

УДК 550.83

## ВЫДЕЛЕНИЕ И ОКОНТУРИВАНИЕ ГРАВИТИРУЮЩИХ ОБЪЕКТОВ СОВРЕМЕННЫМ МЕТОДОМ ПЕРЕСЧЕТА ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ В НИЖНЕЕ ПОЛУПРОСТРАНСТВО

© 2013 З.З. Арсанукаев

*Институт Физики РАН, Москва, 123995; e-mail Zaindy@mail.ru*

Разработан пакет компьютерных программ «GrAnM», реализующий алгоритмы, посредством которых находятся решения дискретного уравнения Лапласа в задаче аналитического продолжения потенциального поля в нижнее полупространство и решения некоторых вспомогательных задач. Результаты расчетов визуализируются в виде графиков восстановленных значений гравитационного поля на разных глубинах, что позволяет визуально интерпретировать результаты вычислительных экспериментов, выполняя выделение и оконтуривание аномалиеобразующих тел. Результаты вычислительных экспериментов, свидетельствуют о высокой разрешающей способности представленного метода интерпретации данных гравиметрических измерений.

*Ключевые слова:* пакет компьютерных программ «GrAnM», гравитационного поле, нижнее полупространство.

### ВВЕДЕНИЕ

Стремительное развитие вычислительной техники в последние тридцать лет придало мощный импульс приложению методов вычислительной математики в естествознании, и, в частности, в геофизике. Решение задач, еще недавно считавшихся неразрешимыми из-за громоздкости вычислений, стало вновь актуальным благодаря привлечению современных вычислительных ресурсов. К числу таких задач относится проблема аналитического продолжения значений магнитного и гравитационного полей, заданных на поверхности Земли в нижнее полупространство. Все попытки применения на практике аналитического продолжения заданных значений геопотенциальных полей с использованием метода сеток в область расположения их источников в прошлом оканчивались неудачей. Максимальная глубина, на которую удавалось аналитически продолжить поле, составляла 1-2 шага сетки (Андреев, Клушин, 1965). Причина неудачи кроется в последовательном пересчете значений поля с использованием метода сеток от узла к узлу, что приводит к быстрому накоплению погрешностей, неизбежно сопровождающих процесс вычислений

(ошибки измерений заданных значений поля, погрешности при округлении и др.). Ситуация стала меняться в связи появлением метода дискретных аппроксимаций, предложенного В.Н. Страховым (1989), который редуцирует задачу аналитического продолжения потенциального поля к составлению и решению системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Использование современных вычислительных систем, обладающих значительными вычислительными ресурсами (быстродействием и объемом оперативной памяти) позволяет восстанавливать поле сразу во всех точках заданной сеточной области в нижнем полупространстве и, таким образом, решение СЛАУ с использованием итерационного метода позволяет перераспределить погрешности между всеми значениями искомого многомерного вектора поля, и, следовательно, нивелировать их.

### МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Основные положения метода дискретных аппроксимаций (Страхов, Арсанукаев, 2001) состоят в следующем. Непрерывное трехмерное или двумерное пространство заменяется сеточным пространством, частные производные

в непрерывном уравнении Лапласа заменяются конечными разностями второго порядка и краевые условия, которые ранее задавались в виде непрерывных функций, представляются сеточными функциями. Таким образом, задача аналитического продолжения заданных на поверхности Земли значений физических полей вниз сводится к задаче составления и решения систем линейных алгебраических уравнений. Устойчивость решения возникающих здесь СЛАУ обеспечивается использованием сразу нескольких дискретных аппроксимаций оператора Лапласа. Чтобы оценить точность, с которой восстанавливались значения поля при решении СЛАУ, была разработана эффективная методика оценки погрешностей восстанавливаемых значений поля (Арсанукаев, 2003а, 2003б). Положение верхних особенностей гравитирующего объекта можно определять построением функции, подобной функции Березкина – полному нормированному градиенту (Березкин, 1978), для чего использовался более высокий порядок высших производных, входящих в выражение градиента.

На основе указанных положений метода дискретных аппроксимаций нами были разработаны алгоритмы и составлены компьютерные программы, позволяющие решать задачу аналитического продолжения и некоторые вспомогательные задачи применительно к различным модельным классам источников поля. Позже разработанные программы были объединены в пакет программ «GrAnM» (Арсанукаев, 2010).

Структура пакета программ представлена в виде таблицы. Решение основной задачи аналитического продолжения разбивается на решение подзадач, каждая из которых решается отдельно при помощи исполняемых модулей. Общая схема решения подзадачи выглядит следующим образом: на вход исполняемому модулю подаются текстовые файлы с некоторой информацией, используя которую формируется выходной файл с результатами работы модуля.

Общие входные параметры модельного примера: шаг сетки, длина профиля, размеры гравитирующего объекта, глубина его залегания и избыточная плотность в модельных примерах расположены в текстовом файле `in_file1.txt`. В таблице показано, что заданные значения поля, моделирующие результаты гравиметрической съемки, получаются решением прямых задач для аномалиеобразующих тел, участвующих в соответствующих модельных примерах (таблица, строка 1).

Пакет программ можно использовать и для решения практических задач интерпретации гравиметрических наблюдений (таблица, строка 1, пункт 2).

Модули `rgb06.exe`, `rgb07.exe` формируют соответственно матрицу и многомерный вектор правой части (таблица, строки 2, 3) СЛАУ, модуль `srm.exe` решает СЛАУ (таблица, строка 4). Для удобства интерпретации и наглядности результаты расчетов визуализируются в виде аномальных кривых восстановленных значений поля и кривых Березкина (таблица, строки 5, 6).

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ.

Для исследования закономерностей при аналитическом продолжении заданных на поверхности Земли значений гравитационного поля в нижнее полупространство был проведен большой объем модельных исследований (Арсанукаев, 2003а, 2003б, 2004, 2009). В результате выполненных вычислительных экспериментов установлено, что поле восстанавливается вплоть до отметки верхней кромки аномалиеобразующего объекта с любой априори заданной точностью при условии выбора оптимальных значений длины профиля и шага сетки. Сходимость множества приближенных решений к точному была также теоретически доказана (Арсанукаев, 2012, 2013). Аналитическое продолжение поля на уровни, находящиеся ниже верхней кромки источника характеризуется первыми признаками начинающегося «распада» поля.

Сказанное можно проиллюстрировать на модельном примере прямоугольной призмы бесконечной протяженности в направлении оси  $y$  (то есть в условиях двухмерной задачи), имеющего размеры  $4.8 \times 4.4$  км в плоскости  $Oxz$ , ось  $z$  направлена вниз (рис. 1) Решением прямой задачи находятся входные значения вертикального градиента потенциала гравитационного поля  $\frac{\partial V}{\partial z}$  расположенные на уровнях  $z = 0$  и  $z = -h$ . Аналитическое продолжение осуществляется в нижнее полупространство в заданный горизонтальный слой (прямоугольник), нижняя отметка которого находится на глубине 4 км, то есть на отметке верхней кромки призмы. Длина профиля заданных значений поля на уровнях  $z = 0$  и  $z = -h$  равна 32 км, шаг сетки  $h$  равен 200 м, так что число точек с заданными значениями поля (получаемых в результате решения прямой задачи) на каждом уровне равны 161. Отметим, что каждая отдельная аномальная кривая строится в своей системе координат (на каждом уровне) и затем смещаются таким образом, чтобы расположить их, как и уровни, сверху вниз по мере продвижения по оси  $z$  при аналитическом продолжении к возмущающему телу.

При аналитическом продолжении заданных значений гравитационного поля, расположенных

## ВЫДЕЛЕНИЕ И ОКОНТУРИВАНИЕ

Перечень модулей, составляющих пакет программ «GrAnM».

№	Имя модуля	Функциональное назначение	Входные файлы (исходные параметры)	Выходные файлы (результат расчета)
1	prGd1.exe (для модельных примеров)	Представление гравиметрических данных (решение прямой задачи в модельных примерах) в виде «входных» значений поля на 2 уровнях: $z = 0, z = -h$ .	in_file1.txt	out_prGd1.txt
	IntegralPuasson.exe (для практической задачи по результатам гравиметрической съемки )	Пересчет значений аномалий на уровень $z = -h$	Datas.txt – данные гравиметрической съемки на уровне $z = 0$	out_prGd1.txt – значения поля на уровне $z = -h$
2	pr607.exe	Формирует вектор $f$ правой части СЛАУ $Ax = f$ , используя «входные» значения поля на 2 уровнях: $z = 0, z = -h$ . out_prGd1.txt	in_file1.txt out_prGd1.txt	vek.v
3	pr606.exe	Формирует матрицу $A$ в СЛАУ $Ax = f$ , используя дискр.ур-е Лапласа на шаблонах «прямой крест» и «косой крест»	in_file1.txt	matr-spm.m
4	spm.exe	Решение СЛАУ «Методом последовательного умножения полиномов» (МПУП)	matr-spm.m vek.v	solve.txt
5	ber2.exe	Определение значений функции Березкина по восст. значениям поля из файла solve.txt	in_file1.txt solve.txt	ber2.txt
6	Father.exe	Построение графиков аномальных кривых поля и кривых Березкина	in_file1.txt solve.txt ber2.txt	Аномаль_шаг_0,1км_профиль_32км_уровней_40.bmp Березкин_шаг_0,1км_профиль_32км_уровней_38.bmp

Примечание:  $A$  – матрица коэффициентов СЛАУ;  $f$  – вектор правой части СЛАУ;  $x$  – искомый вектор неизвестных значений поля.

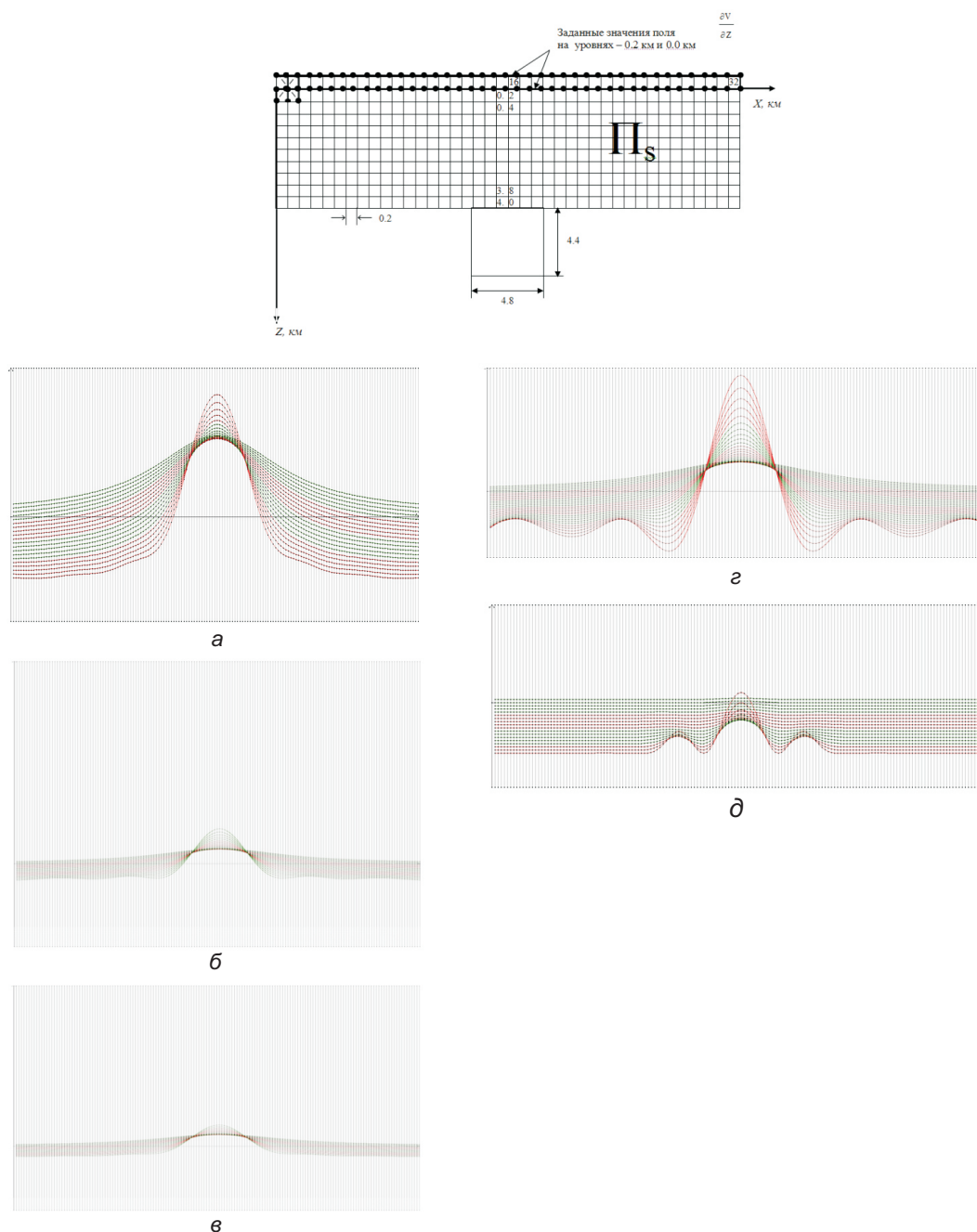
на уровнях  $z = 0$  и  $z = -h$ , в нижнее полупространство вплоть до отметки верхней кромки (рис. 1а) поле восстанавливается с высокой точностью. Об этом можно судить по поведению аномальных кривых: их форма остается той же, что и форма аномальных кривых, построенных для заданных значений гравитационного поля на уровнях  $z = 0$  и  $z = -h$  – шаг сетки.

Результаты расчетов (рис. 1) показывают, что на глубине, равной шагу сетки от уровня  $z = 0$  относительная погрешность в среднеквадратичной норме на шаге сетки 200 м равна  $2.294 \times 10^{-5}$ , то

есть восстановленные значения отличаются от точных в среднем на 3/1000%.

На отметке, расположенной в шаге сетки от верхней кромки (то есть на глубине 3.8 км), восстановленные значения отличаются от точных в среднем на 3%.

При дальнейшем аналитическом продолжении ниже отметки верхней кромки пласта (сразу за отметкой верхней кромки (рис. 1б, рис. 1в); вблизи отметки центра тяжести пласта (рис. 1г)) в аномальных кривых начинают возникать дополнительные колебания (возмущения)



**Рис. 1.** Расчетная схема, аномальные кривые и графики функции Березкина восстановленных значений гравитационного поля для модельного примера однородной прямоугольной призмы при аналитическом продолжении заданных значений поля в нижнее полупространство до отметки, равной: *а* – 4 км, то есть до отметки верхней кромки призмы (20 кривых); *б* – 4.4 км, то есть чуть ниже отметки верхней кромки призмы (22 кривых); *в* – 5 км, то есть до отметки центра тяжести призмы (25 кривых); *г* – 6 км, то есть вблизи отметки центра тяжести призмы (30 кривых); *д* – функция Березкина на отметке 4 км.

по периферии кривых, размах (амплитуда) которых все более увеличивается по мере приближения к отметке центра тяжести призмы (начало распада поля). Аналитическое продолжение поля до глубин, превышающих отметку нижней грани призмы (8.4 км) приводит к тому, что амплитуда возмущений в краевых частях расчетных профилей возрастает и даже превышает значения поля по центру пласта и картина окончательно «размывается». На графике функции Березки-

на, построенной по восстановленным значениям поля при аналитическом продолжении до отметки 4 км (рис. 1д) два первых максимума слева и справа от центрального максимума указывают на местоположение верхних особенностей призмы (верхних угловых точек).

Чтобы охарактеризовать вычислительные сложности при получении устойчивых решений СЛАУ, приведем сведения о порядке СЛАУ, возникших здесь при рассмотрении дискретного



аналога уравнения Лапласа совместно на двух шаблонах «прямой крест» и «косой крест»:

Порядок матриц  $A$  (число уравнений  $\times$  число неизвестных) при аналитическом продолжении до соответствующих отметок глубин  $z$  для данного модельного примера составляет:

4 км:  $A=6360 \times 3220$  (рис. 1а);

4.4 км:  $A=6996 \times 3542$  (рис. 1б);

5 км:  $A=7950 \times 4025$  (рис. 1в);

6 км:  $A=9540 \times 4830$  (рис. 1г).

Выявленные закономерности в вычислительных экспериментах при аналитическом продолжении дискретных значений гравитационного поля в нижнее полупространство были положены в основу технологии оконтуривания аномалиеобразующих объектов при решении модельных и практических задач (Арсанукаев, 2010). Отметим, что все алгоритмы и компьютерные программы, разработанные применительно к гравитационному полю, могут быть использованы и для магнитного поля.

Все выполненные ранее модельные исследования проводились для изолированных возмущающих масс (одиночных однородных по плотности объектов) или для двух локальных тел с одинаковой плотностью. С другой стороны, известно, что на амплитуду и форму аномалий гравитационного поля влияют как геометрические параметры гравитирующего объекта (Арсанукаев, 2004), так и величина его избыточной плотности относительно вмещающих горных пород. Вычислительные эксперименты приведенные в настоящей работе связаны с исследованием закономерностей, возникающих при аналитическом продолжении поля для более сложных моделей пространственного распределения источников гравитационного поля.

Все модельные примеры рассматриваются в 2D варианте, когда разрез представляет собой совокупность однородных прямоугольных призм бесконечной протяженности в направлении оси  $y$ , имеющих прямоугольное сечение в плоскости  $xz$  различных размеров (ось  $z$  направлена вниз) и различные избыточные плотности. Решением прямой задачи для всех наборов прямоугольных призм определяются исходные значения вертикального градиента потенциала гравитационного поля

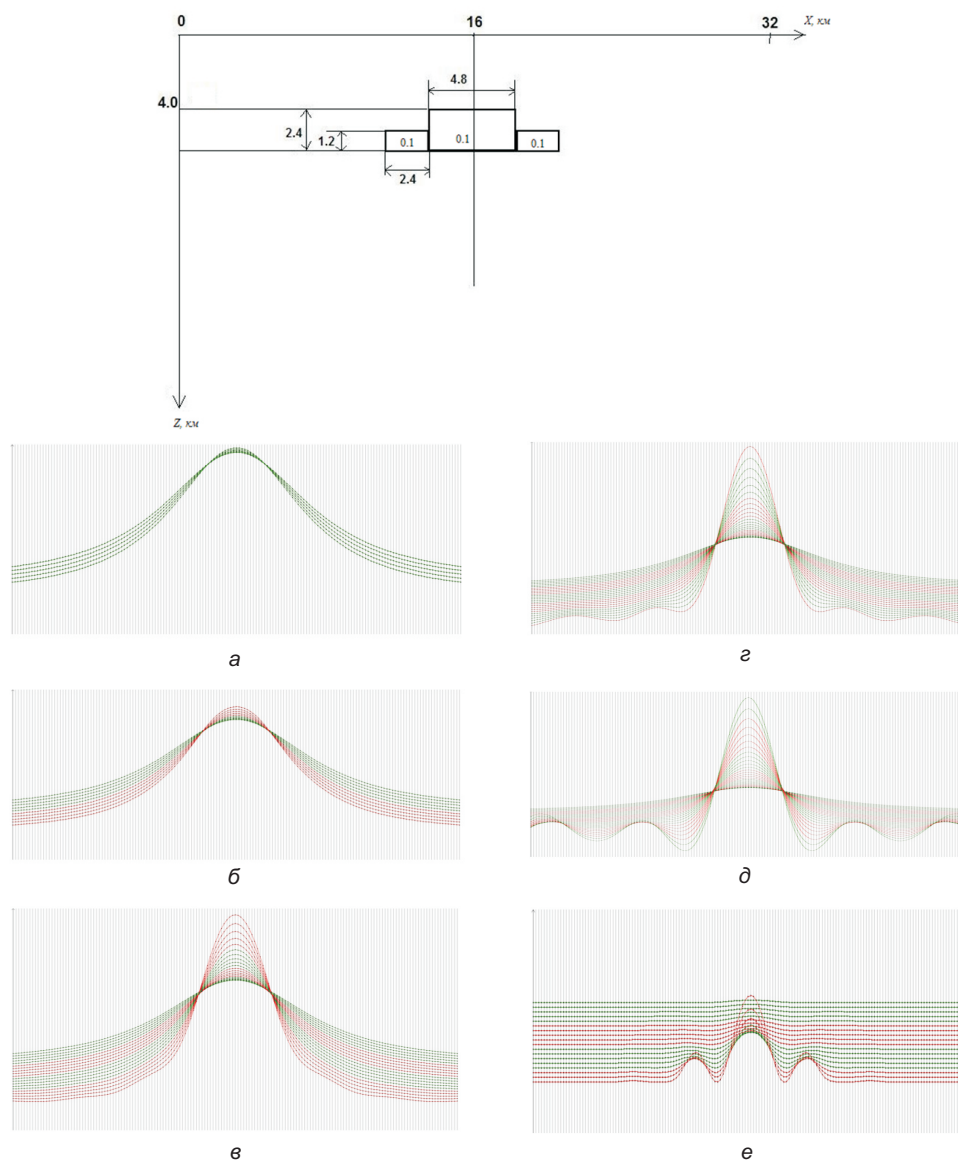
$\frac{\partial V}{\partial z}$  расположенные на уровнях  $z = 0$  и  $z = -h$ .

Аналитическое продолжение осуществляется в нижнее полупространство в заданный горизонтальный слой (прямоугольник), нижняя отметка которого находится на глубине 4 км. Длина профиля «измерений» на уровнях  $z = 0$  и  $z = -h$  равна 32 км, шаг сетки равен 200 м, число точек, в которых задаются значения поля (путем

решения прямой задачи), равно 161 на каждом уровне. Таким образом, порядки матриц и векторов правой части возникающих здесь СЛАУ те же, что и в рассмотренном ранее примере. На расчетной схеме представлены три прямоугольных призмы с одной и той же избыточной плотностью  $0.1 \text{ г/см}^3$  (рис. 2). Закономерности в поведении восстанавливаемого гравитационного поля (рис. 2а-е), и аналитическом продолжении аналогичны соответствующим закономерностям в примере, представленном на рис. 1. Положение двух первых максимумов в функции Березкина (рис. 2е) приближенно указывает местоположение по оси  $x$  верхних особенностей центрального тела и двух одинаковых боковых тел. Таким образом, если призмы имеют одинаковые геометрические размеры, одинаковую избыточную плотность и расположены вблизи друг от друга, то представленная технология не позволяет однозначно установить положение верхних особенностей для каждого отдельного объекта.

То же наблюдается в следующем модельном примере (рис. 3), когда боковые призмы с той же плотностью смещены вниз относительно центральной призмы на небольшое расстояние по оси  $z$ .

Следующая схема расположения геоплотностных неоднородностей и результаты продолжения обусловленного этими неоднородностями гравитационного поля в нижнее полупространство представлены на рис. 4. Модель состоит из трех прямоугольных призм: центральной с избыточной плотностью  $0.1 \text{ г/см}^3$  и двух одинаковых по размеру боковых призм, левая из которых имеет отрицательную избыточную плотность  $-0.3 \text{ г/см}^3$ , а правая – отрицательную плотность  $-0.4 \text{ г/см}^3$ . Суммарные кривые аномального гравитационного поля, получаемые в результате суперпозиции решения прямых задач для трех пластов, так и для восстанавливаемых значений поля в нижнем полупространстве имеют более сложный асимметричный вид (относительно вертикальной оси симметрии моделируемого разреза), но форма кривых (морфология поля) не меняется вплоть до верхней кромки разреза (рис. 4а-в). Это означает, что поле над источниками восстанавливается с высокой точностью. Однако по мере приближения глубины пересчета к аномалиеобразующим объектам заметно возрастает гравитационное влияние правого тела, характеризующегося наибольшим дефектом плотности. Это проявляется увеличением асимметрии аномальных кривых и приводит к тому, что на графике функции Березкина (рис. 4е), в отличие от предыдущих примеров, вершина правого максимума располагается выше по вертикальной оси по сравнению с вершиной левого максимума. Таким образом, аналитическое продолжение поля



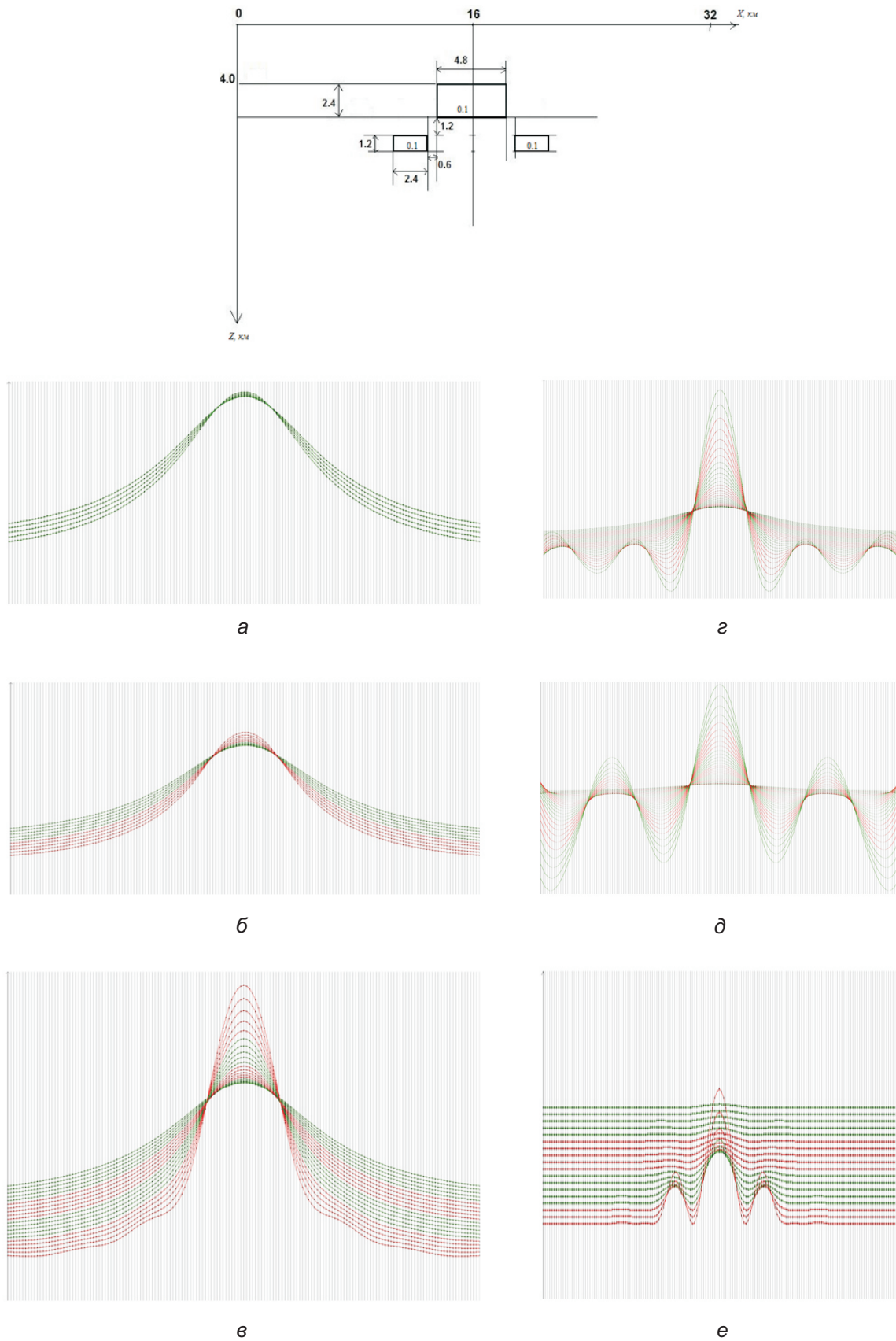
**Рис. 2.** Расчетная схема, аномальные кривые и графики функции Березкина восстановленных значений гравитационного поля для модельного примера трех прямоугольных призм при аналитическом продолжении в нижнее полупространство до отметки, равной: *a* – 1 км (5 кривых); *б* – 2 км (10 кривых); *в* – 4 км (20 кривых); *г* – 5.2 км (26 кривых); *д* – 6.4 км (32 кривые); *е* – функция Березкина на отметке 4 км. Значения избыточной плотности ( $\text{г/см}^3$ ) показаны внутри призм.

позволяет выделять в разрезе неоднородности, связанные с включениями, имеющими отрицательную плотность относительно вмещающей среды. При аналитическом продолжении глубже отметки верхней кромки объектов закономерности в поведении поля аналогичны отмеченным ранее (рис. 4г, рис. 4д). В рассматриваемом примере положение двух первых максимумов на оси *x* в функции Березкина, как и ранее, указывает на усредненное местоположение по оси *x* верхних особенностей, то есть технология не позволяет точно определить границы отдельных призм.

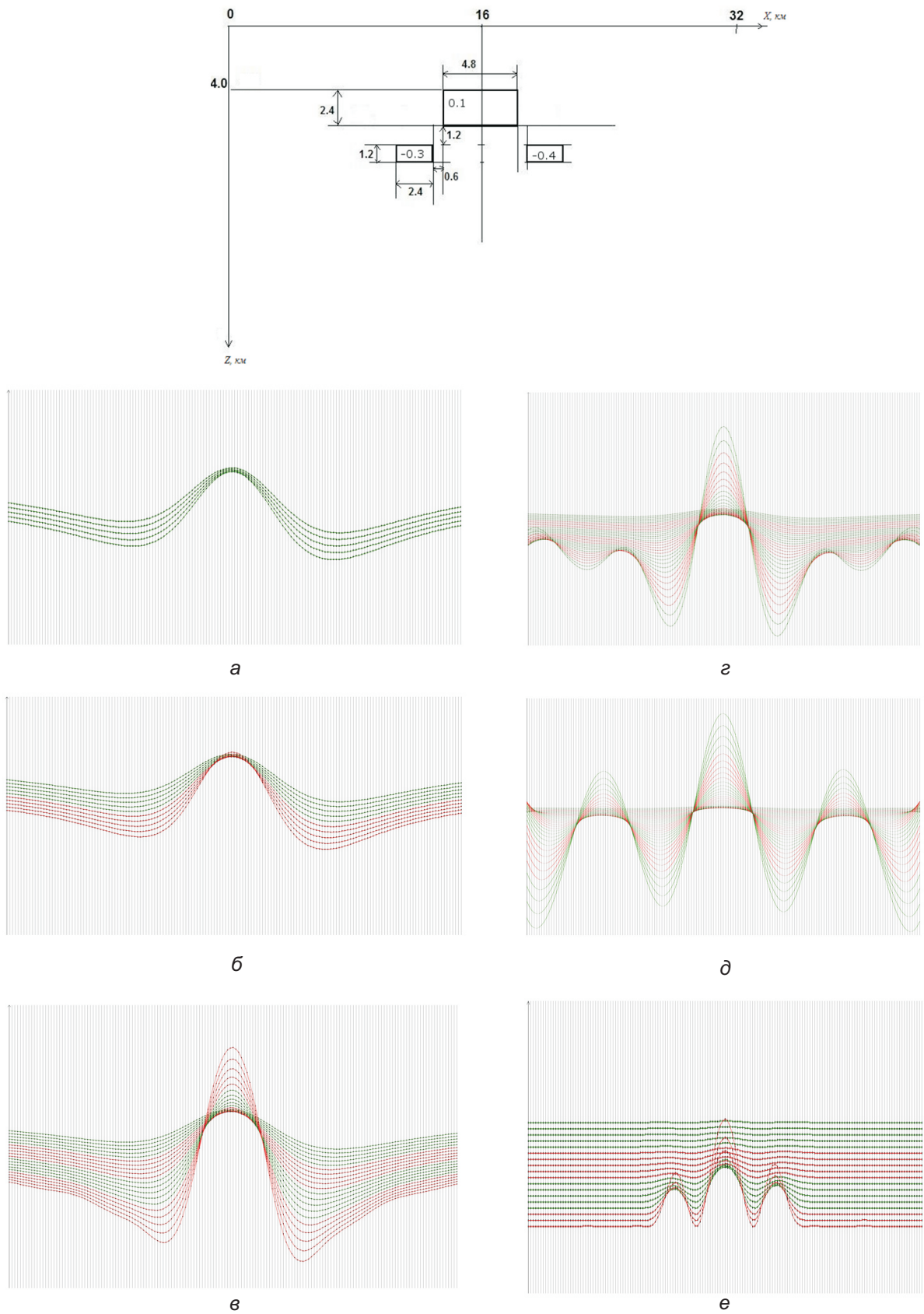
Результаты расчетов для следующего модельного примера показаны на рис. 5. Моделируемый разрез состоит из центральной прямоугольной

призмы с избыточной плотностью  $0.1 \text{ г/см}^3$  и двух боковых призм значительно меньших размеров, с отрицательными избыточными плотностями  $-0.3 \text{ г/см}^3$  и  $-0.4 \text{ г/см}^3$  для левой и правой призм, соответственно. При аналитическом продолжении поля до глубин 1 км и 2 км (рис. 5а, рис. 5б) мелкие неоднородности (два боковых тела) никак себя не проявляют, и гравитационное влияние от центрального тела перекрывает гравитационное влияние от двух боковых. Но при аналитическом продолжении поля приблизительно до отметки верхней кромки объектов влияние двух боковых тел проявляется очевидным образом (рис. 5в, рис. 5д), а на графике функции Березкина пары вторых и третьих максимумов указывают на по-

### ВЫДЕЛЕНИЕ И ОКОНТУРИВАНИЕ

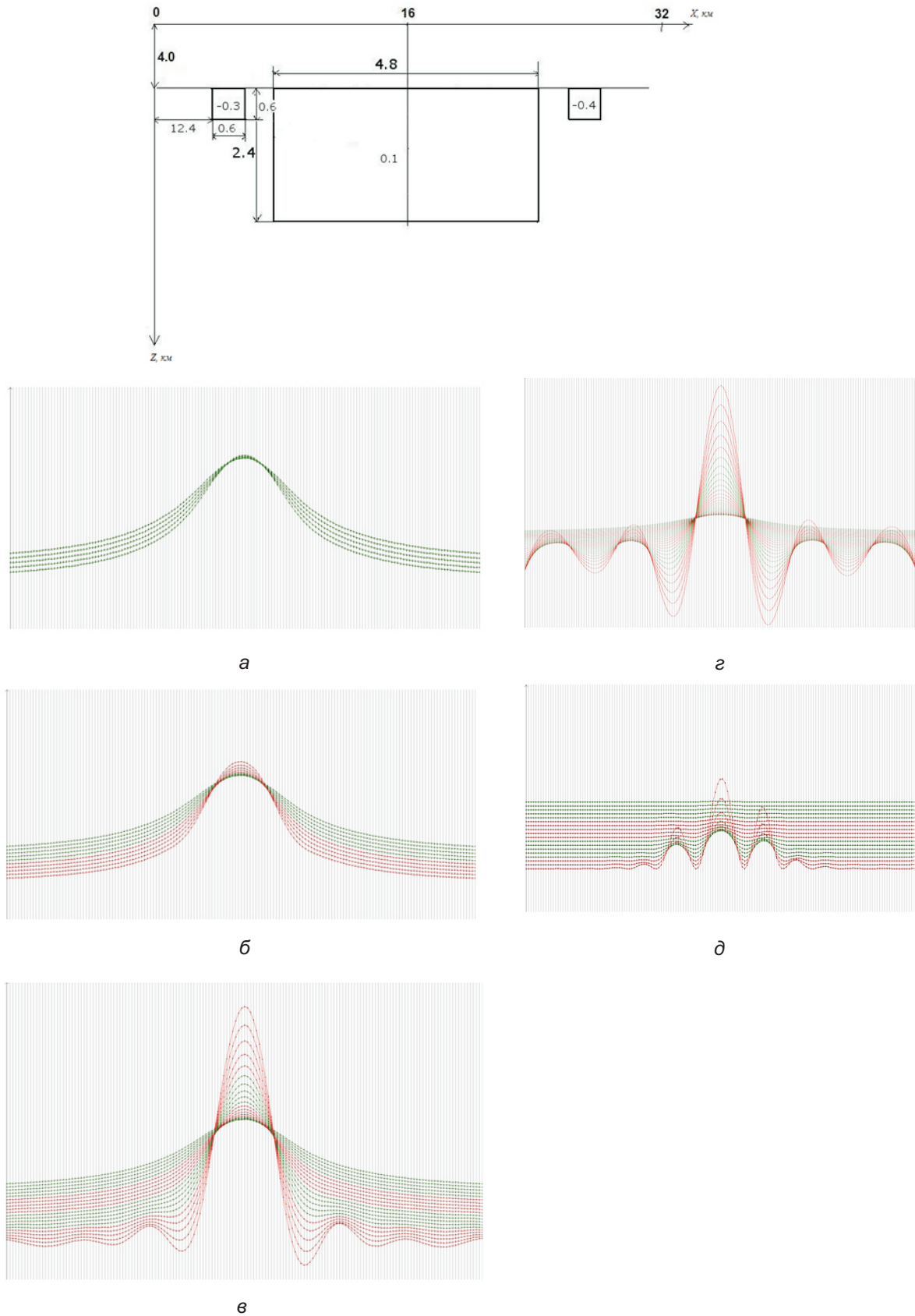


**Рис. 3.** Расчетная схема, аномальные кривые и графики функции Березкина восстановленных значений гравитационного поля для модельного примера трех прямоугольных призм при аналитическом продолжении в нижнее полупространство до отметки, равной : *a* – 1 км (5 кривые); *б* – 2 км (10кривых); *в* – 4 км (20 кривых); *г* – 6.4км (32кривых) *д* – 8.8 км (44 кривые); *е* – функция Березкина на отметке 4 км. Значения избыточной плотности ( $\text{г/см}^3$ ) показаны внутри призм.



**Рис. 4 .** Расчетная схема, аномальные кривые и графики функции Березкина восстановленных значений гравитационного поля для модельного примера трех прямоугольных призм при аналитическом продолжении в нижнее полупространство до отметки, равной: *а* – 1 км (5 кривых); *б* – 2 км (10 кривых); *в* – 4 км (20 кривых); *г* – 6.4 км (32 кривые); *д* – 8.8 км (44 кривые); *е* – функция Березкина на отметке 4 км. Значения избыточной плотности ( $\text{г/см}^3$ ) показаны внутри призм.

## ВЫДЕЛЕНИЕ И ОКОНТУРИВАНИЕ



**Рис. 5.** Расчетная схема, аномальные кривые и графики функции Березкина на восстановленных значениях гравитационного поля для модельного при-мера трех прямоугольных призм при аналитическом продолжении в ниж-нее полупространство до отметки, равной: *а* – 1 км (5 кривых); *б* – 2 км (10 кривых); *в* – 4 км (20 кривых); *г* – 6.0 км (30 кривых); *д* – функция Березкина на отметке 4 км. Значения избыточной плотности (г/см<sup>3</sup>) показаны внутри призм.



ложение верхних особенностей для боковых тел (рис. 5d). Причем амплитуда второго максимума справа, как и следует для пласта с большей по абсолютной величине отрицательной плотностью, превышает амплитуду второго максимума слева. Таким образом, для последнего примера удалось выявить влияние мелких неоднородностей, эффект от которых практически не заметен в наблюденном поле, с однозначным определением положения их верхних особенностей по оси  $x$ .

Проведенные исследования показали, что положение верхней кромки аномалиеобразующих тел, центра тяжести и нижней кромки разреза в случае сложных моделей пространственного распределения источников гравитационного поля определяется также как и для одиночных однородных по плотности объектов (Арсанукаев, 2010).

Как для одиночных однородных объектов, так и для сложных моделей положение верхней кромки гравитирующего объекта определяется с высокой точностью исходя из того, что при переходе через отметку, соответствующую верхней кромке аномалиеобразующего объекта, в аномальных кривых начинают зарождаться высокочастотные колебания.

Местоположение положения центра тяжести гравитирующего объекта определяется как отметка, до прохождения которой при аналитическом продолжении вторичные колебания в аномальных кривых пока еще не увеличивают значительно амплитуд.

Приблизительное положение нижней кромки определяется интерпретатором, исходя из полученных значений положения верхней кромки, верхних особенностей аномалиеобразующего тела и центра тяжести с привлечением имеющейся априорной информации.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты вычислительных экспериментов показывают, что основные закономерности в поведении восстанавливаемых значений гравитационного поля при аналитическом продолжении заданных значений поля в нижнее полупространство, которые ранее были отмечены для одиночных возмущающих тел однородной плотности, сохраняют свою силу и для сложных моделей.

Это дает основание к применению технологии оконтуривания для геоплотностных неоднородностей с нахождением положений верхней кромки, центра тяжести и нижней кромки. Следует отметить, что результаты исследований для сложных моделей показывают, что с помощью технологии оконтуривания удается вскрыть особенности строения сложного разреза и выявить влияние мелких неоднородностей,

с однозначным определением положения их верхних особенностей по оси  $x$ .

Модельные эксперименты для последовательно усложняющихся пространственных распределений масс с применением пакета программ «GrAnM» будут продолжены с целью объективной оценки возможностей применения метода в различных физико-геологических условиях при решении практических задач.

## Список литературы

- Андреев Б.А., Клушин И.Г.* Геологическое истолкование гравитационных аномалий. Л.: Недра, 1965. 495 с.
- Арсанукаев З.З.* О некоторых вычислительных экспериментах, проведенных с использованием методов теории дискретных физических полей при решении задач гравиметрии в двухмерном случае. Ч. 1. Аналитическое продолжение в нижнее полупространство выше источников поля // Материалы 30-й сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского «Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей», Москва, 27-31 января 2003 г. М.: ОИФЗ РАН, 2003а. С. 12-13.
- Арсанукаев З.З.* О некоторых вычислительных экспериментах, проведенных с использованием методов теории дискретных физических полей при решении задач гравиметрии в двухмерном случае. Ч. 2. Аналитическое продолжение в нижнее полупространство через источники поля // Материалы 30-й сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского «Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей». Москва, 27-31 января 2003 г. М.: ОИФЗ РАН, 2003б. С. 13-15.
- Арсанукаев З.З.* Вычисление пространственных элементов аномальных полей с использованием методов теории дискретных гравитационных полей // Физика Земли. 2004. № 11. С. 47-69.
- Арсанукаев З.З.* Аналитическое продолжение заданных значений гравитационного поля в дискретной постановке через источники в двумерном случае. // Вестник КРАУНЦ. Науки о Земле. 2009. № 1. Вып.13. С. 47-57.
- Арсанукаев З.З.* О решении задачи пересчета вниз заданных значений гравитационного поля с использованием пакета программ «GrAnM» // Материалы 37-й сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского «Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электри-

- ческих полей». Москва 25-29 января 2010 г. М.: ИФЗ РАН, 2010. С. 29 -34.
- Арсанукаев З.З.* Теорема о сходимости дискретных схем к точному решению в задаче восстановления значений гравитационного поля. Материалы 39-й сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского «Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей». 30 января – 2 февраля 2012, г. Воронеж. Воронеж: ВГУ, 2012. С.14 -17.
- Арсанукаев З.З.* О возможностях организации технологии выделения перспективных разрезов в виде замкнутого технологического цикла. Материалы 40-й сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского «Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей». 38 января – 1 февраля 2013 г. Москва: ИФЗ РАН, 2013. С. 33 -38.
- Березкин В.М.* Применение гравиразведки для поисков месторождений нефти и газа. М.: Недра, 1978. 264 с.
- Страхов В.Н.* Будущее теории интерпретации гравитационных и магнитных аномалий // Комплексные исследования по физике Земли. М.: Наука, 1989. С. 68-87.
- Страхов В.Н., Арсанукаев З.З.* Использование метода дискретного потенциала в задачах гравиметрии и магнитометрии // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Материалы 28-ой сессии Международного семинара им. Д. Г. Успенского, Киев, 20 января – 2 февраля 2001 г. М.: ОИФЗ РАН, 2001. С. 102-104.
- Страхов В.Н., Арсанукаев З.З., Страхов А.В.* Использование методов теории дискретных гравитационных и магнитных полей при интерпретации аномальных полей // Геофизика и математика: Материалы 2-ой Всероссийской конференции. Пермь, 1-14 декабря 2001 г. Пермь: ГИ УрО РАН, 2001. С. 272-274.

**DISTINGUISHING AND DELINEATION OF GRAVITATING  
OBJECTS USING THE MODERN METHOD OF RECALCULATION  
OF THE GRAVITY FIELD IN THE LOWER HALF-SPACE**

**Z.Z. Arsanukaev**

*Institute of Physics of the Russian Academy of Sciences, Moscow*

The author created GrAnM software, which is capable to implement algorithms to help finding solutions for Laplace discredited equation in a problem of analytical continuation and the decision of some auxiliary problems. Results of calculations are visualized in the form of diagrams of the abnormal curve restored values of a gravity field, which allows interpreting results from computing experiments in the evident form. Results from the computing experiments prove a high resolution of the described method of interpretation of data from gravimetric measurements.

*Keywords: GrAnM software, gravity field, lower half-space.*