

УДК 550.837.6

ВЕЙВЛЕТ–ПРЕОБРАЗОВАНИЯ БУХТООБРАЗНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ ПЕРЕМЕННОГО ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

В.Н. Груздев

Воронежский государственный университет

В статье рассматриваются возможности использования вейвлет - преобразования бухтообразных возмущений переменного геомагнитного поля с целью выявления особенностей синхронно зарегистрированных импульсов поля по Z-, H-, D-компонент в точках, расположенных в различных геологических структурах.

Традиционный аппарат представления функций времени, заданных на ограниченном интервале с локальными особенностями, к которым можно отнести бухтообразные возмущения, оказывается малоэффективным, так как базисная функция рядов Фурье – синусоида определена на всей оси t и по своей природе является гладкой и строго периодической. Такая функция на практике, в условиях ограниченного числа членов ряда или спектра разложения, принципиально не способна описывать произвольные сигналы и функции.

Известные методы обработки бухтообразных возмущений постоянно наталкиваются на теоретические ограничения, которые не позволяют говорить о принципиальном решении проблемы единообразия представления регистрируемых сигналов.

Для исследования нестационарных сигналов в последнее время был разработан принципиально новый базис и новый класс функций - вейвлеты, которые стали использоваться для декомпозиции и реконструкции произвольных функций и сигналов, в том числе нестационарных. Соответственно был создан и новый аппарат представления функций и сигналов, а также необходимые инструментальные и программные средства для его реализации [1,2,3].

Вейвлеты являются математическими понятиями и объектами, применение которых может теоретически строго приблизить любую функцию или любой сигнал. Поэтому они применяются для решения многих математических задач приближения функций и сигналов (интерполяция, аппроксимация, регрессия и т. д.). Вейвлет обработка сигналов обеспечивает возможность сжатия сигналов и их восстановления с малыми потерями информации, а также решение задач фильтрации сигналов [1]. Особенно важна принципиальная возможность вейвлетов, представлять нестационарные сигналы, состоящие из разных компонент, действующих в разные

промежутки времени, что характерно для регистрируемого переменного геомагнитного поля в точках, расположенных в разных геологических структурах.

Вейвлеты – это обобщенное название особых функций, имеющих вид коротких волновых пакетов с нулевым интегральным значением и с той или иной, подчас очень сложной, формой, локализованных по оси t и способных к сдвигу по ней и масштабированию (сжатию и растяжению). Вейвлеты создаются с помощью базовых функций – прототипов, задающих их вид и свойства и удовлетворяющих целому ряду специфических условий. Набор вейвлетов, в их временном и в частотном представлении, может приближать сложный сигнал, причем достаточно точно. Вейвлеты имеют преимущества перед рядами Фурье, как в общем и точном представлении функций, так их разнообразных локальных особенностей. Они представлены намного более разнообразным набором типов, чем единственная синусоидальная функция в рядах Фурье [1]. Обширный набор базовых функций вейвлетов и множество их типов позволяет адаптировать их к решению конкретных задач по обработке синхронных бухтообразных возмущений.

Общепринятым подходом к анализу сигналов $S(t)$ является их представление в виде взвешенной суммы простых составляющих - базисных функций $\psi_k(t)$:
$$S(t) = \sum_k C_k \psi_k(t)$$
 Так как базисные функции $\psi_k(t)$ являются вполне определенного вида, то только в коэффициентах C_k содержится информация о конкретном сигнале $S(t)$ [1].

Ряд Фурье использует в качестве базисных функций синусоиды и косинусоиды, представленные в виде комплексной экспоненты e^{ik} . Эти базисные функции предельно локализованы в частотной области, но очень плохо локализованы во времен-

ной области, следовательно, мало пригодны для представления локальных особенностей сигналов и функций, таких как перепады и скачки [1].

Импульсная базисная функция Кронекера

$$\psi_k(t) = \delta_k(t) = \begin{cases} 1, k = t \\ 0, k \neq t \end{cases}$$

четко локализована во вре-

менной области, и подходит для представления разрывных сигналов, но эта функция не несет никакой информации о частоте сигнала и поэтому плохо приспособлена для представления медленно меняющихся сигналов на заданном отрезке времени.

Вейвлеты занимают промежуточное положение между рассмотренными функциями и образуют некоторый набор функций. Можно схематично представить вейвлеты как некоторые волновые функции, способные осуществлять преобразование Фурье не по всей временной оси, а локально по месту расположения сигнала. Почти все вейвлеты не имеют аналитического представления в виде одной формулы, но могут задаваться итерационными выражениями, легко вычисляемыми компьютерами [1].

Вейвлеты характеризуются своим временным и частотным образами. Временной образ определяется некоторой функцией времени $\psi(t)$. Частотный образ определяется ее Фурье-образом $F(\omega)$, который задает огибающую спектра вейвлета [2].

По сравнению с оконным преобразованием Фурье, хорошая временная локализация вейвлетов дает средство для повышения частоты тех спектральных составляющих вейвлетов, которые необходимы для изучения кратковременных и локальных особенностей сигнала. Совокупность волновых пакетов способна хорошо отражать локальные изменения сигнала.

Итак, с помощью вейвлетов сигнал представляется совокупностью волновых пакетов – вейвлетов, образованных на основе некоторой исходной (базовой) функции $\psi_0(t)$. Эта совокупность, разная в разных частях временного интервала определения сигнала и корректируется множителями, имеющими вид сложных временных функций. Такое преобразование сигнала называется вейвлет – анализом [1].

Число вейвлетов, которое используется при разложении сигнала, задает уровень декомпозиции сигнала. При этом за нулевой уровень декомпозиции принимается сам сигнал, а последующие уровни декомпозиции образуют ниспадающую ветвь. Точность представления сигнала по мере перехода на более низкие уровни декомпозиции снижается [1].

При прямом вейвлет – преобразовании происходит разложение произвольного сигнала в виде совокупности волновых пакетов – вейвлетов, которые характеризуются следующими свойствами [1]:

- имеют вид коротких, локализованных во времени волновых пакетов с нулевым значением интеграла;

- обладают возможностью сдвига по времени;
- способны к масштабированию;
- имеют ограниченный частотный спектр.

При вейвлет представлении сигнала его приближение разбивается на две составляющие: грубую (аппроксимирующую) и детализирующую, с последующим уточнением итерационным методом. В основе вейвлет преобразования лежит использование двух непрерывных и интегрируемых по оси t функций [1,2]:

- вейвлет функция $\psi(t)$ с нулевым значением

интеграла ($\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$), определяющая детали

сигнала и порождающая детализирующие коэффициенты;

- масштабирующая или скейлинг-функция $\varphi(t)$

с единичным значением интеграла ($\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) dt = 1$),

определяющая грубое приближение сигнала и порождающая коэффициенты аппроксимации.

Рассмотрим, как осуществляется приближение функцией $\psi(t)$ локальных участков сигнала $S(t)$. Функция $\psi(t)$ создается на основе базисной функции $\psi_0(t)$. Функция $\psi(t)$ должна удовлетворять следующему уравнению:

$$\psi(t) \equiv \psi(a, b, t) = a^{-\frac{1}{2}} \psi_0\left(\frac{t-b}{a}\right),$$

где параметр a задает ширину волнового пакета (масштаб), параметр b – задает его положение по оси t . Для заданных a и b функция $\psi(t)$ и есть вейвлет. Вейвлеты являются вещественными функциями времени t и колеблются вокруг оси t [1,2].

Уже было отмечено, что вейвлеты, являясь функциями времени, имеют свое частотное представление. В частотной области спектры вейвлетов напоминают всплеск, пик которого приходится на частоту ω_0 . Частотное представление вейвлетов используется для определения фильтрующих свойств вейвлет -преобразований и основано на алгоритме быстрого вейвлет –преобразования. Малые значения параметра a , характеризуют быстрые процессы в сигнале, соответствуют высоким частотам, а большие значения a соответствуют медленно изменяющимся сигналам, т.е. низким частотам [1].

Функции прямого и обратного дискретного вейвлет - преобразования включены в СКМ Mathcad 2001 и названы функциями волнового преобразования. В них используется один тип вейвлета – Добеши порядка 4, который позволяет проводить вейвлет – преобразования для многих функций, в том числе регистрируемых синхронных бухтообразных возмущений [3].

В ядро системы Mathcad 2001 включены следующие две функции для вейвлет – преобразований:

- wave(V) –дискретное (диадное) вейвлет – преобразование действительных чисел (вектор V должен содержать 2^n действительных значений, где n – целое число);

- iwave(V) – обратное вейвлет – преобразование относительно преобразования wave(V).

Для вейвлет - преобразования бухтообразных возмущений переменного геомагнитного поля составлена программа в системе компьютерной математики Mathcad 2001, которая включает в себя

функцию вейвлет - преобразования $wave(V)$ и функцию обратного вейвлет - преобразования $iwave(V)$:

Текст программы

```

i := 0 .. 31   j := 0 .. 15
MB := READPRN("E:\d11.txt")   MI := READPRN("E:\d22.txt")   MI2 := READPRN("E:\d33.txt")
MB0,i := MB0,i · 0.39   MI0,i := MI0,i · 0.42   MI20,i := MI20,i · 0.35
MB1,i := MB1,i · 1.08   MI1,i := MI1,i · 0.86   MI21,i := MI21,i · 1.02
MB2,i := MB2,i · 1.06   MI2,i := MI2,i · 0.66   MI22,i := MI22,i · 1.02
ZBi := MB0,i   ZIi := MI0,i   ZI2i := MI20,i   HBi := MB1,i   HIi := MI1,i   HI2i := MI21,i
DBi := MB2,i   DIi := MI2,i   DI2i := MI22,i
W1 := WAVE(ZB)   W2 := WAVE(ZI)   W3 := WAVE(ZI2)
W4 := WAVE(HB)   W5 := WAVE(HI)   W6 := WAVE(HI2)
W7 := WAVE(DB)   W8 := WAVE(DI)   W9 := WAVE(DI2)
F1 := fft(ZB)   F2 := fft(ZI)   F3 := fft(ZI2)
F4 := fft(HB)   F5 := fft(HI)   F6 := fft(HI2)
F7 := fft(DB)   F8 := fft(DI)   F9 := fft(DI2)

Nlevels :=  $\frac{\ln(N)}{\ln(2)} - 1$    Nlevels = 4   k := 1,2 .. Nlevels    $g := floor \left( \frac{i}{2^k} \right)$ 
coeffs(level) := submatrix (w1, 2level, 2level+1-1,0,0)   CZBi,k := coeffs(k)g

L:=1   ww1:=w1   j1:=2L .. N-1   ww1j1:=0   S1:=iwave(ww1)
L:=2   ww1:=w1   j1:=2L .. N-1   ww1j1:=0   S2:=iwave(ww1)
L:=3   ww1:=w1   j1:=2L .. N-1   ww1j1:=0   S3:=iwave(ww1)
L:=4   ww1:=w1   j1:=2L .. N-1   ww1j1:=0   S4:=iwave(ww1)

```

Приведенная выше программа, позволяет:

- считывать двумерные массивы данных размером 3 x 32, представленные в текстовом редакторе (строки массива соответствуют компонентам Z-, H-, D поля бухтообразных возмущений);
- приводить данные к единому уровню (вводится цена деления);
- графически представлять синхронные записи исходных данных;
- выполнять прямое вейвлет – преобразования и определять вейвлет – коэффициенты;
- выполнять обратное вейвлет - преобразование и восстанавливать исходный импульс;
- выполнять обыкновенное преобразование Фурье и представлять их в виде графиков модулей спектров.

Синхронное поле геомагнитных вариаций представлено в сводовой части Воронежского кристаллического массива (ВКМ) (массив MB), в зоне сочленения ВКМ и Рязано - Саратовского прогиба (РСП) (массив MI) и в центральной части РСП (массив MI2).

По распределению зарегистрированных синхронных полей во временной области (рис.1.) можно сделать вывод, что в Z-компоненте для импульса ZB отмечается инверсия относительно импульсов ZI и ZI2, у которых, соответственно, максимальные значения сдвинуты по оси t. Для H – компонента поля импульсы имеют различную величину максимума приблизительно для одной узкой области значений t. Для D – компонента максимальные амплитуды для импульсов DI и DI2 совпадают, тогда как

амплитуда максимума для импульса DB в 2 раза меньше, при этом значение t_{max} приблизительно одинаковое для всех импульсов. Такой качественный анализ позволяет говорить только о различиях в морфологии конкретных бухтообразных возмущений, при этом трудно связать эти различия с конкретными возмущающими импульсами (их формой, положением на оси t), которые и создают локальные особенности во временной области. Для того, чтобы объяснить причину этих различий, нужно выделить эти импульсы.

Фурье – преобразование позволяет перейти из временной области анализа сигнала (бухтообразных возмущений) к частотной. Рассмотрим спектрограммы Фурье – преобразований (модули спектров) для приведенных выше импульсов (рис.2.). Анализ этих спектров позволяет установить особенности распределений поля в Z – компоненте для импульса B, т.е. выделить ту частоту, на которой наиболее проявляется сигнал, при этом остальные сигналы имеют максимум спектра на нулевой частоте. Другие особенностей сигнала по данным спектрограммам трудно установить.

Вейвлет – преобразование, выполненное для рассматриваемых бухтообразных возмущений, представлено спектрограммами (рис.3). Из этих спектрограмм видно, что для всех компонент поля бухтообразных возмущений характерно наличие четырех волновых особенностей, которые выделяются максимумами амплитуды одних и тех же компонент по всем импульсам. Только два средних максимума для импульса ZB, смещены на одну пози-

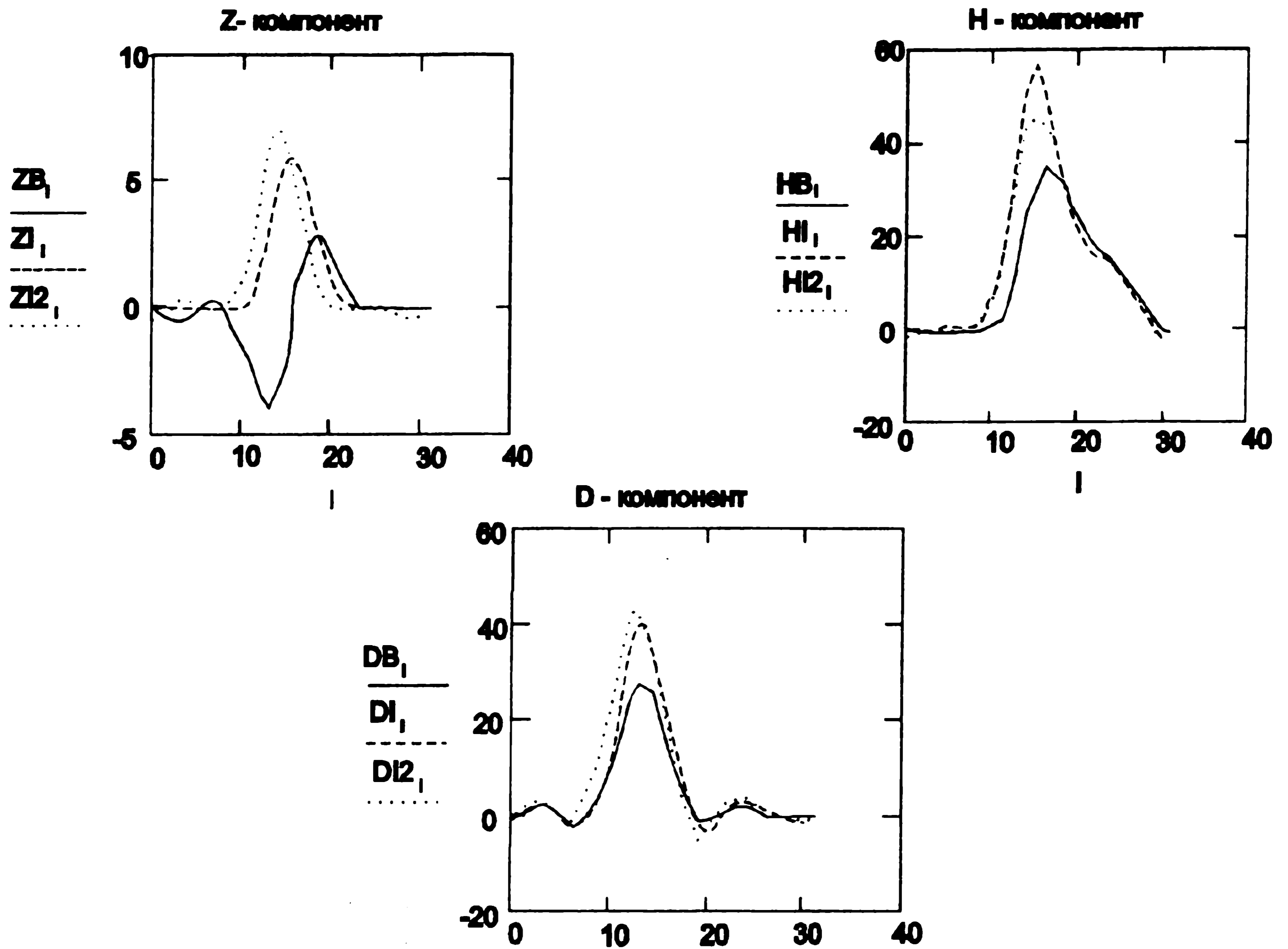


Рис. 1. Распределение синхронных полей во временной области в пунктах наблюдения В, I, I2

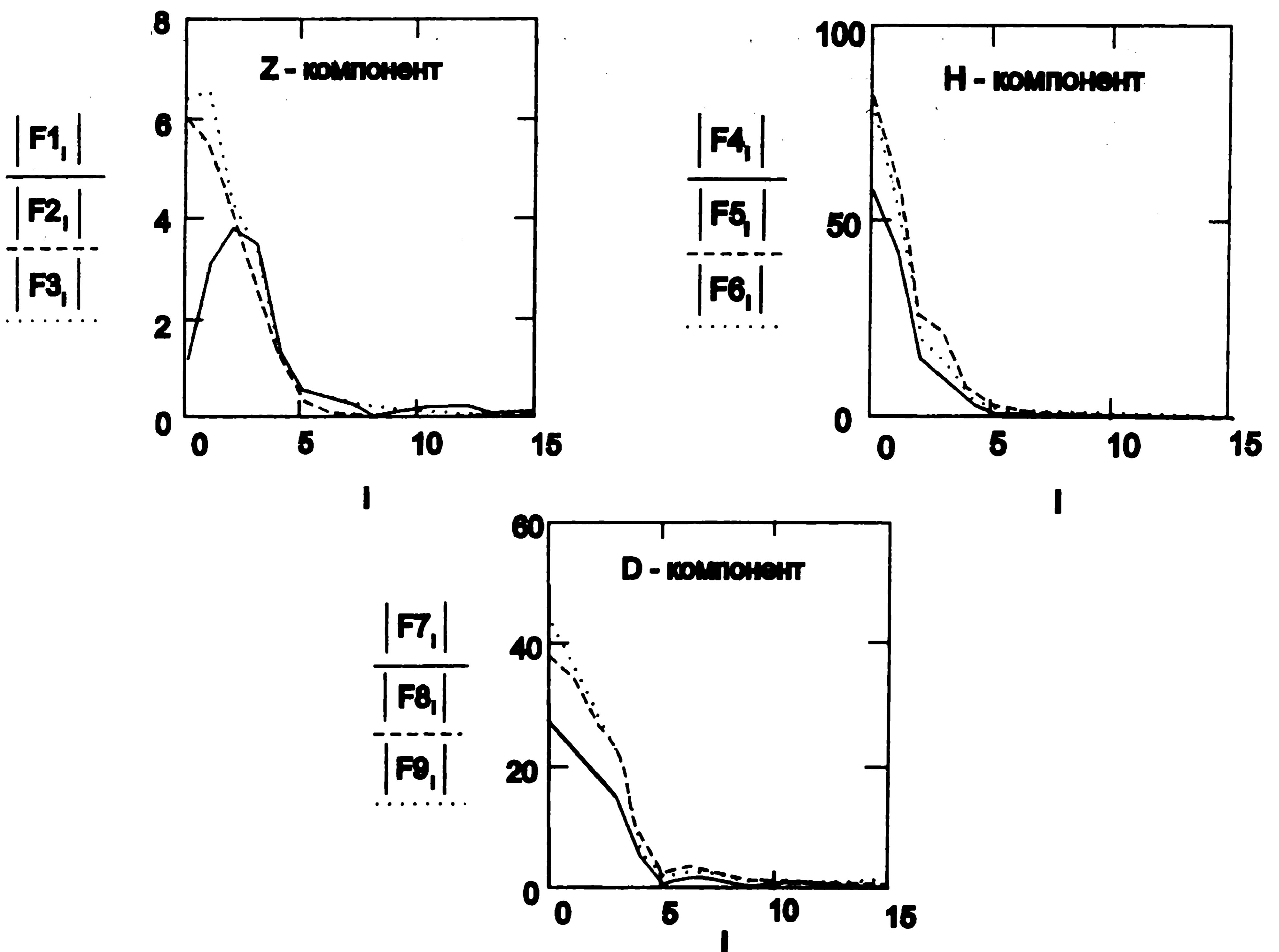


Рис. 2. Спектрограммы Фурье-преобразований бухтообразных возмущений в пунктах наблюдения В, I, I2

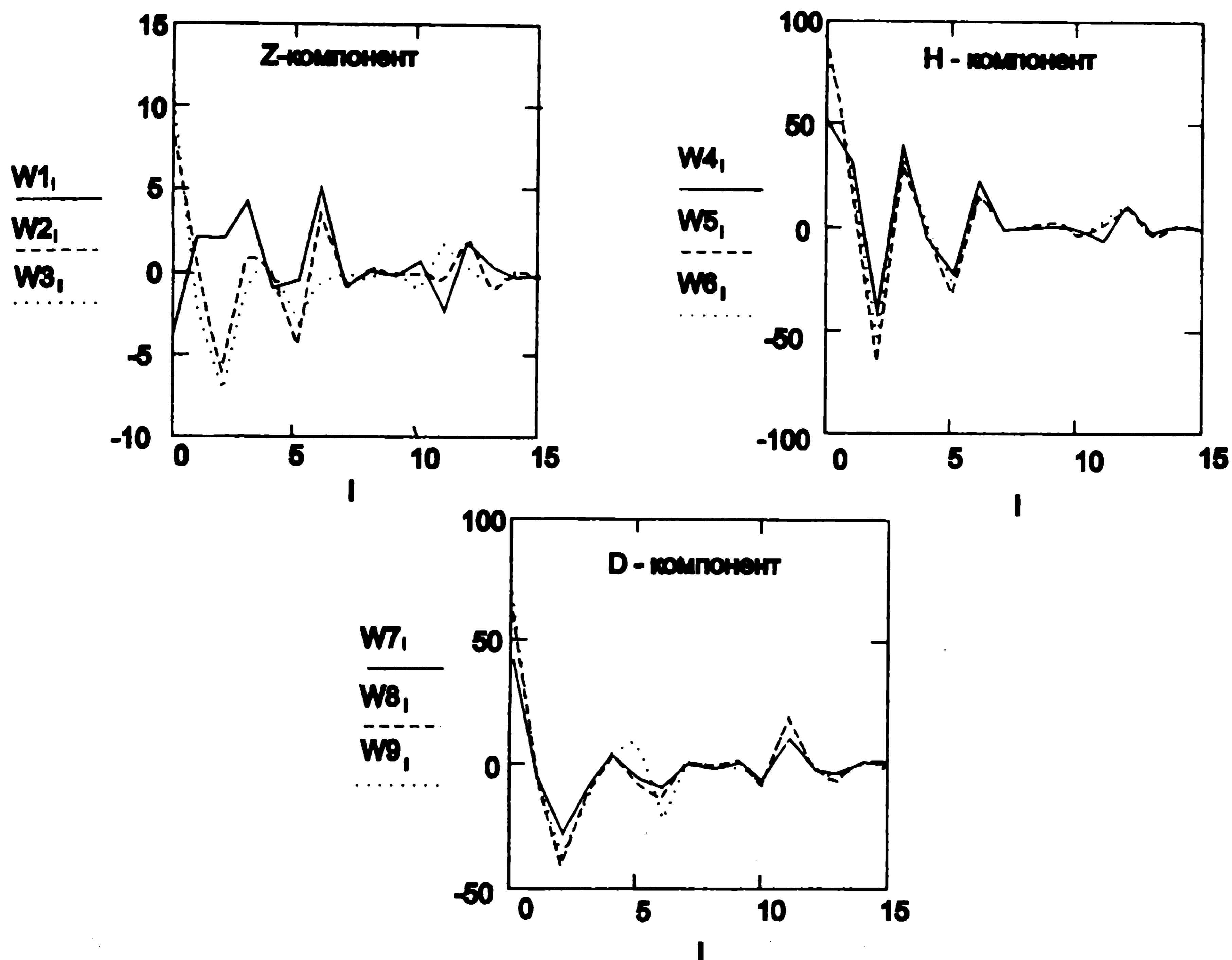


Рис. 3. Спектрограммы Вейвлет - преобразований бухтообразных возмущений в пунктах наблюдения В, I, I2

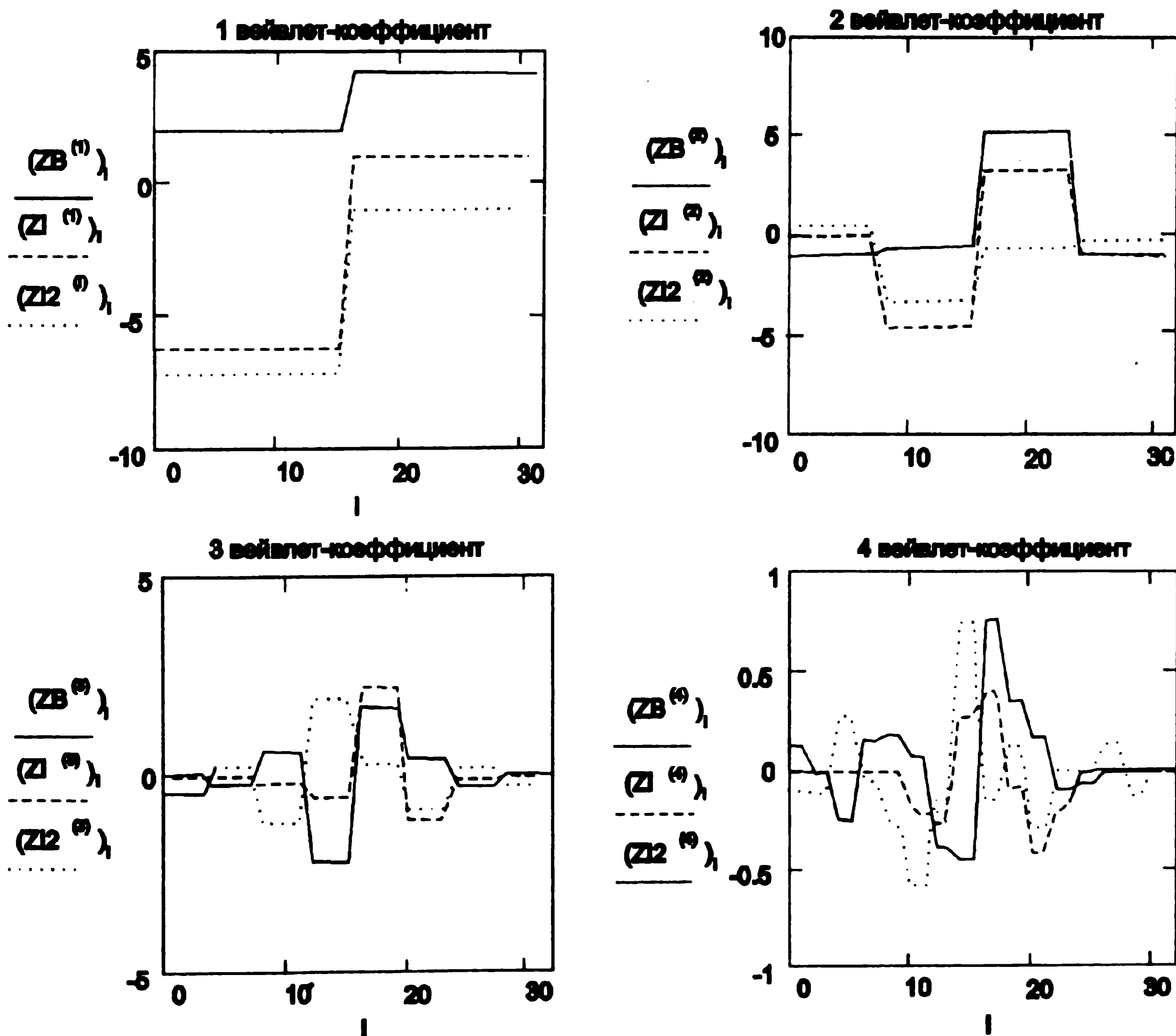


Рис. 4. Первые 4 вейвлет - коэффициента для синхронных импульсов ZB, ZI, ZI2 по Z - компоненту поля бухтообразных возмущений

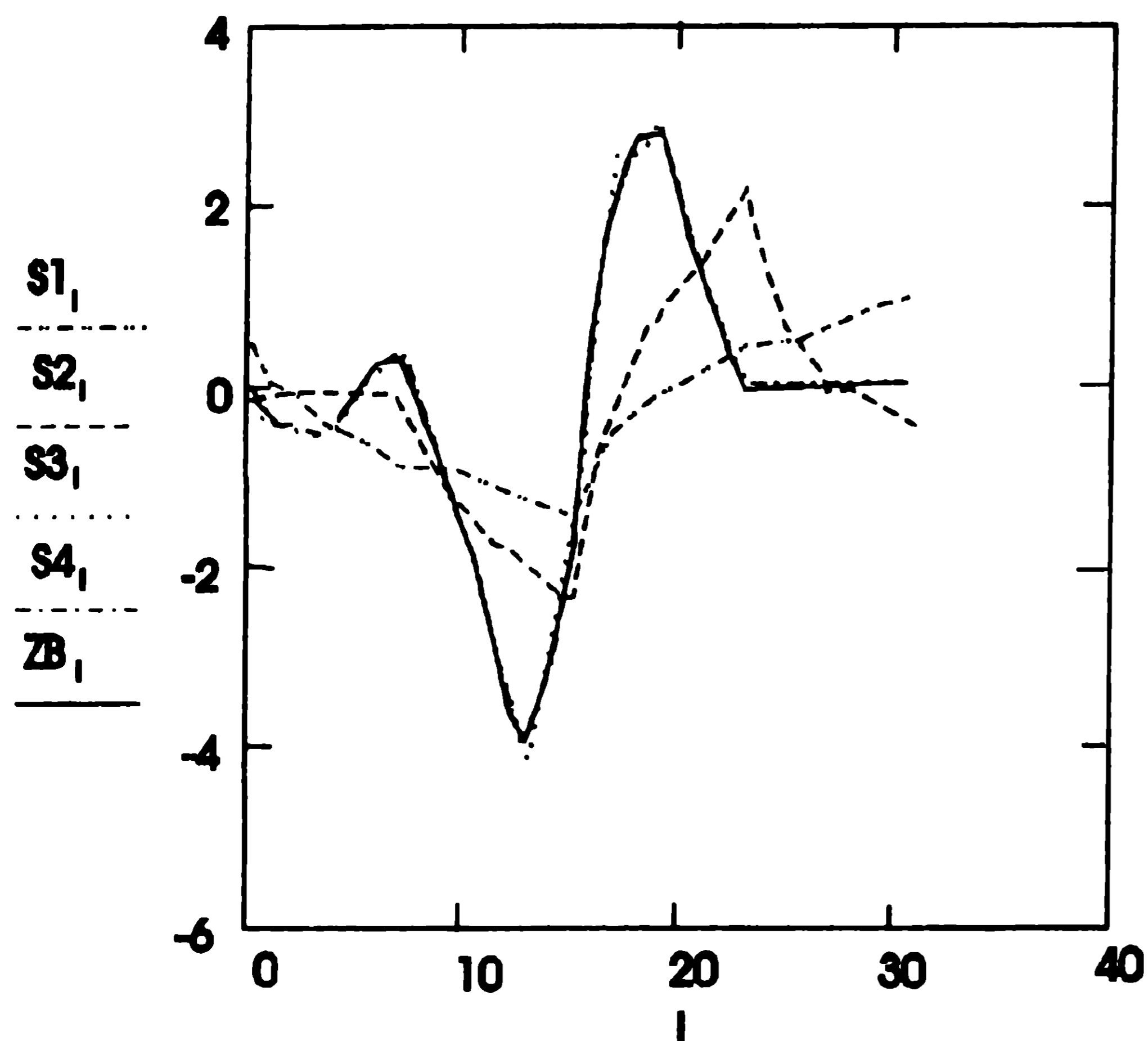


Рис. 5. Восстановление импульса ZB с использованием 4-х первых вейвлет – коэффициентов

цию вправо. Анализируя, амплитуды вещественных компонент вейвлет – преобразований, можно дать характеристику локальным особенностям поля для различных синхронных импульсов по трем составляющим поля одновременно.

Рассмотрим характер распределения первых 4-х вейвлет - коэффициентов по оси времени t для рассматриваемых синхронных импульсов по Z-компоненту поля (рис.4). Для графика первого вейвлет – коэффициента, который отражает, в основном, региональные особенности регистрируемого сигнала, т.е. связанные с более низкочастотной составляющей поля, характерно увеличение размаха вариации для импульсов Z1 и Z12, а также смещения по оси ординат импульса ZB, при сохранении формы графика для всех трех импульсов. Такое различие можно объяснить тем, что поле регистрируется от единого источника на различном удалении от него. Для графиков второго вейвлет – коэффициента

уже отмечаются большие различия в характере распределения поля для импульсов ZB и Z1 с одной стороны и импульса Z1 – с другой, при значительных их амплитудах. В данном случае фиксируется затухание поля над проводящим объектом (Z1). Это позволяет более конкретизировать положение проводящего объекта. Для третьего вейвлет – коэффициента характерны небольшие амплитуды, при этом вид распределения коэффициентов указывает, что на характер поля начинают влиять более локальные, близ расположенные источники. Распределение особенностей импульса Z1 отличаются от импульсов ZB и Z12. Для четвертого вейвлет – коэффициента отмечаются незначительные амплитуды, а также корреляция всех графиков, что можно объяснить мелкими неоднородностями самого внешнего источника поля.

Обратное вейвлет преобразование позволяет полностью восстановить первоначальный сигнал, практически с нулевой погрешностью (рис. 4). Для примера, был восстановлен импульс ZB с использованием первых 4-х вейвлет – коэффициентов. При этом 4-ый коэффициент вносит незначительный вклад.

Итак, проведенные исследования показали, что для эффективного анализа синхронно зарегистрированных сигналов типа бухтообразных возмущений, а также объяснения их природы, можно использовать вейвлет – преобразования импульсов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дьяконов В.П. Вейвлеты. От теории к практике. - М., 2002. - 448 с.
2. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. -М, 2001. – 464 с.
3. Дьяконов В. Mathcad 2001: специальный справочник. – СПб., 2002.- 832 с.