

УДК 550.3

## О СКОРОСТИ ЗВУКА В БАЙКАЛЕ

© 2002 г. П. П. Шерстянкин, Л. Г. Колотило, Ю. Ф. Тарасюк,  
Л. Н. Куимова, В. Г. Иванов, В. В. Блинов

Представлено академиком К.Я. Кондратьевым 21.01.2001 г.

Поступило 01.02.2002 г.

Скорость звука в природных водоемах является одним из основных термодинамических параметров водной среды, от которых зависит формирование законов распространения акустических сигналов, и имеет в связи с этим большое теоретическое и практическое значение.

Скорость звука для байкальских условий или рассчитывается с использованием уравнений [1–4], или определяется инструментально [5, 6]. Есть еще один путь – расчет скорости звука по формулам, в которых входящими величинами являются собственно термодинамические параметры вод, близкие к параметрам конкретного водоема, например, оз. Байкал. Такой путь был намечен в [7].

Цель работы – получение формулы для прецизионных расчетов скорости звука для байкальских вод по термодинамическим параметрам глубоких пресных вод, удовлетворяющих уравнению состояния в [2].

Методика работы предполагает получение расчетных прецизионных термодинамических параметров глубоких пресных вод, близких к байкальским, вывод формулы и проведение расчетов скорости звука и сравнение результатов с имеющимися данными.

### КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Скорость звука  $C$  как функция температуры  $T$ , солености  $S$  и давления  $P$  определяется по формуле [8, 9]:

$$C(T, S, P) = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{\eta, S}} = \sqrt{\frac{1}{\rho(\gamma)_{\eta, S}}}, \quad (1)$$

где  $\gamma_{\eta, S} = \frac{1}{\rho}(\rho_p)_{\eta, S}$  – коэффициент адиабатической сжимаемости при постоянных энтропии  $\eta$  и солености  $S$ ,  $\rho_p = \frac{\partial \rho}{\partial P}$  – частная производная плотности

воды  $\rho$  по давлению  $P$ . Для расчета коэффициента адиабатической сжимаемости в системе  $T, S, P$  необходимо учесть показатель адиабаты  $\frac{C_p}{C_v}$  [8],

где  $C_p$  – теплоемкость при постоянном давлении  $P$ , а  $C_v$  – теплоемкость при постоянном объеме  $V$ .

Значения  $C_p$  будем рассчитывать по формуле (12) из [2]. Формулу (14) для расчета  $C_v$  из работы [2] брать нельзя, так как она в некоторых случаях дает ошибочные результаты (для температуры  $T = 0$  и  $P = 140$  и  $180$  бар  $\frac{C_p}{C_v} < 1$ , чего быть не может).

Теоретическую формулу для  $C_v$  возьмем из [2] (формула (13)) или из [6] и после некоторых преобразований получим

$$C_v = C_p - \frac{T_K \alpha^2}{\rho \gamma} = C_p - \frac{T_K \rho_T^2}{\rho^2 \rho_P}, \quad (2)$$

где  $T_K$  – температура по шкале Кельвина,  $\alpha = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_{P, S} = -\frac{\rho_T}{\rho}$  – коэффициент температурного расширения при постоянных  $P, S$  и  $\gamma$  – коэффициент сжимаемости воды в системе  $T, S, P$ . Величины  $\alpha, \gamma, \rho_T$  и  $\rho_P$  будем рассчитывать по точным значениям, полученным в [10] в результате прямого дифференцирования уравнения состояния воды в форме Chen, Millero [2]:

$$\rho_T = \frac{\rho}{\rho_0} \rho_T^0 - \left(\frac{\rho^2}{\rho_0^2 K^2}\right) K_T P, \quad (3a)$$

$$\rho_P = \frac{\rho^2}{\rho_0^2 K} \left(1 - \frac{K_P P}{K}\right), \quad (3b)$$

Лимнологический институт  
Сибирского отделения Российской Академии наук,  
Иркутск  
Лаборатория проблем моделирования  
сложных систем, Санкт-Петербург

где  $\rho^0$ ,  $\rho_T^0$ ,  $K$ ,  $K_T$  и  $K_P$  – параметры уравнения состояния в форме Chen, Millero и их производные – определены в [2, 10].

С учетом (2) и (3) окончательную формулу для расчета скорости звука  $C$  по термодинамическим данным  $\frac{C_P}{C_V}$ , коэффициенту температурного расширения  $\alpha$ , коэффициенту сжимаемости  $\gamma$  и другим получим в виде

$$C(T, S, P) = \sqrt{\frac{C_P(T, S, P)}{C_V(T, S, P)\rho_p(T, S, P)}}, \quad (4)$$

где все термодинамические параметры в формулах (2)–(4) определены в системе  $T, S, P$ .

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Будем считать, что байкальские воды в пределах температур  $0 \leq T \leq 30^\circ\text{C}$ , солености  $0 \leq S \leq 0.6$  г/кг и давлению  $0 \leq P \leq 180$  бар удовлетворяют уравнению состояния в форме Chen, Millero [2]. Температуры воды, превышающие  $15^\circ\text{C}$ , на Байкале могут встречаться в самое теплое время года (июль–август) в прибрежных районах и мелководных заливах, а в глубинной зоне ниже 300 м температуры байкальских вод находятся в пределах от 3 до  $4^\circ\text{C}$ .

Первоначальные трудности заключались в том, что сама по себе скорость звука и термодинамические параметры для ее расчетов требовали высокой точности определения этих параметров, не достижимой в эксперименте. При представлении  $\frac{C_P}{C_V}$  с точностью до четвертого знака

после запятой практически не воспроизводился эффект температуры максимальной плотности  $T_{md}$ . Высокая точность расчетов была достигнута применением теоретических формул и точных определений термодинамических параметров в [4, 10] так, что точность определялась  $\pm 1$  последнего разряда, как правило, не более шестого знака после запятой. Здесь благоприятно сказывалось то, что исходные формулы представлены непрерывными и дифференцируемыми функциями с непрерывными производными без особых точек. Достаточность точности расчетов постоянно контролировалась необходимыми эффектами типа эффекта  $T_{md}$  и физическим смыслом.

Пробные расчеты  $C_V$  по формулам [2] показали их неприемлемость. Так, во многих случаях

адиабатический показатель  $\frac{C_P}{C_V}$  меньше 1, что говорит об ошибках определения  $\frac{C_P}{C_V}$ .

Значения  $C_P$  рассчитывали по формуле из [2]. Значения других термодинамических параметров  $C_V$ , коэффициентов температурного расширения  $\alpha$ , сжимаемости  $\gamma$  и других определяли по точным формулам из [4, 10, 11]. Для контроля за проявлением эффекта температуры максимальной плотности  $T_{md}$ , при которой  $\frac{C_P}{C_V} \equiv 1$ , точные значения

$\frac{C_P}{C_V}$ , рассчитываемые по [2], давали некоторые погрешности.

Расчеты скорости звука  $C$  по формуле (3) для байкальских условий солености  $S = 0.096$  мг/л и температур открытого Байкала не более  $15^\circ\text{C}$  сравнивали с расчетами по формулам Chen, Millero (15) из [1, 2] и Колотило, Шерстянкина [3].

$$C(T, Z) = 1402.39 + 4.99T - 0.05T^2 + 0.01539Z, \quad (5)$$

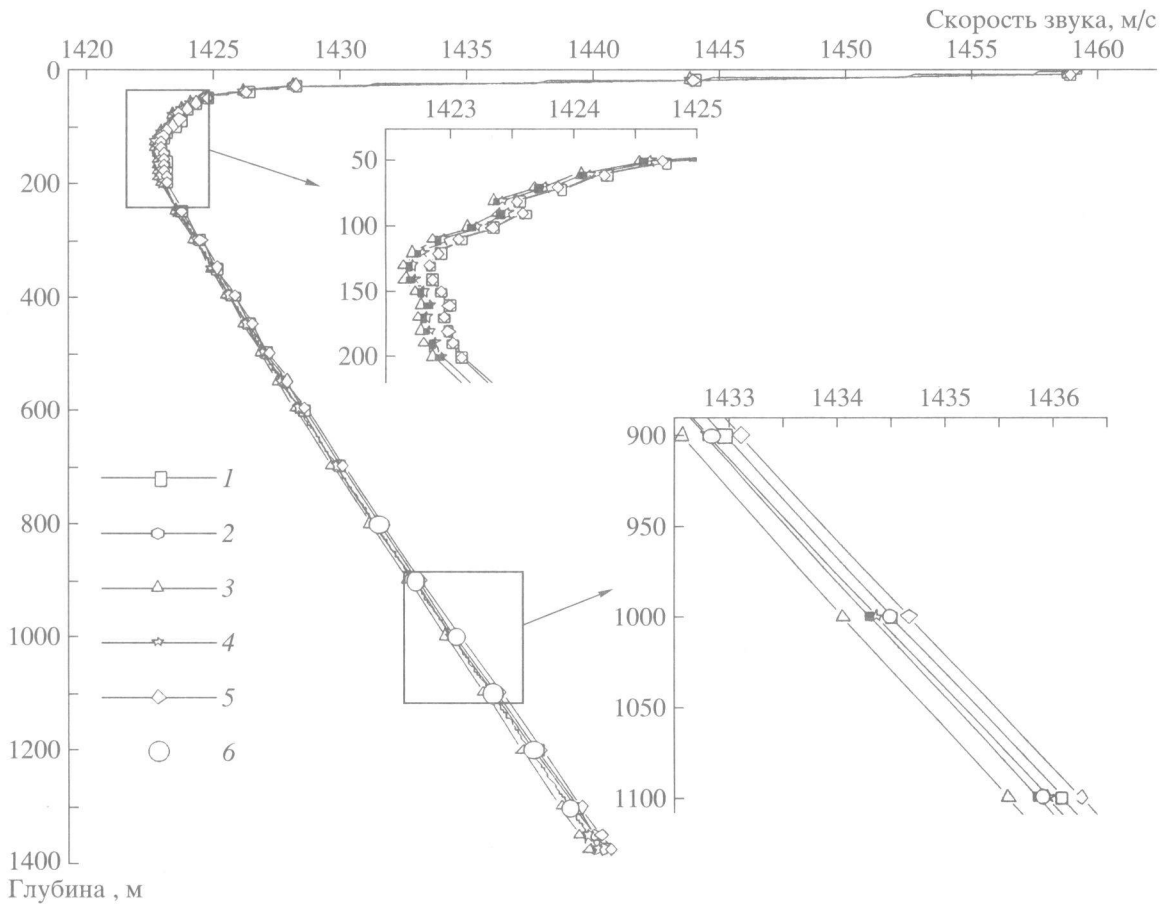
где скорость звука  $C$  находили в м/с, температуру  $T$  брали в диапазоне от 0 до  $15^\circ\text{C}$ , глубину  $Z$  в м до 1700 м; географическая широта оз. Байкал  $\varphi = 54^\circ\text{N}$  и высота над уровнем моря 455 м. Соленость  $S$  считалась практически равной нулю. Среднеквадратическая погрешность при нулевом гидростатическом давлении ( $Z = 0$ ) оценивалась  $\sigma = \pm 0.045$  м/с, а на горизонте 1000 м  $\pm 0.1$  м/с [3].

Скорость звука  $C$ , рассчитанная по формуле (5), имеет самые низкие значения, и для того, чтобы уменьшить расхождения с экспериментальными данными из [6], увеличили коэффициент при  $Z$  и получили

$$C(T, Z) = 1402.39 + 4.99T - 0.05T^2 + 0.01564Z. \quad (6)$$

Расхождение результатов, полученных с применением откорректированной формулы (5) в диапазоне глубин 1000–1400 м, с экспериментальными данными (до 1300 м) и найденными по [6] составило не более 0.056 и 0.21 м/с соответственно, что при абсолютной погрешности экспериментальных данных  $\pm 0.20$  м/с можно считать вполне удовлетворительным (табл. 1).

Случайные и систематические ошибки расчетов по формуле (4) – это погрешности задания исходных данных. Само уравнение состояния воды в форме Chen, Millero [2] задается по плотности воды с точностью  $\pm 2 \cdot 10^{-6}$  г/см<sup>3</sup>, что, вообще говоря, на самих расчетах никак не сказывается, так как расчетные формулы состоят из непрерывных дифференцируемых функций. Очень важной практической проблемой является точ-



**Рис. 1.** Скорость звука для станции в 5.5 км от мыса Лиственничного на Юг в Южном Байкале, рассчитанные по формулам: Chen, Millero [1] – кривая 1; [2] – 2; Колотило, Шерстянкина [3] – 3; по откорректированной формуле Колотило–Шерстянкина – 4; по формуле (4) – 5; по измеренным значениям у мыса Половинного [6] – 6.

ность представления солености  $S$  при перенесении уравнения состояния воды в форме Chen, Millero [2] на воды конкретных озер, но решение этой проблемы выходит за рамки данного сообщения.

На рис. 1 приведены примеры расчетов скорости звука  $C$  по всем рассматриваемым формулам. В табл. 1 и на рис. 1 в квадратных скобках – номер в перечне литературы, в круглых – номер уравнения настоящей работы.

Экспериментальные данные из работы [6] наиболее соответствуют (до 0.25 м/с) расчетам по формуле из [1]. Интересно отметить, что скорость звука по формуле Колотило, Шерстянкина из [3] имеет меньшие значения, а по формуле (4) – самые большие. При этом расхождения с формулой из [1] для формулы Колотило, Шерстянкина [3] достигают 0.45 м/с в сторону уменьшения, а для новой формулы (4) – 0.35 м/с в сторону увеличения. Сравнение скорости звука по формулам для байкальских вод как с экспериментальными данными, так и с наиболее близко к ним расположенными результатами расчетов по формуле из

[1] показывает, что формулы для байкальских вод дают граничные результаты. Становится ясно, в каком направлении может проводиться доработка этих формул.

Рассмотрим, как влияют значения скорости звука, рассчитанные по разным формулам, для определения поправок  $\Delta Z$  на показания эхолота. Как и в [3], поправку  $\Delta Z$  определим по формуле

$$\Delta Z = \left( \frac{\bar{C} - C_0}{C_0} \right) Z_{\text{изм}},$$

где  $\bar{C}$  – среднегармоническая скорость звука в слое от 0 до  $Z$ ,  $C_0$  – номинальная скорость звука, принятая при расчете шкал эхолотов равной 1500 м/с, и  $Z_{\text{изм}}$  – глубина, измеренная эхолотом. Для примера взят горизонт 1300 м для станции, данные которой приведены на рис. 1:

| Вид формулы            | [2]    | [1]    | [3]    | Выражение (4) |
|------------------------|--------|--------|--------|---------------|
| $-\Delta Z, \text{ м}$ | 62.500 | 62.632 | 62.824 | 62.402        |

**Таблица 1.** Скорость звука, рассчитанная для байкальских условий по формулам: полученной нами (4); Колотило, Шерстянкина [3]; откорректированной нами формуле Колотило, Шерстянкина (6); Chen, Millero [2, 1]

| P, бар | C, м/с   |          |          |          |          |          |          |          | Источник |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|        | 0°C      | 2°C      | 4°C      | 6°C      | 8°C      | 10°C     | 15°C     | 20°C     |          |
| 0      | 1402.390 | 1412.170 | 1421.550 | 1430.530 | 1439.110 | 1447.290 | 1465.990 | 1482.190 | (6)      |
|        | 1402.508 | 1412.329 | 1421.714 | 1430.675 | 1439.223 | 1447.368 | 1464.653 | 1478.997 | (4)      |
|        | 1402.390 | 1412.170 | 1421.550 | 1430.530 | 1439.110 | 1447.290 | 1465.990 | 1482.190 | [3]      |
|        | 1402.515 | 1412.358 | 1421.752 | 1430.713 | 1439.254 | 1447.391 | 1466.049 | 1482.459 | [2]      |
|        | 1402.388 | 1412.233 | 1421.628 | 1430.590 | 1439.133 | 1447.270 | 1465.931 | 1482.343 | [1]      |
| 50     | 1410.358 | 1420.138 | 1429.518 | 1438.498 | 1447.078 | 1455.258 | 1473.958 | 1490.158 | (6)      |
|        | 1410.425 | 1420.303 | 1429.739 | 1438.744 | 1447.330 | 1455.512 | 1472.786 | 1487.155 | (4)      |
|        | 1410.231 | 1420.011 | 1429.391 | 1438.371 | 1446.951 | 1455.131 | 1473.831 | 1490.031 | [3]      |
|        | 1410.336 | 1420.220 | 1429.654 | 1438.654 | 1447.235 | 1455.411 | 1474.165 | 1490.668 | [2]      |
| 100    | 1410.146 | 1420.049 | 1429.502 | 1438.518 | 1447.113 | 1455.302 | 1474.084 | 1490.613 | [1]      |
|        | 1418.326 | 1428.106 | 1437.486 | 1446.466 | 1455.046 | 1463.226 | 1481.926 | 1498.126 | (6)      |
|        | 1418.404 | 1428.332 | 1437.812 | 1446.856 | 1455.477 | 1463.690 | 1480.951 | 1495.342 | (4)      |
|        | 1418.071 | 1427.851 | 1437.231 | 1446.211 | 1454.791 | 1462.971 | 1481.671 | 1497.871 | [3]      |
|        | 1418.238 | 1428.161 | 1437.636 | 1446.675 | 1455.296 | 1463.510 | 1482.360 | 1498.958 | [2]      |
| 140    | 1418.067 | 1428.014 | 1437.508 | 1446.564 | 1455.199 | 1463.426 | 1482.302 | 1498.924 | [1]      |
|        | 1424.700 | 1434.480 | 1443.860 | 1452.840 | 1461.420 | 1469.600 | 1488.300 | 1504.500 | (6)      |
|        | 1424.829 | 1434.793 | 1444.303 | 1453.375 | 1462.021 | 1470.275 | 1487.506 | 1501.915 | (4)      |
|        | 1424.343 | 1434.123 | 1443.503 | 1452.483 | 1461.063 | 1469.243 | 1487.943 | 1504.143 | [3]      |
|        | 1424.616 | 1434.572 | 1444.078 | 1453.150 | 1461.801 | 1470.047 | 1488.974 | 1505.647 | [2]      |
| 170    | 1424.526 | 1434.497 | 1444.013 | 1453.093 | 1461.750 | 1469.999 | 1488.931 | 1505.609 | [1]      |
|        | 1429.481 | 1439.261 | 1448.641 | 1457.506 | 1466.201 | 1474.381 | 1493.081 | 1509.281 | (6)      |
|        | 1429.673 | 1439.661 | 1449.192 | 1458.281 | 1466.943 | 1475.195 | 1492.436 | 1506.857 | (4)      |
|        | 1429.048 | 1438.828 | 1448.208 | 1457.188 | 1465.768 | 1473.948 | 1492.648 | 1508.848 | [3]      |
|        | 1429.433 | 1439.413 | 1448.944 | 1458.039 | 1466.714 | 1474.983 | 1493.968 | 1510.583 | [2]      |
|        | 1429.445 | 1439.427 | 1448.955 | 1458.045 | 1466.714 | 1474.975 | 1493.937 | 1510.649 | [1]      |

Видно, что формулы, выведенные для байкальских условий, дают экстремальные отклонения для скоростей звука по сравнению с формулой Chen, Millero [1] примерно  $\pm 0.2$  м. На основе формулы для скорости звука в форме Колотило, Шерстянкина [3] определяли поправки для батиметрических съемок, положенных в основу батиметрической карты оз. Байкал 1992 г. на четырех листах. Для составления новых батиметрических карт оз. Байкал необходимы более точные, чем имеющиеся сейчас, формулы для расчета скорости звука, что может быть сделано на основе этой работы.

Предлагаемая нами формула дает хорошие результаты как в температурном диапазоне, так и в глубинном. Экспериментальные данные [6], полученные вблизи мыса Ивановского в Южном Байкале, и наши согласуются между собой.

Измерения температуры, на основании которых проводили расчеты скорости звука  $C$  (рис. 1), осуществляли с помощью микрозонда электропроводности, температуры и давления MCTD 3.5 американской фирмы "Falmouth Scientific INC (FSI)": точность измерения температуры при 4°C порядка 0.0002°C, а давления порядка 0.0015% в диапазоне от 0.03 до 2000 децибар.

Предложенный нами способ при известных, но определенных с высокой точностью термодинамических свойствах не требует других методов расчета скорости звука и доказательств их применимости. Это облегчает градуировку датчиков скорости звука и проведение различных экспериментов, в которых требуются ее точные значения. Откорректированная формула Колотило, Шерстянкина [3] может быть использована для оперативных расчетов поправок к эхолотам, а

данные по формуле (4) – для анализа уравнения состояния байкальских вод.

Работа поддержана грантом INTAS 99–01669 и грантами РФФИ 01–05–65097, РФФИбайкал 01–05–97229.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Chen C.T., Millero F.J.* // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1997. V. 62. P. 1129–1135.
2. *Chen C.T., Millero F.J.* // *Limnol. and Oceanogr.* 1986. V. 31. P. 657–662.
3. *Колотило Л.Г., Шерстянкин П.П.* Таблицы скорости звука в воде озера Байкал и поправки глубин, измеренных эхолотом. Д221 / к 641 – Т. Л.: ЦВМБ, 1985. 12 с.
4. *Брамсон М.А., Тарасюк Ю.Ф.* // *Зап. по гидрографии.* 1986. Т. 214. № 1. С. 40–46.
5. *Комляков В.А., Тарасюк Ю.Ф.* // *Судостроение.* 1999. № 6. С. 43–47.
6. *Ченский А.Г. и др.* В сб.: *Акустика океана.* М.: ГЕОС, 1998. С. 344–347.
7. *Шерстянкин П.П., Куимова Л.Н.* В сб.: *Акустика океана.* М.: ГЕОС, 1998. С. 348–351.
8. *Каменкович В.М.* Основы динамики океана. Л.: Гидрометеиздат, 1973. 240 с.
9. *Монин А.С.* Теоретические основы геофизической гидродинамики. Л.: Гидрометеиздат, 1988. 424 с.
10. *Куимова Л.Н., Шерстянкин П.П.* // *ДАН.* 1992. Т. 325. № 1. С. 159–163.
11. *Шерстянкин П.П., Куимова Л.Н.* // *ДАН.* 1995. Т. 344. № 2. С. 247–251.