свойства. При моделировании технологических процессов отработки месторождений полезных ископаемых, оседании земной поверхности, конвергенции контура выработок, устойчивости целиков для описания реологического поведения пород используют различные уравнения состояния [1-5], значения параметров которых могут быть определены в лабораторных условиях. Однако ряд связанных с этим сложностей, как например, чувствительность некоторых параметров к виду напряженного состояния, длительное время проведения эксперимента на ползучесть в случае слабо выраженных реологических свойств, пространственная вариативность реологических свойств, приводит к необходимости определения параметров уравнений состояния in situ [6].

В настоящей работе рассматривается задача оценки реологических свойств горных пород по данным измерения относительных смещений контура выработок.

Рассмотрим фрагмент типичной конфигурации подземного пространства, возникающего при реализации камерно-столбовой системы отработки пластового месторождения неглубокого субгоризонтального залегания с оставлением ленточных целиков (рис. 1), характерной для калийных рудников.

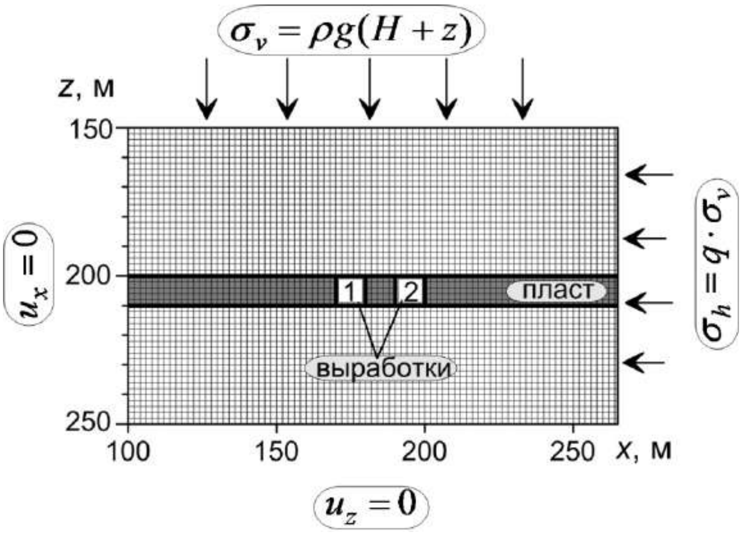


Рис. 1. Фрагмент дискретизации расчетной области на конечные элементы и граничные условия

Размеры расчетной области по осям (x, z) декартовой системы координат составляют $L_x = L_z = 200$ м; верхняя граница располагается на глубине $H = 100$ м. На расстоянии 100 м от верхнего края расчетной области субгоризонтально залегает пласт мощностью 10 м, обладающий вязкоупругими свойствами. В центре области в пласте пройдены две протяженные выработки в направлении, перпендикулярном сечению, так что в первом приближении можно считать, что исследуемый участок находится в плоском деформированном состоянии [7]. Между выработками располагается предохранительный целик. Геометрические размеры выработок и целика – 10×10 м. Расчетная область находится в поле действия вертикального σ_v и горизонтального σ_h сжимающих напряжений. Вертикальное напряжение соответствует весу вышележащих пород, а горизонтальное характеризуется коэффициентом бокового отпора q.

Уравнения, определяющие деформирование вязкоупругой среды во времени выберем в виде [8]

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{K_0}\left[\sigma(t) + \delta_v \int_0^t (t-s)^{-\alpha} \sigma(s) ds\right],$$
$$\gamma(t) = \frac{1}{\mu_0}\left[\tau(t) + \delta_s \int_0^t (t-s)^{-\alpha} \tau(s) ds\right], \tag{1}$$

где ε – объемная деформация, σ – среднее напряжение, γ – главный сдвиг, τ – максимальное касательное напряжение, $K_0 = \lambda_0 + 2\mu_0 / 3$, λ_0 и μ_0 – «мгновенные» значения констант Ламе, соответствующие моменту времени $t = 0$; α, δ_v, δ_s – параметры, характеризующие реологические свойства пород.

В результате инверсии (1) получим:

$$\sigma(t) = \frac{K_0}{D_v} \varepsilon(t),$$
$$\tau(t) = \frac{\mu_0}{D_s} \gamma(t), \tag{2}$$

где $D_v = 1 + \delta_v t^{1-\alpha} / (1-\alpha)$, $D_s = 1 + \delta_s t^{1-\alpha} / (1-\alpha)$.

Тогда параметры Ламе $\lambda_1(t)$ и $\mu_1(t)$ для вязкоупругой задачи могут быть представлены в виде:

$$\mu_1(t) = \mu_0 / D_s,$$
$$\lambda_1(t) = \frac{\lambda_0 + 2\mu_0 / 3}{D_v} - \frac{2}{3}\frac{\mu_0}{D_s}. \tag{3}$$

Для описания деформирования породного массива воспользуемся системой уравнений линейной теории вязкоупругости, включающей:

– уравнения равновесия

$$\sigma_{ij,j} + \rho g \delta_{iz} = 0, \tag{4}$$

– закон Гука

$$\sigma_{ij} = \lambda_1 \varepsilon \delta_{ij} + 2\mu_1 \varepsilon_{ij}, \tag{5}$$

– соотношения Коши

$$\varepsilon_{ij} = 0.5(u_{i,j} + u_{j,i}), \tag{6}$$

где σ_{ij} и ε_{ij} – компоненты тензоров напряжений и деформаций ($i, j = x, z$), u_i – смещения, ρ – плотность пород, g – ускорение свободного падения, δ_{ij} – символ Кронекера.

На границе расчетной области сформулируем следующие условия:

$$u_x(0,z) = 0, \qquad \sigma_{xz}(0,z) = 0; \tag{7}$$

$$\sigma_{xx}(L_x,z) = q\sigma_V(z), \qquad \sigma_{xz}(L_x,z) = 0; \tag{8}$$

$$\sigma_{zz}(x,0) = \rho g H, \quad \sigma_{xz}(x,0) = 0; \tag{9}$$

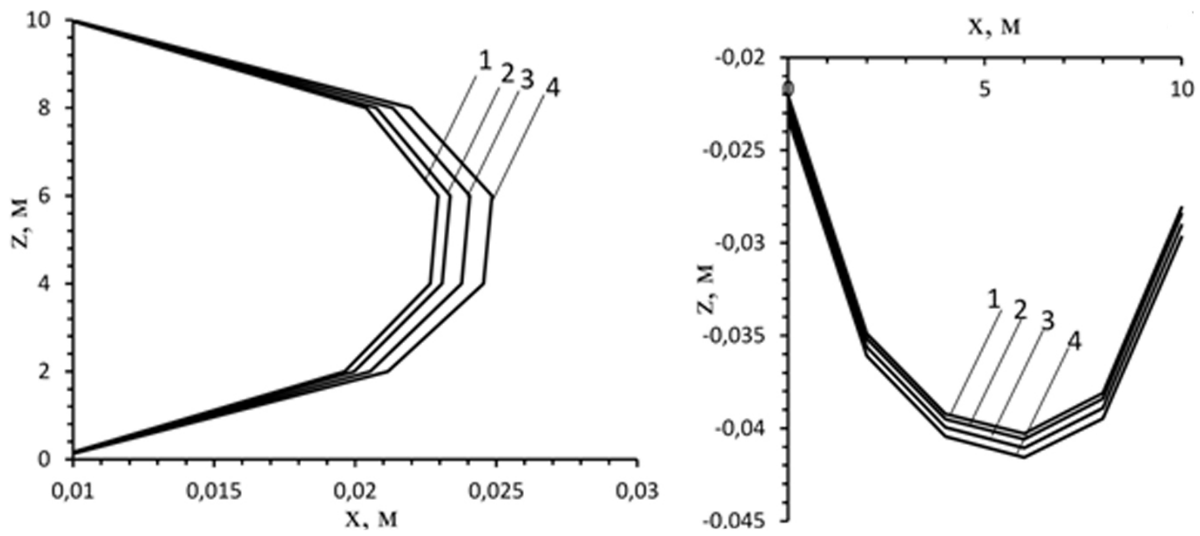
$$u_z(x, H + L_z) = 0, \sigma_{xz}(x, H + L_z) = 0, \tag{10}$$

Контуры выработок свободны от напряжений.

Система уравнений (4) – (6) решалась с использованием оригинального кода [9], реализующего метод конечных элементов для структурно-неоднородных сред с нарушениями сплошности. Сетка конечных элементов построена с шагом 2 м по пространству и содержит 10201 узел. Расчеты выполнялись при условии, что вмещающая порода – упругая среда: $\rho = 2500$ кг/м^3, модуль Юнга *E = 2 ГПа,* коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$ [10], а пласт представляет собой каменную соль с вязкоупругими свойствами $\lambda_0 = \mu_0 = 0.67$ ГПа, $\alpha = 0.7$, $\delta_v = 0.0001\,ч^{\alpha-1}$, $\delta_s = 0.0018\,ч^{\alpha-1}$ [10,11].

Внешнее поле напряжений, которое в шахтных условиях может быть определено методом измерительного гидроразрыва [12], складывается из веса вышележащих пород и коэффициента бокового отпора $q = 0.8$. Будем считать, что выработки 1 и 2 образованы одновременно.

На рис. 2 представлена конвергенция контура выработки 1 по данным, полученным с различным интервалом наблюдений от момента формирования выработки.



а) *б*)

Рис. 2. Конвергенция стенок выработки (*а*), кровли и почвы (*б*) для различных значений t:

1 – день, 2 – месяц, 3 – 12 месяцев, 4 – 48 месяцев

Данные регистрировались в 24 измерительных пунктах, равномерно расположенных вдоль стенок, в кровле и почве выработки. Следует отметить, что со временем скорость конвергенции уменьшается, что связано с уплотнением целика и перераспределением напряжений. Этот факт необходимо учитывать при планировании измерений в натурных условиях.

Численными экспериментами установлено, приращение смещений контуров составляет 10-12 мкм за первые 10 дней после образования выработок, но со временем уменьшается до 5 мкм в последующие 50 дней, что потребует более точных измерений и приборов.

Сформулируем обратную задачу: определить реологические параметры геомеханической модели $\alpha, \delta_s, \delta_v$ для протяженного целика с однородными физическими свойствами, используя данные о смещениях контура расположенной рядом выработки. Следить за сдвижением контура выработки можно, например, с помощью реперов и высокоточных нивелиров [13], либо скважинных деформометров, обеспечивающих разрешающую способность до 5 мкм [14].

Для определения реологических параметров $\alpha, \delta_s, \delta_v$ введем функционал Φ, минимум которого доставляет решение задачи:

$$\begin{gathered}\Phi(\alpha,\delta_s,\delta_v)=\sum_t\left[\psi SU_x+(1-\psi)SU_z\right],\\ SU_x=\sum_n\left[\Delta U(z_n,\alpha,\delta_s,\delta_v,t)-\Delta U_{real}(z_n,t)\right],\\ SU_z=\sum_m\left[\Delta V(x_m,\alpha,\delta_s,\delta_v,t)-\Delta V_{real}(x_m,t)\right],\end{gathered} \tag{11}$$

где x_m, z_n – координаты, задающие местоположение пунктов измерений относительных вертикальных ΔV и горизонтальных ΔU смещений контура выработки, $\Delta U(z_n,\alpha,\delta_s,\delta_v,t)$ и $\Delta V(x_m,\alpha,\delta_s,\delta_v,t)$ – расчетные значения смещений, ψ – весовой коэффициент, надлежащий выбор которого может обеспечить унимодальность целевого функционала Φ, ΔU_{real} и ΔV_{real} – результаты натурных измерений. При численном моделировании в качестве последних использовались синтетические данные:

$$\begin{aligned} \Delta U_{real}(z_n,t) &= (1+\xi)\Delta U(z_n,\alpha^*,\delta_s^*,\delta_v^*,t), \\ \Delta V_{real}(x_m,t) &= (1+\xi)\Delta V(x_m,\alpha^*,\delta_s^*,\delta_v^*,t), \end{aligned} \tag{12}$$

где $\alpha^*,\delta_s^*,\delta_v^*$ – искомые значения параметров (точное решение), ξ – равномерно распределенная на отрезке $\left[-A_{err};A_{err}\right]$ случайная величина, имитирующая мультипликативный шум.

Амплитуда случайной ошибки A_{err} варьировалась в пределах от 1% до 20%, ψ – в интервале [0; 1] с шагом 0.2. Искомые параметры выбирали, исходя из [10, 15]: $\alpha^* = 0.7$, $\delta_s^* = 0.0018\,ч^{-1}$, $\delta_v^* = 0.0001ч^{-(1-\alpha)}$. Продолжительность наблюдений изменялась в широком диапазоне от 1 дня до 10 лет, с периодичностью регистрации данных 1 день и 1 месяц.

На рис. 3 изображены изолинии функционала $\Phi(\alpha,\delta_s,\delta_v)$ с ошибкой во входных данных 20%. Можно видеть, что на рис. 3*а*,*б* функционал имеет выраженную овражную структуру; для нахождения его минимума можно воспользоваться методом сопряженных градиентов [16,17].

Ошибка во входных данных, которая может быть инструментальной, либо связанной с недостаточно адекватной оценкой состояния целиков, довольно сильно влияет на время наблюдений, необходимое для поиска значений реологических параметров. Так при ошибке во входных данных в 10% требуемый объем измерительных данных может быть получен за 36 замеров смещений в пунктах регистрации, а при ошибке в 20% он увеличивается уже до 84; при этом периодичность съема данных на результат численных расчетов влияния не оказывает. Как показали результаты модельных экспериментов, реологические параметры α,δ_s даже при заметной помехе ($\xi = 0.2$) можно найти практически точно. К параметру δ_v целевая функция оказалась менее «чувствительна» (значение δ_v, как правило, на порядок меньше δ_s), и для его поиска требуется больший объем данных.

Предложенный метод определения реологических свойств горных пород, основанный на решении обратной задачи смешанного типа в рамках двумерной вязкоупругой модели геосреды, может быть реализован на данных подземной геодезии, а найденные таким образом параметры уравнений состояния позволяют прогнозировать устойчивость несущих элементов технологий отработки месторождений с помощью форвардных расчетов.

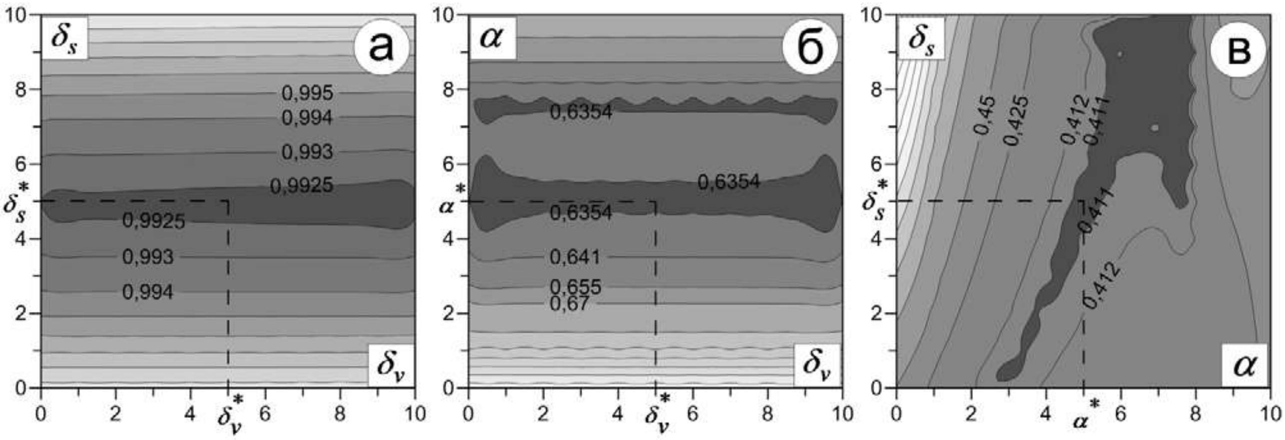


Рис. 3. Изолинии целевой функции Ф в сечениях:

а) $\Phi(\alpha = const)$; *б*) $\Phi(\delta_S = const)$; *в*) $\Phi(\delta_V = const)$

Работа выполнена в рамках проекта ФНИ № гос. регистрации АААА-А17-117122090002-5.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ержанов Ж. С. Теория ползучести горных пород и ее приложения // Алма-Ата: Наука. – 1964. – Т. 175.

2. Барях А. А., Константинова С. А., Асанов В. А. Деформирование соляных пород. – Екатеринбург: УрО РАН, 1996.

3. Барях А. А. и др. Прогноз нарастания оседаний земной поверхности при отработке свиты калийных пластов // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2005. – №. 4. – С. 26-34.

4. Дядьков П.Г., Назаров Л.А., Назарова Л.А. Трехмерная вязкоупругая модель литосферы Центральной Азии: методология построения и численный эксперимент // Физическая мезомеханика. – 2004. – Т. 7, № 1. – С. 91-101.

5. Назарова Л.А., Назаров Л.А., Козлова М.П. Роль дилатансии в формировании и эволюции зон дезинтеграции в окрестности неоднородностей в породном массиве // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2009. – № 5. – С. 3-12.

6. Лаптев Б. В., Комков В. Ф., Азанова Н. С. Определение реологических параметров функции ползучести сильвинита по натурным данным // Разработка соляных месторождений. – Пермь: ППИ. – 1986.

7. Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 872 с.

8. Назарова Л. А., Назаров Л. А. Оценка устойчивости целиков на основе вязкоупругой модели породного массива // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2005. – №. 5. – С. 10-17.

9. Назарова Л.А. Моделирование объемных полей напряжений в разломных зонах земной коры // Доклады АН. – 1995. – Т.342, № 6. – С.804-808.

10. Барях А.А., Константинова С.А., Асанов В.А. Деформирование соляных пород. – Екатеринбург: УрО РАН, 1996. – 204 с.

11. Пермяков Р. С. и др. Справочник по разработке соляных месторождений // М.: Недра. – 1986.

12. Скулкин А.А. Экспериментальное определение параметров поля напряжений на соляном руднике в Соликамске // IX Междунар. конф. мол. уч. и студ. «Современные техника и технологии в научных исследованиях»: сб. материалов (Бишкек, Кыргызстан, 27–28 марта 2017 г.). – Бишкек: НС РАН, 2017. – С. 168–174.

13. ГОСТ Р. 53340–2009. Приборы геодезические. Общие технические условия. – 2010.

14. Опарин В. Н. и др. Методы и измерительные приборы для моделирования и натурных исследований нелинейных деформационно-волновых процессов в блочных массивах горных пород. – 2007.

15. Пермяков Р. С. и др. Справочник по разработке соляных месторождений // М.: Недра. – 1986.

16. Назаров Л. А. и др. Оценка напряжений и деформационных свойств породных массивов на основе решения обратной задачи по данным измерений смещений на свободных границах // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2012. – Т. 15. – №. 4. – С. 102-109.

17. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1988. – 550 с.